объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-87-729

А.Н.Сисакян, Н.Б.Скачков, О.Ю.Шевченко

КВАНТОВАНИЕ КАЛИБРОВОЧНЫХ ПОЛЕЙ С УЧЕТОМ ВТОРИЧНЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ УСЛОВИЙ

Первичные калибровки вида $\Phi^{\mu} B_{\mu} = 0$

Направлено в журнал
"Теоретическая и математическая физика"

1987

I. ВВЕДЕНИЕ

В нашей предыдущей работе[9] на примере спинорной электродинамики была получена формула[*] (I.33) для производящего функционала функций Грина $G_{(\xi)}(J;\eta,\bar{\eta})$ в конфигурационном представлении, которая в отличие от стандартного выражения (I.26) для G в кулоновской калибровке помимо $\delta(\partial^i B_i)$ дополнительно содержит δ - функцию $\delta(\Delta B_0 + g J_0)$, наличие которой обеспечивает выполнение закона Гаусса $\partial^i F_{i0} + g J_0^{ph} = 0$ под знаком функционального интеграла по векторному полю B_μ. Выражение (I.33) было получено без использования граничных условий (I.23) теории возмущений. В результате корректного перехода к последним вместо (I.33) было получено выражение для $G_{(\xi)}$ (I.35), которое помимо двух δ - функций $\delta(\partial^i B_i)$ и $\delta(B_0)$ (задающих закон Гаусса уже в свободной форме) дополнительно содержит "кулоновское взаимодействие" ΔS^c_{int} в действии. Был восстановлен вид (см. представления (I.48)-(I.50)) производящего функционала S--матрицы $R_{(\xi)}(A;\sigma,\bar{\sigma})$, соответствующий (I.35).

Эта часть статьи посвящена решению принципиально важной задачи - переходу к произвольным, отличным от $\partial^i B_i = 0$ и $B_0 = 0$, δ-образным калибровочным условиям вида $\Phi^\mu B_\mu = 0$. Будет показано, что соответствующее выражение для производящего функционала функций Грина, в отличие от стандартного выражения, во-первых, содержит дополнительный член в функционале взаимодействия, имеющий один и тот же вид "кулоновского взаимодействия" для любого выбора оператора Φ_μ

----

[*]Ссылки на формулы из работы[9] даются с цифрой I, например (I.33).

и, во-вторых, помимо $\delta(\Phi^{\mu}B_{\mu})$ содержит дополнительную, одну и ту же для любого выбора Φ_{μ} δ-функцию $\delta(\Delta B_0 - \partial_0(\partial^i B_i))$, которая обеспечивает выполнение закона Гаусса для векторного поля интегрирования B_{μ}. Последнее обстоятельство приводит к тому, что свободный векторный пропагатор одновременно подчиняется двум условиям, а эффективный пропагатор, который непосредственно входит в диаграммную технику, после взаимного эффективного сокращения в S-матрице "кулоновского взаимодействия" с одним из членов исходного пропагатора, в отличие от стандартного пропагатора, существенно различает разные выборы оператора Φ_{μ}.

2. ПЕРЕХОД К δ-ОБРАЗНЫМ КАЛИБРОВКАМ $\Phi^{\mu}B_{\mu}=0$ В ВЫРАЖЕНИЯХ ДЛЯ ПРОИЗВОДЯЩИХ ФУНКЦИОНАЛОВ S-МАТРИЦЫ И ФУНКЦИЙ ГРИНА

Для доказательства калибровочной инвариантности S-матрицы, так же, как и для перехода к произвольным калибровкам, наиболее удобным оказывается представление (I.50) для $R_{(\eta)}(A;\sigma,\bar{\sigma})$:

$$R_{(\eta)}(A;\sigma,\bar{\sigma}) \sim \exp\Big[i\int d^4x\{\sigma K_s\bar{\sigma} + \frac{1}{2}A^{\mu}K^{tr}_{\mu\nu}A^{\nu}\}\Big] \qquad \text{(I.50)}$$

$$\cdot \int \prod_{\mu} \mathcal{D}B_{\mu}\mathcal{D}\psi\mathcal{D}\bar{\psi}\; \delta(\eta^{\mu}(B_{\mu}-A_{\mu}))\,\delta(\partial^{\mu}(B_{\mu}-A_{\mu}))\,\cdot$$

$$\cdot \exp i\Big[\int d^4x\{\mathcal{L}_0 - A^{\mu}K^{tr}_{\mu\nu}B^{\nu} - \bar{\sigma}K_s\psi - \bar{\psi}K_s\sigma\} +$$

$$+ S^{eff}_{int}(B;\psi,\bar{\psi})\Big],$$

$$\eta = (1,0,0,0);$$

$$\delta(f) \equiv \prod_{t,\vec{x}}\delta(f(t,\vec{x})); \qquad \mathcal{D}\varphi \equiv \prod_{t,\vec{x}} d\varphi(t,\vec{x});$$

Лагранжиан $\mathcal{L}_0$ определен соотношением

$$\mathcal{L}_0(x/B;\psi,\bar{\psi}) = \bar{\psi}K_s\psi + \frac{1}{2}B^{\mu}K^{tr}_{\mu\nu}B^{\nu}, \qquad \text{(I.36а)}$$

где

$$K_s \equiv i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m; \quad K^{tr}_{\mu\nu} \equiv \Box g_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\partial_{\nu}, \qquad \text{(I.36б)}$$

эффективное взаимодействие S^{eff}_{int} имеет вид

$$S^{eff}_{int} = S^{st}_{int} + \Delta S^{c}_{int},$$

$$S^{st}_{int} = g\int d^4x\, J^{\mu}_{ph}(x)B_{\mu}(x); \quad \Delta S^{c}_{int} = -\frac{g^2}{2}\int d^4x\,d^4y\, J^{ph}_0(x)\cdot\Delta^{-1}(x-y)J^{ph}_0(y), \qquad \text{(I.37)}$$

где S^{st}_{int} и ΔS^{c}_{int} – это стандартное и кулоновское взаимодействие соответственно, а величины $J^{ph}_{\mu} = \bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi$ и $\Delta^{-1}(x-y) = \delta(x^0-y^0)/4\pi|\vec{x}-\vec{y}|$ – это физический спинорный ток и функция Грина оператора Лапласа $\Delta \equiv \partial^i\partial_i$ соответственно. Для удобства дальнейшего изложения введем следующую символическую форму записи. Обозначим правую часть соотношения (I.50), без δ-функций под знаком функционального интеграла, символом $/A;\sigma,\bar{\sigma}\gg$, а правую часть (I.50), в которой произведение соответствующих δ-функций заменено на некоторый произвольный функционал $F=F(B;\psi,\bar{\psi}/A;\sigma,\bar{\sigma})$, обозначим символом $\ll A;\sigma,\bar{\sigma}/F\gg$, причем $\ll A;\sigma,\bar{\sigma}/F=1\gg = \ll A;\sigma,\bar{\sigma}/$. Очевидно, что эта символическая запись при частном выборе $F=\delta(\partial^{\mu}(B_{\mu}-A_{\mu}))\delta(\eta^{\mu}(B_{\mu}-A_{\mu}))$ позволяет переписать соотношение (I.50) в следующем сокращенном виде:

$$R_{(\eta)}(A;\sigma,\bar{\sigma}) = \ll A;\sigma,\bar{\sigma}/\delta(\eta^{\mu}(B_{\mu}-A_{\mu}))\delta(\partial^{\mu}(B_{\mu}-A_{\mu})). \qquad \text{(I)}$$

С учетом соотношения (I) и очевидной поперечности функционала $\ll A;\sigma,\bar{\sigma}/$

$$\ll A+\partial\lambda;\sigma,\bar{\sigma}/ = \ll A;\sigma,\bar{\sigma}/, \qquad \text{(2)}$$

легко получим

$$R_{(\eta)}(A+\partial\lambda;\sigma,\bar{\sigma}) = \ll A;\sigma,\bar{\sigma}/\delta(\eta^{\mu}(B_{\mu}-A_{\mu}-\partial_{\mu}\lambda))\delta(\partial^{\mu}(B_{\mu}-A_{\mu}-\partial_{\mu}\lambda))\gg$$

Выполним теперь замену

$$B_{\mu} \to B_{\mu}+\partial_{\mu}\lambda; \quad \psi \to \exp(ig\lambda)\psi; \quad \bar{\psi} \to \exp(-ig\lambda)\bar{\psi}. \qquad \text{(3)}$$

В результате этой замены члены, содержащие $\partial_{\mu}\lambda$, исчезают из аргументов δ-функций, а неинвариантные относительно (3) члены $\bar{\sigma}K_s\psi$ и $\bar{\psi}K_s\sigma$ в функционале $\ll A;\sigma,\bar{\sigma}/$ не приводят к изменению R в результате преобразования (3) при условии, что внешние фермионные поля σ, $\bar\sigma$ полагаются на свою массовую поверхность. (Доказательство этого факта см. в Приложении А). Таким образом, имеем

$$R_{(\eta)}(A+\partial\lambda;\hat\sigma,\hat{\bar\sigma}) = \langle\!\langle A;\hat\sigma,\hat{\bar\sigma}/\delta(\eta(B-A-\partial\lambda))\,\delta(\partial(B-A-\partial\lambda))\rangle\!\rangle =$$
$$= \langle\!\langle A;\hat\sigma,\hat{\bar\sigma}/\delta(\eta(B-A))\,\delta(\partial(B-A))\rangle\!\rangle = R_{(\eta)}(A;\hat\sigma,\hat{\bar\sigma}), \qquad (4)$$

что и доказывает поперечность производящего функционала S-матрицы (I.50) на массовой поверхности внешних фермионных полей.

Мы видим, что наличие двух δ-функции вместо одной, так же, как и наличие дополнительного кулоновского взаимодействия в интеграле (I.50), отличающие выражение (I.50) для производящего функционала S-матрицы от соответствующего стандартного выражения (см., например /2/), не вносят дополнительной специфики при доказательстве его поперечности, и оно аналогично доказательству, приведенному в стандартном случае. Важно подчеркнуть, что в качестве λ в соотношении поперечности (4) можно выбрать любую функцию, не зависящую от внутреннего поля интегрирования B_μ, в частности, произвольный функционал от внешнего поля A_μ. Выберем в качестве λ в (4) функционал*/

$$\lambda = \Lambda^{(\eta)}(A) = [-1/(\eta\partial)](\eta A) \equiv -\int\limits_{-\infty}^{t} d\tau\, A_0(x_0+\tau,\vec{x}), \qquad (5)$$

который, очевидно, является проектором на поле

$$\mathcal{A}_\mu^{(\eta)} = A_\mu + \partial_\mu\Lambda^{(\eta)}(A), \qquad (6)$$

подчиняющееся условию

$$\eta^\mu\mathcal{A}_\mu^{(\eta)} = 0.$$

В силу доказанной нами общей теоремы /3/ поле $\mathcal{A}_\mu^{(\eta)}$, в дополнение к условию $\eta^\mu\mathcal{A}_\mu^{(\eta)}=0$, при условии, что четырехкомпонентное свободное поле A_μ подчиняется уравнениям Максвелла, автоматически подчиняется условию $\partial^\mu\mathcal{A}_\mu^{(\eta)}=0$, а уравнения движения для него имеют вид $\Box\mathcal{A}_\mu^{(\eta)}=0$. Таким образом, выбор параметра градиентного преобразования λ для внешнего поля A_μ, принадлежащего массовой поверхности в виде проектора (5), приводит к тому, что спроектированное поле $\mathcal{A}_\mu^{(\eta)}$ автоматически принадлежит уже физической массовой поверхности:

$$A_\mu\in MП \Longrightarrow \mathcal{A}_\mu^{(\eta)} = A_\mu + \partial_\mu\Lambda^{(\eta)} \in ФМП,$$

---

*/ Преобразование (6), очевидно, является вырожденным, т.е. якобиан его равен нулю. Однако мы совершаем это преобразование над внешним полем A_μ, по которому не проводится функциональное интегрирование, а затем сопровождаем (6) компенсирующей заменой $B_\mu\to B_\mu+\partial_\mu\Lambda^{(\eta)}(A)$, якобиан которой равен единице.

то есть

$$\eta^\mu\mathcal{A}_\mu^{(\eta)} = \partial^\mu\mathcal{A}_\mu^{(\eta)} = 0, \qquad \Box\mathcal{A}_\mu^{(\eta)} = 0. \qquad (7)$$

Мы будем существенно опираться на этот факт сейчас, при переходе к другим, отличным от $\eta^\mu B_\mu\equiv B_0=0$ и $\partial^\mu B_\mu=0$, δ-образным калибровочным условиям.

Выбирая в качестве функции λ в соотношении поперечности (4) проектор $\Lambda^{(\eta)}(A)$, легко получим

$$R_{(\eta)}(A;\hat\sigma,\hat{\bar\sigma}) = \langle\!\langle \mathcal{A}^{(\eta)},\hat\sigma,\hat{\bar\sigma}/\delta(\eta^\mu(B_\mu-\mathcal{A}_\mu^{(\eta)}))\,\delta(\partial^\mu(B_\mu-\mathcal{A}_\mu^{(\eta)}))\rangle\!\rangle.$$

Полагая в последней формуле внешние поля A на массовую поверхность $A=\hat A\in MП:\ \Box\hat A_\mu-\partial_\mu(\partial\hat A)=0$, с учетом соотношений (2), (7), нетрудно получить соотношение

$$R_{(\eta)}(\hat A,\hat\sigma,\hat{\bar\sigma}) = \langle\!\langle \hat A,\hat\sigma,\hat{\bar\sigma}/\delta(\eta^\mu B_\mu)\,\delta(\partial^\mu B_\mu)\rangle\!\rangle. \qquad (8)$$

Таким образом, на массовой поверхности внешних полей A, σ, $\bar\sigma$ мы избавились от внешних векторных полей A в аргументах δ-функций. Это обстоятельство дает возможность перейти к другим δ-образным калибровочным условиям с помощью линейной невырожденной замены*/

$$B_\mu \to B_\mu + \partial_\mu\theta(B) \qquad (9а)$$
$$\psi\to\exp(ig\,\theta(B))\psi;\quad \bar\psi\to\exp(-ig\,\theta(B))\bar\psi, \qquad (9б)$$

где

$$\theta(B) = (\eta\partial)^{-1}[\varphi^\mu B_\mu - \phi^\mu B_\mu], \qquad (10)$$

якобиан которой есть некоторая константа, не зависящая от полей B_μ, ψ, $\bar\psi$, которая, как обычно, заносится в нормировочный множитель.

Отметим, что мы здесь ограничились линейными по B_μ калибровочными условиями, т.е. φ_μ в (10) – это оператор, не зависящий от поля B_μ (так, например, выборы $\varphi_\mu=(x-\xi)_\mu$, или $\varphi_\mu=\partial_\mu$ в условии $\varphi^\mu B_\mu(x)=0$, задают калибровки Фока и Лоренца соответственно.

Нетрудно видеть, что замена (9) для полей B_μ, ψ, $\bar\psi$ является частным случаем калибровочного преобразования и обладает свойством

---

x) Замена (9) для перехода к другим калибровкам в стандартном случае была предложена в /4/ (см. также /2/).

$$\varphi^{\mu}B_{\mu} \to \Phi^{\mu}B_{\mu}\,. \qquad \text{(II)}$$

Замену (9) в соотношении (8) можно провести двумя способами. Во-первых, положим $\varphi^{\mu} = \eta^{\mu} \equiv (1,0,0,0)$ в (I0). Тогда имеем

$$\delta(\eta B)\,\delta(\partial B) \longrightarrow \delta(\Phi B)\,\delta\left[\partial^{\mu}\left(B_{\mu} - \partial_{\mu}(\eta\partial)^{-1}(\eta B - \Phi B)\right)\right].$$

С учетом того, что выражение $\Box(\eta\partial)^{-1}(\Phi B)$, входящее в аргуме[нт] последней δ-функции, исчезает на поверхности $(\Phi B) = 0$, зад[ава]емой первой δ-функцией, легко получим

$$\delta(\eta B)\,\delta(\partial B) \longrightarrow \delta(\Phi B)\,\delta\left(\partial^{\mu}\left(B_{\mu} - \partial_{\mu}(\eta\partial)^{-1}(\eta B)\right)\right). \qquad \text{(I2a)}$$

Во-вторых, можно положить в (I0) $\varphi^{\mu} = \partial^{\mu}$. Тогда легко получим

$$\delta(\eta B)\,\delta(\partial B) \longrightarrow \delta\left(\eta^{\mu}\left[B_{\mu} - \partial_{\mu}\Box^{-1}(\eta B)\right]\right)\delta(\Phi B). \qquad \text{(I2б)}$$

Нетрудно убедиться в том, что выражения, стоящие в квадратных скобка[х] в (I2a) и (I2б), во-первых, являются калибровочно-инвариантными выраже[ниями]*/, т.е. инвариантными относительно замены (3), и, во-вторых, в том, что это есть не что иное, как векторные поля $\mathcal{B}_{\mu}^{(\eta)}(B) = B_{\mu} + \partial_{\mu}\Lambda^{(\eta)}(B)$ и $\mathcal{B}_{\mu}^{(L)}(B) = B_{\mu} + \partial_{\mu}\Lambda^{(L)}(B)$, подчиняющиеся условиям $\eta^{\mu}\mathcal{B}_{\mu}^{(\eta)} = 0$ и $\partial^{\mu}\mathcal{B}_{\mu}^{(L)} = 0$ соответственно, а выражения $\Lambda^{(\eta)}(B,x) = -(\eta\partial)^{-1}(\eta^{\mu}B_{\mu}) = -\int_{-\infty}^{0} d\alpha\, B_0(x_0+\alpha, \vec{x})$ и $\Lambda^{(L)}(B,x) = -\Box^{-1}(\eta^{\mu}B_{\mu}(x)) = -\int d^4y\,\left[(2\pi)^{-4}\int d^4k\,(\text{V.P. } 1/k^2)\exp[ik(x-y)]\right](\partial^{\mu}B_{\mu}(y))$ являются проекторами на соответствующие калибровочные условия. Важ[но] подчеркнуть, однако, что мы не делали вырожденных замен $B_{\mu} + \partial_{\mu}\Lambda^{(\eta)}(B)$ и $B_{\mu} + \partial_{\mu}\Lambda^{(L)}(B)$ под знаком функционального интегрирования по векторному полю B_{μ}. Поля же $\mathcal{B}_{\mu}^{(\eta)}$ и $\mathcal{B}_{\mu}^{(L)}$ собираются в аргу[ментах] δ-функций лишь в силу наличия соответствующих дополнитель[ных] δ-функций под знаком функционального интеграла.

---

*/Такая инвариантность спроектированного поля в фиксированной калибровке относительно калибровочных преобразований над исходными, проектируемыми полями означает однозначную достижимость соответствующего калибровочного условия[3].

Воспользовавшись формулой $\delta(Mu) = \det M^{-1}\delta(u)$, получим $\delta(\partial^{\mu}\mathcal{B}_{\mu}^{(\eta)}) = \det(\eta\partial)\,\delta((\eta\partial)(\partial B) - \Box(\eta B))$, $\delta(\partial^{\mu}\mathcal{B}_{\mu}^{(L)}) = \det\Box\,\delta(\Box(\eta B) - (\eta\partial)(\partial B))$. Учитывая, что константы $\det(\eta\partial)$ и $\det\Box$, как обычно, заносятся в нормировочный множитель, получим вместо (I2) соотношение

$$\delta(\eta\partial)\,\delta(\partial B) \longrightarrow \left[\begin{matrix}\delta(\Phi^{\mu}B_{\mu})\,\delta(\partial^{\mu}\mathcal{B}_{\mu}^{(\eta)}(B)) \\ \delta(\Phi^{\mu}B_{\mu})\,\delta(\eta^{\mu}\mathcal{B}_{\mu}^{(L)}(B))\end{matrix}\right. \sim \qquad \text{(I3)}$$

$$\sim \delta(\Phi^{\mu}B_{\mu})\,\delta(\Box(\eta B) - (\eta\partial)(\partial B)).$$

Мы видим, таким образом, что независимо от того, меняем ли мы с помощью замены (9) аргумент одной δ-функции: $\eta^{\mu}B_{\mu} \to \Phi^{\mu}B_{\mu}$ в соотношении (8), или аргумент другой δ-функции: $\partial^{\mu}B_{\mu} \to \Phi^{\mu}B_{\mu}$, результат получается один и тот же. Показательным является тот факт, что поверхность, задаваемая последней δ-функцией в соотношении (I3), есть не что иное, как нулевая компонента свободных уравнений Максвелла. Таким образом, нулевая компонента уравнений Максвелла для внутреннего поля интегрирования, будучи занесенной в исходном соотношении (8) совмещением двух δ-функций $\delta(B_0)$ и $\delta(\partial^i B_i)$ под знаком интеграла, автоматически, с учетом наличия соответствующей дополнительной δ-функции, выполняется и после перехода к δ-образным калибровочным условиям вида $\Phi^{\mu}B_{\mu} = 0$.

Таким образом, совершая в соотношении (8) градиентное преобразование (9а) над векторным полем B_{μ} и сопровождая его соответствующими фазовыми преобразованиями (9б) спинорных полей ψ, $\bar{\psi}$, с учетом соотношения (I3), получим вместо (8) соотношение

$$R_{(\eta)}(\hat{A}, \hat{\sigma}, \hat{\bar{\sigma}}) \sim \langle\langle \hat{\mathcal{A}}^{(\Phi)}(\hat{A});\ \hat{\sigma}, \hat{\bar{\sigma}} \,/\, \delta(\Phi^{\mu}B_{\mu})\,\delta(\Box(\eta B) - (\eta B)(\partial B)) \rangle\rangle. \qquad \text{(I4)}$$

Значок „$\sim$" в данном случае означает равенство не только с точностью до нормировочного множителя, но и с точностью до несущественного ренормировочного растяжения внешних спинорных полей (см. Приложение А).

Очевидно, что δ-функцию от калибровочно-неинвариантного выражения $\Phi^{\mu}B_{\mu}$ в правой части соотношения (I4) можно тождественно переписать в виде $\delta(\Phi^{\mu}B_{\mu}) = \delta(\Phi^{\mu}(B_{\mu} - \hat{A}_{\mu} - \partial_{\mu}\Lambda^{(\Phi)}(\hat{A})))$. Осуществляя затем в интеграле (I4) компенсирующую замену (3) над полями B_{μ}, ψ, $\bar{\psi}$ с выбором $\lambda = \Lambda^{(\Phi)}(A)$, с учетом тождества Уорда и уравнений движения для внешних фермионных полей σ, $\bar{\sigma}$ (см. Приложение А), получим*/

$$R_{(\gamma)}(\hat A;\hat\sigma,\hat{\bar\sigma}) \sim \langle\!\langle \hat A;\hat\sigma,\hat{\bar\sigma} \,|\, \delta(\Phi^\mu(B_\mu-\hat A_\mu))\,\delta(\Box(\gamma B)-(\gamma\partial)(\partial B))\rangle\!\rangle. \qquad (I5)$$

Очевидно, что в силу определения МП (I.43) для поля A последнюю δ-функцию в (I5) можно тождественно переписать в виде

$$\delta(\Box(\gamma B)-(\gamma\partial)(\partial B)) = \delta(L^\mu(B_\mu-\hat A_\mu)), \qquad (I6)$$

где

$$L_\mu = L_{\mu 0},\quad L_{\mu\nu} = \Box g_{\mu\nu} - \partial_\mu\partial_\nu \qquad (I7)$$

-оператор свободных уравнений Максвелла. Таким образом, мы доказали, что функционал

$$\begin{aligned} R_{(\varphi)}(A;\sigma,\bar\sigma) &= \langle\!\langle A;\sigma,\bar\sigma \,|\, \delta(\Phi^\mu(B_\mu-A_\mu))\,\delta(L^\mu B_\mu)\rangle\!\rangle = \\ &= \exp i\int d^4x\,[\sigma K_s\bar\sigma + \tfrac{1}{2}A^\mu K^{tr}_{\mu\nu}A^\nu]\cdot \\ &\cdot\int\prod_\mu \mathcal{D}B_\mu\,\mathcal{D}\psi\,\mathcal{D}\bar\psi\,\exp i\Big[\int d^4x\,\{\mathcal{L}_0 - A^\mu K^{tr}_{\mu\nu}B^\nu - \bar\sigma K_s\psi - \\ &-\bar\psi K_s\sigma\} + S^{eff}_{int}(B,J^{ph})\Big]\,\delta(\Phi^\mu(B_\mu-A_\mu))\,\delta(L^\mu(B_\mu-A_\mu)) \end{aligned} \qquad (I8)$$

на массовой поверхности внешних полей A, σ, $\bar\sigma$ совпадает (с точностью до несущественного нормировочного множителя и ренормировочного растяжения) с производящим функционалом $R_{(\gamma)}(A;\sigma,\bar\sigma)$, определенным соотношением (I.50). Этот факт означает, что производящие функционалы $R_{(\gamma)}$ и $R_{(\varphi)}$ представляют одну и ту же S- матрицу на массовой поверхности.

Мы видим, что производящий функционал (I8), в отличие от соответствующего стандартного выражения/2/, задающего S-матрицу в калибровке $\Phi^\mu B_\mu = 0$ в конфигурационном представлении, содержит под знаком интеграла дополнительную δ-функцию от калибровочно-инвариантной нулевой компоненты уравнений Максвелла и дополнительный функционал взаимодействия: ΔS^c_{int}, имеющий один и тот же вид кулоновского взаимодействия (I.37) для любого выбора оператора Φ^μ в условии $\Phi^\mu B_\mu = 0$.

*/Важно подчеркнуть, что мы при этом помимо инвариантности функционала $\Delta S^c_{int}(J_{ph})$ используем инвариантность $L^\mu B_\mu = \partial^i F_{i0} = \Delta B_0 - \partial_0(\partial^i B_i)$ относительно преобразований (3).

Повторяя уже применительно к производящему функционалу $R_{(\varphi)}$ цепочку рассуждений (I.35)-(I.50) в обратной последовательности, нетрудно получить для $R_{(\varphi)}(A;\sigma,\bar\sigma) \equiv R_{(\varphi)}(\Psi)$ следующие представления:

$$R_{(\varphi)}(\Psi) \sim \int\mathcal{D}q\,\exp i[S_0(q) + S^{eff}_{int}(q+\Psi)]\,\delta(\Phi B)\,\delta(LB), \qquad (I9)$$

$$R_{(\varphi)}(\Psi) = G_0^{(\varphi)}\Big(\frac{\delta}{\delta i\Psi}\Big)\exp iS^{eff}_{int}(\Psi), \qquad (20)$$

а соответствующий (I8)-(20) производящий функционал имеет вид:

$$G_{(\varphi)}(\mathcal{F}) \sim \int\mathcal{D}q\,\exp i[S_0(q) + S^{eff}_{int}(q) + q\mathcal{F}]\cdot\delta(\Phi B)\,\delta(LB). \qquad (2I)$$

В формулах (I9)-(2I) используются компактные обозначения

$$q=(B;\psi,\bar\psi),\quad \Psi=(A;\sigma,\bar\sigma),\quad \mathcal{F}=(j;\eta,\bar\eta). \qquad (I.4I)$$

В заключение этого раздела отметим, что наличие двух δ-функций в выражениях (I8)-(2I) после перехода к произвольному δ-образному калибровочному условию вида $\Phi^\mu B_\mu = 0$ есть следствие наличия двух δ-функций в исходном, полученном в результате корректного перехода из фазового пространства в конфигурационное, выражении (I.50). Если же в исходном выражении, как в стандартном подходе/5/, содержалась бы всего одна δ-функция, $\delta(B_0)$ или $\delta(\partial^i B_i)$, под знаком интеграла, то замена*/ (9) однозначно привела бы к наличию единственной δ-функции $\delta(\Phi^\mu B_\mu)$ в преобразованном выражении для R, что и происходит в стандартном подходе/5/.

Еще раз подчеркнем, что нулевая компонента уравнений Максвелла для векторного поля B_μ, выполнение которой в фазовом пространстве интегрирования обеспечивалось совмещением соответствующих подынтегральных δ-функций, только в нашем подходе выполняется и после перехода в конфигурационное представление, как до, так и после замены (9). Вследствие этого обстоятельства интегрирование во всех выражениях (I8)-(2I), как и в фазовом пространстве, проводится по двум (а не по трем) независимым компонентам поля B_μ, в соответствии с наличием всего двух физических поляризаций фотона.

*/Так же, как и вставление единицы $1=\Delta_\Phi(B)\int\mathcal{D}\omega\,\delta(\Phi(B^\omega))$/5/ в "наивный" функциональный интеграл в анзаце Фаддеева-Попова/5/.

3. ПРОПАГАТОР ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ

В этом разделе мы, для простоты, ограничимся выбором $\Phi_\mu = n_\mu$ в (10)-(21), где n_μ- линейный дифференциальный оператор вида $n_\mu = c\,\partial/\partial x_\mu + \ell_\mu$, а c и ℓ_μ - не зависящая от x константа и 4-вектор соответственно. Вычислим соответствующий такому выбору Φ_μ производящий функционал свободных функций Грина, возникающий в нашем подходе. В соответствии с (21), он имеет вид

$$G_0^{(n)}(A;\eta,\bar\eta) = G^{(n)}(A;\eta,\bar\eta)\Big|_{g=0} \sim$$
$$\sim \int \mathcal{D}B\,\mathcal{D}\psi\,\mathcal{D}\bar\psi \exp i\{S_0(B;\psi,\bar\psi) + \int d^4x\,[B^\mu j_\mu + \bar\psi\eta + \bar\eta\psi]\}\,\delta(nB)\,\delta(LB). \tag{22}$$

Легко видеть, что правая часть соотношения (22) факторизуется на произведение стандартного производящего функционала свободных фермионных функций Грина $G_0^{st}(\eta,\bar\eta)$ и производящего функционала свободных векторных функций Грина $G_0^{(n)}(j)$

$$G_0^{(n)}(A;\eta,\bar\eta) \sim G_0^{st}(\eta,\bar\eta)\,G_0^{(n)}(j); \tag{23}$$
$$G_0^{st}(\eta,\bar\eta) = \int \mathcal{D}\psi\,\mathcal{D}\bar\psi \exp i\int d^4x\,[\bar\psi K_s\psi + \bar\eta\psi + \bar\psi\eta] \sim \exp\int d^4x\,d^4y\,[-\bar\eta S_c\eta]$$

где $S_c(x-y) = (2\pi)^{-4}\int d^4p\,e^{ip(x-y)}[m - \hat p - i\varepsilon]$

-обычный фермионный пропагатор

$$G_0^{(n)}(j) = \int \prod_\mu \mathcal{D}B_\mu \exp i\,[\tfrac{1}{2} B^\mu K^{tr}_{\mu\nu} B^\nu + j^\mu B_\mu]\,\delta(n^\mu B_\mu)\,\delta(L^\mu B_\mu). \tag{24}$$

Вычислим $G_0^{(n)}(j)$. Для этого сделаем в (24) замену

$$B_\mu(x) \longrightarrow B_\mu(x) + i\int d^4y\,\Delta^{\mu\nu}_{(n)}(x-y)\,B_\nu(y), \tag{25}$$

где матрица $\Delta^{(n)}_{\mu\nu}$ должна быть подобрана таким образом, чтобы эта замена, во-первых, не меняла бы аргументов подынтегральных δ-функций в (24) и, во-вторых, уничтожала бы перекрестные, т.е. содержащие j_μ и B_μ члены в соотношении (24). Эти требования определяют матрицу $\Delta^{(n)}_{\mu\nu}$ однозначно (мы не касаемся пока проблемы обхода полюсов), и в импульсном представлении она имеет вид

$$\Delta^{(n)}_{\mu\nu}(k) = -\frac{i}{k^2}\Big\{g_{\mu\nu} - \frac{1}{(nk)}(k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu) - \frac{k^2}{\eta^2k^2-(\eta k)^2}\eta_\mu\eta_\nu + (\eta n)\frac{k^2}{(nk)[\eta^2k^2-(\eta k)^2]}(k_\mu\eta_\nu + k_\nu\eta_\mu) + \frac{1}{(nk)^2}\Big[n^2 - (\eta n)^2\frac{k^2}{\eta^2k^2-(\eta k)^2}\Big]k_\mu k_\nu\Big\}. \tag{26}$$

Нетрудно проверить, что матрица (26) действительно удовлетворяет двум условиям

$$n^\mu\Delta^{(n)}_{\mu\nu}(k) = L^\mu\Delta^{(n)}_{\mu\nu}(k) = 0, \tag{27}$$

где операторы n_μ и L_μ в импульсном представлении имеют вид $n_\mu = ck_\mu + \ell_\mu$ и $L_\mu = (\eta k)k_\mu - k^2\eta_\mu$ соответственно. В результате выполнения замены (25), (26) получим*/ вместо (24) соотношение

$$G_0^{(n)}(j) \sim \exp\int d^4x\,d^4y\,[-\tfrac{1}{2}j^\mu(x)\Delta^{(n)}_{\mu\nu}(x-y)j^\nu(y)], \tag{28}$$

и выражение (26), таким образом, есть не что иное, как пропагатор калибровочного поля, который, в отличие от стандартного пропагатора (I.2) в δ-образной калибровке $n^\mu B_\mu = 0$, одновременно удовлетворяет двум условиям (27) по числу δ-функций в (24). Симметричность по индексам μ, ν и четность пропагатора (26) относительно замены $k \to -k$ очевидны. Чрезвычайно важным и свидетельствующим в пользу правильности наших построений является то обстоятельство, что пропагатор (26) не содержит членов вида $C_1(\eta_\mu n_\nu + \eta_\nu n_\mu)$ и $C_2 n_\mu n_\nu$. Наличие таких членов привело бы к тому, что калибровочная инвариантность S-матрицы была бы нарушена даже в борновском приближении. Действительно, диаграммы типа однофотонного обмена, или e^+e^-- аннигиляции, нарушали бы калибровочную инвариантность S-матрицы в порядке g^2, за счет того, что члены, пропорциональные $(\eta_\mu n_\nu + \eta_\nu n_\mu)$ или $n_\mu n_\nu$, зависящие от произвольного вектора n, в отличие от членов, пропорциональных $k_\mu k_\nu$, $k_\mu\eta_\nu + k_\nu\eta_\mu$, $k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu$, не уничтожались бы на массовой поверхности фермионных полей σ и $\bar\sigma$ законом непрерывности спинорного тока $J_\mu^{ph} = \bar\sigma\gamma_\mu\sigma$. Далее, член, пропорциональный $\eta_\mu\eta_\nu$ в (26), который также не уничтожается на массовой поверхности законом непрерывности тока, входит в (26) с одним и тем же коэффициентом $-i/\vec{k}^2$ для любого выбора n_μ и, как показано в Приложении Б, эффективно сокращается с кулоновским взаимодействием ΔS^c_{int}, не давая вклада в S-матрицу.

Таким образом, эффективный пропагатор, который уже непосредственно входит в диаграммную технику вместе со стандартной вершиной КЭД, отличается от (26) отсутствием члена $\delta_{\mu\nu}$, пропорционального $\eta_\mu\eta_\nu$:

---

*/ Константу $\int\prod_\mu \mathcal{D}B_\mu\,\delta(n^\mu B_\mu)\,\delta(L^\mu B_\mu)\exp iS_0(B)$ мы, как обычно, включаем в нормировочный множитель.

$$\Delta^{(n)\,eff}_{\mu\nu}(k) = \Delta^{(n)}_{\mu\nu}(k) - \delta_{\mu\nu}(k);\quad \delta_{\mu\nu}(k) = -i\,\eta_\mu\eta_\nu/\vec{k}^2. \tag{29}$$

Рассмотрим различные случаи выбора n_μ в (26),(24). Пусть $n =$ (I,0,0,0), что соответствует гамильтоновскому, $B_0 = 0$, δ-образному калибровочному условию. Тогда $(n\eta) = 1$, и выражение (26),(29) для $\Delta^{(n)\,eff}_{\mu\nu}$ принимает вид

$$\Delta^{(n)\,eff}_{\mu\nu}(k)\Big|_{n=\eta} = -\frac{i}{k^2}\left\{g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu - (\eta_\mu k_\nu + k_\mu\eta_\nu)(\eta k)}{(\eta k)^2 - k^2}\right\}, \tag{30}$$

и мы видим, что это выражение совпадает с выражением для пропагатора в кулоновской калибровке $\partial^i B_i = 0$, но не со стандартным выражением (I.2) в калибровке $B_0 = 0$.

Выберем теперь $n_\mu = c k_\mu$ в (26), (29), что в координатном представлении соответствует произведению $\delta(c\partial^\mu B_\mu)\,\delta(\Box B_0 - \partial_0(\partial^\mu B_\mu)) \sim$ $\sim \delta(\partial^i B_i)\,\delta(B_0)$ под знаком интеграла в (24). Нетрудно видеть, что мы снова получим вместо (26),(29) кулоновский пропагатор (30).

Рассмотрим теперь случай выбора n_μ, такой, что $(n\eta) = 0$, например n_μ = (0,0,I,0), что соответствует δ-образному условию аксиальной калибровки $B_3 = 0$. В этом случае вместо (26),(29) легко получим

$$\Delta^{(n)\,eff}_{\mu\nu}(k)\Big|_{(n\eta)=0} = -\frac{i}{k^2}\left\{g_{\mu\nu} - \frac{n_\mu k_\nu + k_\mu n_\nu}{(nk)} + n^2\frac{k_\mu k_\nu}{(nk)^2}\right\},$$

и это выражение совпадает с пропагатором Куммера (I.2). Таким образом, вторичное калибровочное условие $\partial^i F_{i0}(B) = 0$ "следит" за выбором n_μ в первичном условии $n^\mu B_\mu = 0$. И наш подход к квантованию, в отличие от стандартного подхода (см. (I.2), существенно различает случаи выбора оператора n.

Характерно, что, когда в стандартном подходе выбор $n = \eta$ в (I.2), (I.3) приводит к противоречию с калибровочной инвариантностью расчетов петли Вильсона /6/, наша процедура квантования показывает, что как раз в этом случае пропагатор Куммера (I.2) не годится, а необходимо брать эффективный пропагатор (26),(29), который совпадает с кулоновским пропагатором. В то же время в случае выбора n =(0,0,I, 0) наш пропагатор (26),(29) совпадает с куммеровским (I.2). Однако именно в этом случае, который соответствует выбору калибровки $B_3 = 0$, как раз и нет противоречия с расчётом петли Вильсона в других калибровках.

С другой стороны, мы видим, что в случае таких выборов n_μ в условии $n^\mu B_\mu = 0$, при которых $0 \neq (n\eta) \neq 1$ и $n_\mu \neq c k_\mu$, что соответствует таким широко используемым калибровкам, как, например, светоподобная $n^2 = 0$, или калибровка "внешнего импульса" - $n \parallel \mathcal{P}$, где $\mathcal{P}$ – это внешний импульс частицы, мы видим, что при расчетах необходимо учитывать дополнительные, пропорциональные $(n\eta)$ и $(n\eta)^2$ члены в пропагаторе (29), которые не возникают в стандартных пропагаторах.

В заключение отметим, что в этой статье проведена процедура квантования на примере абелева случая. Однако нас здесь интересует построение теории возмущений, в рамках которой квантуются свободные*/, т.е. не самодействующие, калибровочные поля, в то время как нелинейное самодействие калибровочных полей в неабелевом случае, объединяясь с лагранжианом взаимодействия с полями материи, играет роль дополнительного возмущения. Таким образом, уравнения движения, квадратичная форма действия, пропагатор и вторичное калибровочное условие для свободных векторных полей одни и те же как в абелевом, так и в неабелевом случаях. Поэтому в рамках теории возмущений все нетривиальные изменения теории при переходе к неабелеву случаю связаны с духовым сектором теории /5/. Рассмотрению этого вопроса будет посвящена следующая статья.

---

*/ Их нужно отличать от так называемых "чистых" полей Янга-Миллса, т.е. самодействующих калибровочных полей, не взаимодействующих с полями материи.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Доказательство поперечности производящего функционала $R_{(\varphi)}(A;\sigma,\bar\sigma)$, задаваемого соотношением (I8), так же, как и поперечности исходного функционала (I.50), осуществляется с помощью проведения "компенсирующей" замены (3) под знаком функционального интеграла. В результате ее проведения, с учетом поперечности (2) функционала $/A;\sigma,\bar\sigma\gg$, а также тождества $L^{\mu}(\partial_\mu\lambda)=0$, нетрудно получить следующее соотношение для величины $\delta R_{(n)}=R(A+\partial\lambda;\sigma,\bar\sigma)-R(A;\sigma,\bar\sigma)$ в первом порядке по λ:

$$\delta R_{(\varphi)}=\ll A;\sigma,\bar\sigma/\delta(\Phi^{\mu}(B_\mu-A_\mu))\delta(L^{\mu}(B_\mu-A_\mu))\cdot \cdot[g\bar\sigma K_s\lambda\psi-g\bar\psi\lambda K_s\sigma]\gg, \qquad (A.I)$$

где, как и раньше, символ $\ll A;\sigma,\bar\sigma/F\gg$ означает правую часть (I8) (или (I.50)), в которой произведение двух δ-функций заменено на функционал F. Соотношение (А.I) – это тождество Уорда для производящего функционала S-матрицы $R_{(\varphi)}(A;\sigma,\bar\sigma)$, и оно аналогично соответствующему стандартному тождеству Уорда[1,2], отличаясь от него наличием дополнительной δ-функции и дополнительного кулоновского взаимодействия под знаком интеграла.

Очевидно, что доказательство поперечности функционала $R_{(\varphi)}(A;\sigma,\bar\sigma)$ по векторному аргументу сводится к доказательству того, что правая часть соотношения (А.I) обращается в нуль при положении полей σ и $\bar\sigma$ на массовую поверхность

$$\delta R_{(\varphi)}(A;\sigma,\bar\sigma)=0,$$

где $K_s\hat\sigma=\hat{\bar\sigma}K_s=0$.

Чтобы убедиться в выполнении этого соотношения, рассмотрим произвольную диаграмму, порождаемую, например, формой

$$\bar\psi\lambda K_s\sigma\equiv\int d^4x_1 d^4x_2\,\bar\psi(x_1)\lambda(x_1)K_s(x_1-x_2)\sigma(x_2), \qquad (A.2)$$

где

$$K_s(x_1-x_2)=K_s\delta(x_1-x_2)=(i\gamma^{\mu}\partial_\mu-m)\delta(x_1-x_2)$$

в правой части соотношения (А.I). Эта диаграмма изображена на рис. I. Сплошной линией на диаграмме изображена свертка (спинорный пропагатор $S_c(x_1-x_2)=iK_s^{-1}(x_1-x_2)$) внутреннего поля $\psi(x_1)$ из формы (А.2) с некоторым другим полем $\bar\psi(x)$, возникающая в результате про-

ведения функционального интегрирования по внутренним спинорным полям ψ, $\bar\psi$; двойной сплошной линией изображено внешнее поле $\sigma(x_2)$ из формы (А.2); пунктирной линией, разделяющей $K_s^{-1}(x-x_1)$ и $K_s(x_1-x_2)$, изображен фактор $\lambda(x_1)$, а блок с символом M изображает остальную часть диаграммы, структура которой не имеет значения. Аналитическое выражение, соответствующее этой диаграмме, имеет вид $\int d^4x\,M(x)\cdot L(x/K_s\sigma)$, где

$$L(x/K_s\sigma)=\int d^4x_1 d^4x_2\,S^c(x-x_1)\lambda(x_1)K_s(x_1-x_2)\sigma(x_2). \qquad (A.3)$$

Переходя в импульсное представление, перепишем (А.3) в виде

$$L(x/K_s\sigma)=\int d^4K\,\lambda(K)\int d^4P\,S_c(P+K)K_s(P)\sigma(P)\exp[i(P+K)x] \qquad (A.4)$$

и вследствие уравнения движения $K_s(P)\hat\sigma(P)=(\gamma^{\mu}P_\mu+m)\hat\sigma(P)$ получим

$$L(x/K_s\sigma)\big|_{\sigma\in MП}=0.$$

Необходимо подчеркнуть, что только наличие фактора λ в (А.I)-(А.4) позволяет нам приравнять нулю левые части этих соотношений после положения поля σ на массовую поверхность. Не будь этого фактора в тождестве Уорда (А.I), ситуация была бы совершенно иной. Так, вместо диаграммы, изображенной на рис. I, мы имели бы ту же диаграмму, но без пунктирной линии, разделяющей факторы K_s и K_s^{-1} (диаграммы такого типа называются "опасными" диаграммами[2]), а вместо соотношений (А.3) и (А.4) мы имели бы соотношения

$$L(x/K_s\sigma)=\int d^4x_1 d^4x_2\,S_c(x-x_1)K_s(x_1-x_2)\sigma(x_2)$$

и

$$L(x/K_s\sigma)=\int d^4P\,S_c(P)K_s(P)\sigma(P)\exp[iPx]$$

соответственно. Таким образом, из последнего соотношения видно, что нуль $(m+\hat P)\sigma(P)$ сокращался бы с полюсом $S_c(P)=(\hat P+m)^{-1}$, вследствие чего соотношение поперечности не выполнялось бы. Таким образом, только наличие фактора λ в правой части тождества Уорда (А.I), что соответствует наличию в координатном представлении выделенной точки (точка x в соотношении (А.3), или дополнительной передачи импульса в импульсном представлении (наличие $S_c(P+K)$ вместо $S_c(P)$ в соотношении (А.4)), делает диаграмму, изображенную на рис. I "неопасной", так как полюс $[(\hat P+\hat K)-m]^{-1}$ оказывается полюсом по другому (сравнительно с $(\hat P+m)\sigma(P)$) аргументу и не сокращает нуль $(\hat P+m)\sigma(P)$.

В заключение отметим, что если над полями интегрирования B_μ, ψ, $\bar\psi$ совершается линейная замена (9), (I0), которая необходима для перехода (I.50)-(I8) к δ-образным калибровочным условиям вида $\varphi^{\mu} B_{\mu} = 0$, то зависимость параметра θ от векторного поля B_{μ} привносит в $\delta R(\varphi)$ дополнительные "опасные" диаграммы, опять-таки порождаемые членами $\bar{\sigma} K_s \psi$ и $\bar{\psi} K_s \sigma$ в (I8), неинвариантными относительно (3). Однако, как сами эти члены, так и порождаемые ими "опасные" диаграммы имеют точно такой же вид, как и в стандартном случае /2/, где доказывается, что наличие "опасных" диаграмм приводит лишь к несущественным ренормировочным преобразованиям внешних фермионных полей σ и $\bar{\sigma}$ в выражении для производящего функционала S- матрицы. Поэтому это доказательство без изменений переносится и на наш случай. Таким образом, строго говоря, в правой части соотношения (I5) нужно заменить $\sigma, \bar{\sigma} \longrightarrow Z\sigma, Z\bar{\sigma}$, где Z - это некоторая линейная операция на множестве решений свободного уравнения $K_s \sigma = 0$, а $\bar{Z} = \gamma^0 Z^+ \gamma^0$ - это дираковски сопряженная операция. Однако мы оставляем значок эквивалентности и в соотношении (I5), имея в виду, что обеим частям этого соотношения соответствует одна и та же ренормированная S-матрица.

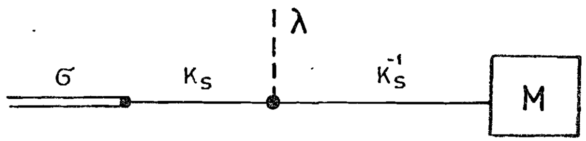

Рис.1

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Докажем, что выражение $\delta_{\mu\nu}(k) = -i\eta_{\mu}\eta_{\nu}/\vec{k}^2$ в пропагаторе (26) и дополнительное "кулоновское взаимодействие" ΔS^{c}_{int} в функционале взаимодействия S^{eff}_{int} эффективно сокращают друг друга, не давая вклада в производящий функционал S -матрицы.
Наиболее удобным для этой цели оказывается представление (20) для $R_{(n)}(A;\sigma,\bar{\sigma})$, которое после восстановления сокращенных обозначений (I.4I) с учетом соотношений (I.37) (23), (26), (28) и (29) запишется в виде

$$R_{(n)}(A;\sigma,\bar{\sigma}) = \exp\Big\{\int d^4x\, d^4y\Big[\frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta\sigma(x)} S_c(x-y)\frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta\sigma(y)}\Big] + \frac{1}{2}\frac{\delta}{\delta A_{\mu}(x)}\Delta^{(n)\,eff}_{\mu\nu}(x-y)\frac{\delta}{\delta A_{\nu}(y)} + \frac{1}{2}\frac{\delta}{\delta A_{\mu}(x)}\delta_{\mu\nu}(x-y)\frac{\delta}{\delta A_{\nu}(y)}\Big\}\cdot \exp\{i[S^{st}_{int}(A;\sigma,\bar{\sigma}) + \Delta S^{c}_{int}(\sigma,\bar{\sigma})]\}, \qquad (\text{Б.I})$$

где $\delta_{\mu\nu}(x-y) = -i\Delta^{-1}(x-y)\eta_{\mu}\eta_{\nu}$ - фурье-прообраз выражения (29), $S^{st}_{int}(A;\sigma,\bar{\sigma}) = g\int d^4x[J^{\mu}_{Ph}(x)A_{\mu}(x)]$ стандартный функционал взаимодействия, $\Delta S^{c}_{int}(\sigma,\bar{\sigma}) = -(g^2/2)\int d^4x\, d^4y[J_0^{Ph}\Delta^{-1}J_0^{Ph}]$ - "кулоновское взаимодействие", $J^{Ph}_{\mu} = \bar{\sigma}\gamma_{\mu}\sigma$ -физический спинорный ток, а $\Delta^{-1}(x-y)$ -функция Грина оператора Лапласа.

Раскладывая в ряд по константе связи правую часть соотношения (Б.I), после проведения несложных преобразований получим в порядке g^2 соотношение

$$R_{(n)}(A;\sigma,\bar{\sigma}/S^{eff}_{int},\Delta^{(n)}_{\mu\nu}) = R^{eff}_{(n)}(A;\sigma,\bar{\sigma}/S^{st}_{int},\Delta^{(n)\,eff}_{\mu\nu}) + \Delta R_{(n)}(A;\sigma,\bar{\sigma}/\Delta S^{c}_{int},\delta_{\mu\nu}). \qquad (\text{Б.2})$$

Здесь величина $R^{eff}_{(n)}(A;\sigma,\bar{\sigma}/S^{st}_{int},\Delta^{(n)eff}_{\mu\nu})$ равна правой части соотношения (Б.I), в которой отсутствуют последние слагаемые в показателях экспонент, а величина $\Delta R_{(n)}$ равна

$$\Delta R_{(n)} = -\frac{ig^2}{2}J_0^{Ph}\Delta^{-1}J_0^{Ph} + \frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta\sigma}S_c\frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta\bar{\sigma}}\Big(-\frac{ig^2}{2}J_0^{Ph}\Delta^{-1}J_0^{Ph}\Big) + \frac{1}{2}\Big[\Big(\frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta\sigma}S_c\frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta\bar{\sigma}}\Big)^2\Big(-\frac{ig^2}{2}J_0^{Ph}\Delta^{-1}J_0^{Ph}\Big)\Big] + \qquad (\text{Б3})$$

$$
+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta\sigma} S_c \frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta\bar{\sigma}}\right)\left(\frac{\delta}{\delta A_\mu}\delta_{\mu\nu}\frac{\delta}{\delta A_\nu}\right)\left(-\frac{g^2}{2}\left(J^\mu_{ph}A_\mu\right)^2\right)\right]+
$$

$$
+\frac{1}{2}\left[\frac{\delta}{\delta A_\mu}\delta_{\mu\nu}\frac{\delta}{\delta A_\nu}\left(-\frac{g^2}{2}\left(J^\mu_{ph}A_\mu\right)^2\right)\right].
$$

Нетрудно видеть, что первое и пятое, второе и четвертое слагаемые в соотношении (Б.3) взаимно сокращаются, а третье слагаемое, представленное суммой двух диаграмм, изображенных на рисунке 2, равно нулю в силу теоремы Фарри.

Таким образом, мы продемонстрировали доказательство выполнения равенства

$$
R_{(n)}\left(A;\sigma,\bar{\sigma}/S^{eff}_{int},\Delta^{(n)}_{\mu\nu}\right)=R_{(n)}\left(A;\sigma,\bar{\sigma}/S^{st}_{int},\Delta^{(n)eff}_{\mu\nu}\right) \tag{Б.4}
$$

во втором порядке по g. Доказательство (Б.4) в следующих порядках проводится совершенно аналогично.

Авторы благодарны А.А.Славнову и С.А.Фролову за полезные обсуждения.

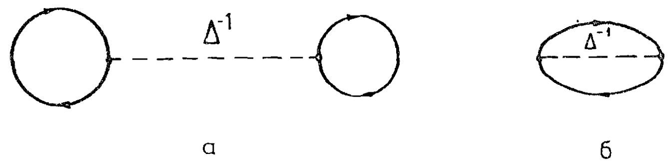

Рис.2

Литература

1. Славнов А.А. - ТМФ, 1972, 10, № 2, 153-161.
2. Васильев А.Н., Письмак Ю.М. Вестник ЛГУ, № 10, 7-13, 1975, № 16, 7-12.
3. Skachkov N.B., Shevchenko O.Yu. Secondary gauge conditions, in field theory:Preprint E2-87-368, Dubna, JINR, 1987.
4. Попов В.Н., Фаддеев Л.Д. Препринт ИТФ АН УССР, Киев, 1967.
5. Славнов А.А., Фаддеев Л.Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1978.
   Попов В.Н. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. М.: Атомиздат, 1976.
6. Muller V.F., Ruhl W. - Ann. Phys. (N.Y.), 1981, I333, No 2, 240-285.
   Caracciolo S., Girci G., Menotti R.- Phys. Lett., 1982, 113B, No4, 311-314.
7. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976.
8. Konetshny W., Kummer W. - Nucl. Phys., 1976, B108, No 3, 397-408.
9. Сисакян А.Н., Скачков Н.Б., Шевченко О.Ю. ОИЯИ, Р2-87-728, Дубна, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 октября 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
-	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/	13 р.50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.
Д9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. /2 тома/	13 р.45 к.
Д7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986	7 р.10 к.
Д2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа-86". Дубна, 1986	4 р.45 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Сисакян А.Н., Скачков Н.Б., Шевченко О.Ю. Р2-87-729

Квантование калибровочных полей с учетом вторичных калибровочных условий.
Первичные калибровки вида $\Phi^{\mu}B_{\mu} = 0$

Для всех линейных по калибровочному полю /первичных/ калибровочных условий вида $\Phi^{\mu}B_{\mu} = 0$ получены выражения для производящих функционалов S-матрицы и функций Грина, которые помимо $\delta(\Phi^{\mu}B_{\mu})$ дополнительно содержат δ-функцию, обеспечивающую выполнение закона Гаусса под знаком функционального интеграла по векторному полю B_{μ}.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Sissakian A.N., Skachkov N.B., Shevchenko O.Yu. P2-87-729

Quantization of Gauge Fields under Secondary Gauge conditions.
Primary gauges of the form $\Phi^{\mu}B_{\mu} = 0$

For all primary-gauge conditions, linear in the gauge fields, of the form $\Phi^{\mu}B_{\mu} = 0$, expressions are obtained for the generating functionals of S-matrix and Green functions which, in addition to $\delta(\Phi^{\mu}B_{\mu})$, contain also a delta-function guaranteeing fulfilment of the Gauss law in the functional integral over the vector field B_{μ}.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987