сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-87-833

И.Д.Манджавидзе

МНОЖЕСТВЕННОЕ РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

1987

I. Введение

В последнее время заметно возрос интерес к процессам множественного рождения и было бы полезно иметь представление о явлениях в области больших множественностей, когда число рожденных адронов

$$n \gg \bar{n}(s) \tag{I.I}$$

где $\bar{n}(s)$ - средняя множественность при данной энергии $\sqrt{s}$. Чтобы уменьшить влияние границ фазового объёма, будем считать, что

$$n \ll n_{max} = \sqrt{s}/m_\pi , \tag{I.2}$$

где m_π - масса π - мезона. Соответственно, чтобы условие (I.I) могло выполняться, будем полагать энергию $\sqrt{s}$ достаточно большой.

В дальнейшем нас будут интересовать следствия простого факта, что в асимптотике по множественности (при фиксированном s) доминирующую роль играют многочастичные коллективные явления. Это означает, что если конечное состояние процесса множественного рождения понимать как систему взаимодействующих частиц, то энергия взаимодействия частиц сравнима с их кинетичеокой энергией.

Конечно, можно использовать популярные при $n \sim \bar{n}$ модели мультипериферического типа, продолжив их в область (I.I). Однако, не зная области их применимости, такой подход малоэффективен. В связи с этим надо отметить, что в асимптотике по множественности продольные импульсы рожденных частиц - порядка их поперечных импульсов /I/, т.е. кинематика - явно не мультипериферического типа.

Мы ограничимся наиболее простой характеристикой процессов множественного рождения - сечениями $\sigma_n(s)$. Соответствующая вероятность рождения n частиц

$$P_n(s) = \sigma_n(s)/\sigma_{tot}(s). \tag{I.3}$$

Исходя из наиболее общих соображений, надо различать следующие асимптотики P_n по n :

А. $$P_n e^{\alpha n} \to 0 \quad , \alpha > 0 \tag{I.4}$$

Б. $$P_n e^{\alpha n} = O(n^\gamma) ,$$ γ произвольно.

Цель данной работы – прояснить различие между асимптотиками А и Б.

Поставленная в работе задача формулируется следующим образом. Введем для этого функцию:

$$T(z,s) = \sum_{n=1}^{\infty} z^n P_n(s). \tag{I.5}$$

Если $T(z,s)$ известно, то при больших n P_n можно найти по следующей формуле:

$$P_n(s) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left\{\frac{n}{\bar{z}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}\ln T(\bar{z},s)\right\}^{-1/2} T(\bar{z},s)\, e^{-n\ln\bar{z}} \propto e^{-n\ln\bar{z}}, \tag{I.6}$$

где $\bar{z} = \bar{z}(n,s)$ – наименьшее (!) из решений уравнения:

$$n = z\frac{\partial}{\partial z}\ln T(z,s). \tag{I.7}$$

Так как $T(z,s)$ – растущая функция z, уравнение (I.7) всегда имеет растущее с n решение. Причем чем быстрее растет $T(z,s)$ с ростом z, тем слабее $\bar{z}(n,s)$ зависит от n.

Отсюда и из оценки (I.6) следует, что асимптотика определяется наименьшим (!) из значений $z = z_c$, при котором $\frac{\partial}{\partial z}T(z,s)$ обращается в бесконечность, т.е. самой левой особенностью $T(z,s)$ в комплексной плоскости z. Если предположить радиус взаимодействия конечным, то особенность $T(z,s)$ может быть при А. $z_c = \infty$, или при Б. $1 < z_c < \infty$, что, соответственно, дает асимптотики (I.4).

В силу законов сохранения энергии-импульса ряд (I.5) обрывается на $n = n_{max}$ и поэтому $T(z,s)$ не может иметь сингулярностей при конечных z. Однако теорию удобнее строить, забыв об ограниченности фазового объёма, и использовать асимптотические оценки, основываясь на классификации положений особенностей $T(z,s)$, полагая, что при условии (I.2) влияние границ фазового объёма незначительно. При этом энергия $\sqrt{s}$ должна быть достаточно велика также и потому, что разность $z_c - \bar{z}$ может быть мала только при $n \gg \bar{n}$.

В работе нас будет интересовать природа сингулярностей $T(z,s)$ по z, и будет показано, что в отличие от асимптотики А асимптотика Б возможна лишь, если в системе имеется неустойчивость, сходная с той, которая имеется при фазовом переходе. Эта интересная физическая интерпретация подробно обсуждается во II главе. В заключительной III главе приводятся следствия такой интерпретации.

2. Групповое разложение

Производящую функцию $T(z,s)$ всегда можно записать в виде:

$$T(z,s) = \exp\left\{\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(z-1)^m}{m!}C_m(s)\right\}, \tag{2.1}$$

где коэффициенты C_m являются моментами распределения P_n. Подставив (I.5) в (2.I), мы найдем, что

$$C_1 = \sum nP_n = \bar{n}$$
$$C_2 = \sum n(n-1)P_n - \bar{n}^2 \tag{2.2}$$

и т.д.

Используя разложение (2.I), нетрудно установить связь с корреляционными функциями. По определению[2]

$$T(z,s) = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{(z-1)^m}{m!}\int\prod_{1}^{m}\frac{d^3k_j}{(2\pi)^3} f_m(k_1,\ldots,k_m), \tag{2.3}$$

где $f_m(k_1,\ldots,k_m)$ – m-частичные инклюзивные сечения. Используя (2.3), находим, что

$$C_1 = \int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}f_1(k),$$
$$C_2 = \int\frac{d^3k_1}{(2\pi)^3}\int\frac{d^3k_2}{(2\pi)^3}\left\{f_2(k_1,k_2) - f_1(k_1)f_1(k_2)\right\} \tag{2.4}$$

и т.д. Итак, техника производящих функций позволяет установить связь между P_n и корреляторами C_m.

Если в сумме (2.I) оставить только первый член, то решение уравнения (I.7) имеет вид:

$$\bar{z} = n/\bar{n}, \tag{2.5}$$

что дает распределение Пуассона:

$$P_n^{(1)} = e^{-n}\frac{\bar{n}^n}{n!} \tag{2.6}$$

Очевидно, что это распределение имеет смысл, если в (2.I) существенны $|z-1| \ll 1$, т.е., как следует из (2.5), при $\left|\frac{n}{\bar{n}} - 1\right| \ll 1$.

С ростом n растёт $\Xi(n,s)$ и поэтому для описания асимптотики по n необходимо учитывать в (2.I) весь ряд по степеням $(z-1)$.

Как было показано в I главе, в рассматриваемом приближении (не интересуясь предэкспонентой), чтобы определить асимптотику P_n по n, нам достаточно знать только положение сингулярности $T(z,s)$ по z. По своему смыслу $T(z,s)$ - большая статистическая сумма системы рожденных частиц, и число z имеет смысл активности ($\ln z$ определяет долю энергии, уносимой одной частицей). Поэтому особенность при конечных z указывает на наличие "фазового перехода" (точнее, что в системе имеется неустойчивость). Такую возможность нам надо обсудить специально, так как было показано, что в области (I.I) определяющую роль играют многочастичные взаимодействия (т.е. коллективные явления, описываемые корреляторами C_m).

Рассмотрим для наглядности систему взаимодействующих частиц при температуре $\sim 1/\beta$. При любом конечном β частицы могут с конечной вероятностью слипаться в капли. Пусть вероятность того, что $1\leq n_i\leq n$ частиц объединилось в каплю, равна $\omega_{n_i}(m_i)$, где $i=1,2,\dots,N$, N - число капель и m_i -масса i - той капли. Ясно, что

$$\sum n_i = n. \tag{2.7}$$

Рассматривая, в свою очередь, капли как частицы, допустим, что вероятность образования капли массы m_i с импульсом p_i есть $N_1(m_i,p_i)$. Тогда статистическая сумма невзаимодействующих капель

$$\Xi_n^{(1)}(\beta)=\sum_{N=1}^{\infty}\frac{1}{N!}\sum_{n_1,\dots,n_N=1}^{\infty}\delta(n-n_1-\dots-n_N)\int\prod_{i=1}^{N}\left\{\frac{dm_i}{m_i}\frac{d^3p_i}{(2\pi)^3}\cdot e^{-\beta\varepsilon_i}N_1(m_i,p_i)\,\omega_{n_i}(m_i)\right\}, \tag{2.8}$$

где $\varepsilon_i=m_i+p_i^2/2m_i$ - энергия капли и $1/N!$ -следствие тождественности капель. В этой формуле удобно избавиться от закона сохранения числа частиц (2.7) и ввести большую статистическую сумму:

$$\rho^{(1)}(\beta,z)=\sum_n z^n\,\Xi_n^{(1)}(\beta)= = \exp\left\{\int\frac{dm}{m}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}e^{-\beta\varepsilon}N_1(m,p)\big(t(z,m)-1\big)\right\}, \tag{2.9}$$

где введено обозначение:

$$t(z,m)=\sum_{n=1}^{\infty}z^n\omega_n(m),\quad t(1,m)=1. \tag{2.I0}$$

Подставив (2.4) в (2.I) и сравнив полученное выражение с (2.9), видим, что $t(z,m)$ играет роль активности и N_1 -средняя множественность капель данной массы и импульса. Чтобы учесть взаимодействия капель за счет сил, не участвующих в образовании капель, надо, по аналогии с (2.I), выписать весь ряд по степеням $(t-1)$. В результате:

$$\rho(\beta,z)=\exp\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\int\prod_i^k\frac{dm_i}{m_i}\frac{d^3p_i}{(2\pi)^3}e^{-\beta\varepsilon_i}\big(t(z,m_i)-1\big)\cdot N_k(m_1,\dots,m_k;p_1,\dots,p_k)\right\}. \tag{2.II}$$

Далее, чтобы найти большую статистическую сумму в энергетическом представлении $T(z,s)$, надо воспользоваться формулой:

$$T(z,s)=\frac{1}{2\pi i\sqrt{s}}\int\frac{d\beta}{2\pi}\beta^2 I_1(\beta\sqrt{s})\,\rho(\beta,z). \tag{2.I2}$$

Здесь контур интегрирования проведен параллельно мнимой оси, левее всех особенностей $\rho(\beta,z)$.

Формулу (2.I2) мы используем для описания конечного состояния процесса множественного рождения. Удобство этого представления в значительной мере зависит от того, насколько хорошо можно выделить "капли", т.е. группы коррелированных частиц. Например, эти группы могут возникать в жестких процессах в результате рождения струй или же в мягких процессах под влиянием сил конфайнмента, в частности, в результате распада резонансов.

Так как $t(z,m)$ должна быть растущей функцией z, то с ростом n (т.е. Ξ) мы должны, вообще говоря, наблюдать множественное рождение групп коррелированных частиц. Ясно, что если при $n\to\infty$ (и, соответственно, $\frac{1}{\beta}\to 0$) в конечном состоянии имеется только одна группа частиц, то в этом случае имеется "фазовый переход". Иными словами, при "фазовом переходе" вся первичная энергия должна уноситься лишь одной группой частиц. Отсюда мы получаем условие, которое должно выполняться в асимптотике по n :

$$\rho(\beta,z)\propto\int\frac{dm}{m}\frac{d^3p}{(2\pi)^3}e^{-\beta\varepsilon}N_1(m,p)\,t(z,m) \tag{2.I3}$$

и которое имеет вид уравнения относительно $\rho(\beta,z)$. Уравнение (2.I3) предполагает выполнение следующих условий:

$$\int \frac{dm}{m}\frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{-\beta\varepsilon} N_1 t \gg \left\{\int \frac{dm}{m}\frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{-\beta\varepsilon} N_1 t\right\}^2 \qquad (2.I4а)$$

$$\int \frac{dm}{m}\frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{-\beta\varepsilon} N_1 t \gg \int \frac{dm_1}{m_1}\frac{dm_2}{m_2}\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3}\frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} e^{-\beta(\varepsilon_1+\varepsilon_2)} N_2 tt, \qquad (2.I4б)$$

гарантирующих наличие "фазового перехода"

При $n\to\infty$ температура $\frac{1}{\beta}\to 0$. В этом пределе можно пренебречь зависимостью N_K от импульсов капель. В результате интегрирования находим:

$$\rho(\beta,z) \simeq \exp\left\{\sum_{K=1}^{\infty}\int\prod_{i=1}^{K}\left\{\frac{dm_i}{m_i}\left(\frac{\beta}{2m_i}\right)^{3/2} e^{-\beta m_i}\cdot\left(t(z,m_i)-1\right)\right\} N_1(m_1,\dots,m_K;0)\right\}. \qquad (2.I5)$$

В оставшихся интегралах по массам капель надо учитывать, что с ростом n должны быть существенны большие массы m_i.

Воспользуемся теперь тем, что в асимптотике по n существенны самые левые особенности $T(z,s)$. Предположим поэтому, что

$$t(z,m) = \frac{\varphi(z,m)}{\left(1-(z-1)a(m)\right)^{\varkappa}}, \quad \varkappa>0 \qquad (2.I6)$$

где $\varphi(z,m)$ - полином по степеням z, $\varphi(1,m)=1$ и $a(m)$ - растущая функция m. Используя определение $t(z,m)$, $a(m)$ можно связать со средней множественностью частиц в группе:

$$a(m) = \frac{1}{\varkappa}\left(\bar n(m) - \varphi'(1,m)\right), \quad \varphi' = \frac{\partial}{\partial z}\varphi. \qquad (2.I7)$$

Предположение, что $a(m)$ -растущая функция m, означает, что

$$\frac{\varphi'(1,m)}{\bar n(m)} \to 0 \qquad (2.I8)$$

при $m\to\infty$.

Нетрудно видеть, что (2.I6) - (2.I8) обеспечивают условия (2.I4) с точностью

$$\exp\left\{-n\,\frac{\bar n(s)-\bar n(s/4)}{\bar n(s)\,\bar n(s/4)}\right\}, \qquad (2.I9)$$

т.е. рассматриваемый "фазовый переход" наступает при

$$n > \frac{\bar n(s)\,\bar n(s/4)}{\bar n(s)-\bar n(s/4)} \lesssim \bar n^2(s). \qquad (2.20)$$

Для полноты изложения рассмотрим другой предел, когда температура $\frac{1}{\beta}\to\infty$. В этом пределе должны быть существенны большие импульсы и, в силу законов сохранения энергии-импульса, массы капель не могут быть велики. Но тогда особенность сдвигается вправо и оказывается несущественной. В этом пределе надо учитывать корреляции между частицами, которые не ведут к образованию капель.

Учитывая вышесказанное, в рамках предположения (2.I6) существенны

$$\bar z(n,s) = z_c - \frac{\varkappa}{n} = 1+\frac{1}{a(s)} - \frac{\varkappa}{n}, \qquad (2.2I)$$

и

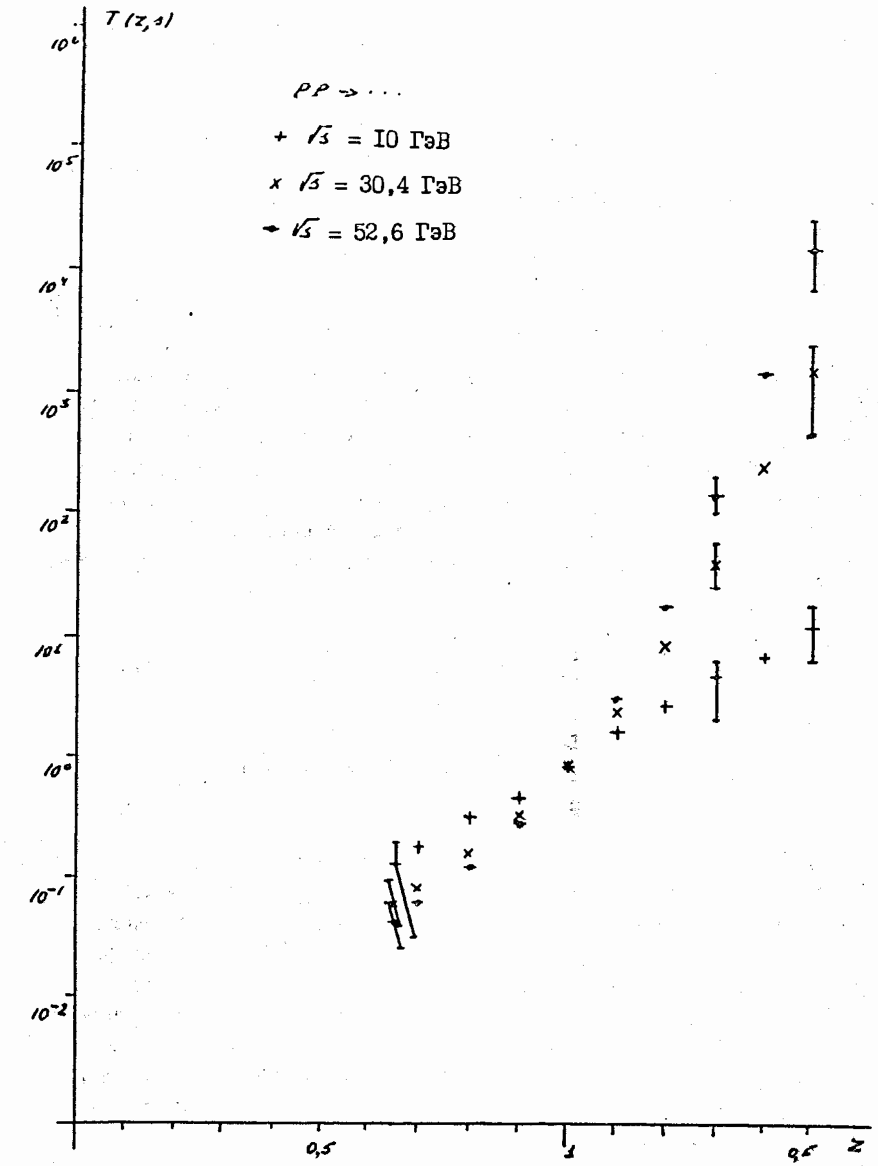
$$P_n \propto e^{-\frac{n}{a(s)}} = e^{-\varkappa\frac{n}{\bar n(s)-\varphi'(1,s)}} \qquad (2.22)$$

имеет асимптотику Б. Интересно отметить, что, если в (2.I7) $\bar n(s)-\varphi'(1,s)\simeq\bar n(s)$, то (2.22) означает, что имеется КНО-скейлинг /3/.

Нам осталось отметить, что сингулярности по z статистической суммы предсказываются в $(\lambda\varphi^3)_6$ -теории /4/, в КХД - струях /5/, в моделях, обобщающих распределение Бозе-Эйнштейна /6/, в дуально-резонансных моделях /7/. Во всех перечисленных выше примерах рассматривается распад сильно неравновесного начального состояния (партона с большой виртуальностью, резонанса с большой массой и т.п.), который и имитирует "фазовый переход" в том смысле, что асимптотике по n отвечает лишь одна "фаза".

Заключение

Чтобы исследовать явления, обсуждавшиеся выше, нам надо иметь (а) достаточно большие энергии, (б) множественности адронов достаточно большими. На рисунке приведено экспериментальное распределение



$T(z,s)$ для различных энергий. Видно, что моменты распределения $C_m(s)$ растут с ростом энергии. Это первая причина, почему надо иметь асимптотические энергии. Вторая причина заключается в том, что, рассматривая асимптотику по множественности, следует исключить три-

виальное ограничение, связанное с конечностью фазового объёма. Множественности адронов n должны быть достаточно велики, чтобы разность $z_c - \bar{z}$ была столь мала, см. (2.21), чтобы сингулярность при $z = z_c$ была экспериментально наблюдаема.

Обсудим здесь перспективы экспериментального исследования процессов рождения асимптотически большого числа адронов. Если исходить из современных оценок, то в интересующей нас области значений множественности $P_n \lesssim 10^{-5}$, т.е. рассматриваемые процессы весьма редки. Поэтому для их изучения выделяющая аппаратура необходима. Здесь, по-видимому, надо обратить особое внимание на возможность имитации процесса рождения очень большого числа адронов процессами многократного перерассеяния. Помимо этого, следящая аппаратура должна обладать 4π-геометрией, что существенно ее усложняет.

В заключение работы я хочу поблагодарить И. Пазиашвили за полезные обсуждения.

Литература

1. Атанелишвили М.И. и др. Изв. АН СССР, сер. физ. XXXVI (1972) 1649.
2. Манджавидзе И. ЯФ, 19 (1974) 370.
3. Манджавидзе И. ЭЧАЯ, 16 (1985) 101.
4. Taylor J. Phys. Lett., 73B (1978) 85.
5. Basseto A. et al. Phys. Lett., 83B (1979) 207.
6. Carruthers P. Shih C.C. Phys. Lett., 137B (1984) 425.
7. Манджавидзе И. ЯФ, 30 (1979) 1089.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 ноября 1987 года.

Манджавидзе И.Д. Р2-87-833
Множественное рождение частиц при высоких энергиях

Обсуждаются возможные асимптотики сечений множественного рождения по числу рожденных адронов при высоких /фиксированных/ энергиях. Показано, что экспоненциальное убывание сечений обязательно ведет к КНО - скейлингу и может быть лишь следствием распада сильно возбужденного локального состояния /"горячей точки"/. Показано также, что такая асимптотика имитирует фазовый переход.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Т.Ю.Думбрайс.

Mandzhavidze I.D. P2-87-833
Multiparticle Production at High Energies

Possible asymptotics are discussed for the cross sections of multiple production with respect to the number of produced hadrons at high /fixed/ energies. It is shown that the exponential decrease of the cross sections surely leads to the KNO-scaling and may only result from the decay of a highly excited local state /a "hot point"/. An asymptotics of that sort is an analog of the phase transition.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987