объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-87-716

Н.С.Шавохина

АРЕАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Направлено в Оргкомитет рабочего совещания
"Гравитация и электромагнетизм", Минск,
сентябрь 1987 г.

1987

В релятивистской физике действие для одной материальной точки [I,2] пропорционально длине времениподобной линии Γ [3,4], представляющей собой мировую траекторию материальной точки между двумя произвольными мгновениями времени. Коэффициентом пропорциональности служит масса бесструктурной частицы, образом которой является материальная точка. Из вариационного принципа минимума действия следуют уравнения движения материальной точки. Свободные частицы движутся по геодезическим линиям пространства-времени. Задание массы эквивалентно заданию масштаба (единицы длины) на ее траектории. Из вышеизложенного следует вывод: чтобы задать движение бесструктурной частицы необходимо уметь измерять длину линий в пространстве-времени. Масса частицы фиксирует единицу длины.

В работах [5-I3] исследована модель взаимодействия двух бесструктурных частиц в мирах, где определены длина линии и площадь поверхности, которые и определяют характер взаимодействия и закон движения частиц. Областью задания действия такой системы является лента событий [5,6] между двумя произвольными мгновениями времени. Лента событий представляет собой открытую область ориентированной времениподобной поверхности, боковыми границами которой служат траектории частиц. Открытая область двумерной поверхности передает действие частиц друг на друга (парное взаимодействие). Из принципа наименьшего действия следует, что математической моделью указанной системы двух частиц является краевая задача для минимальной поверхности двух измерений. Граничные условия дают закон движения взаимодействующих частиц. Отсюда следует, что в плоском пространстве-времени силы, возникающие в системе, являются удерживающими, т.е. не дают частицам разлететься. Эти силы, приложенные к частицам, ортогональны мировым траекториям частиц, постоянны по модулю, лежат в касательной плоскости к минимальной поверхности и направлены внутрь ленты событий относительно ее границ.

Две материальные точки с заданным законом взаимодействия образуют структурную (или составную) частицу. Ее образом в пространстве-времени служит лента событий, в произвольном пространственном сечении $t = const$ которой лежит пространственноподобная [3,4] линия конечной длины. Такая структурная частица в плоском мире представляет собой релятивистский пространственно-ограниченный объект. Пространственно-ограниченным будем называть такой релятивистский объект, пространственно-временной образ которого в произвольном пространственном сечении $t = const$ имеет геометрическую фигуру конечных размеров. Структурная частица как целое характеризуется лоренц-инвариантным вектором энергии-импульса и бивектором момента. Ее масса определяется как длина вектора энергии-импульса. Она не равна сумме масс составляющих частиц. Отметим, что действие в указанной задаче двух тел совпадает с действием конечной струны с массами на концах [I4].

В работах [I5,I6] исследована задача трех тел с тройными и парными взаимодействиями между ними в мирах, где определены площади поверхностей одного, двух и трех измерений. Поверхность одного измерения по определению есть линия, а ее площадь совпадает с длиной. Действие такой системы сосредоточено на призме событий [I6] между двумя произвольными мгновениями времени. Призма событий может служить образом указанной системы из трех материальных точек. Она представляет собой открытую область трехмерной ориентированной времениподобной поверхности, которая передает тройное взаимодействие, ограниченную с боков тремя лентами событий частиц, взятых по две из трех исходных. Три ребра призмы событий являются траекториями взаимодействующих частиц. Каждое ребро является общей границей двух соответствующих лент событий.

Математической моделью рассматриваемой системы трех тел является краевая задача для минимальной поверхности трех измерений, что немедленно следует из принципа наименьшего действия. Граничные условия дают закон движения частиц. В плоском мире силы, действующие в системе трех частиц, удерживают их на ограниченном пространственном расстоянии друг от друга. Можно сказать, что рассмотренная система трех взаимодействующих материальных точек образует структурную (составную) частицу. Такая частица в мире Пуанкаре-Минковского представляет собой релятивистский пространственно-ограниченный объект, поскольку в пространственном сечении $t = const$ призмы событий всегда лежит мембрана конечной площади. Если граница мембраны гладкая, то такой пространственно-ограниченный релятивистский объект не содержит внутри себя частиц. Как целое, структурные частицы, как с гладкими, так и с негладкими границами, характеризуются лоренц-инвариантными энергией, импульсом, моментом и массой.

Краевая задача для трехмерной минимальной поверхности является общей математической моделью для двух различных систем взаимодействующих объектов: во-первых, системы из трех материальных точек с парными и тройным взаимодействием между ними; во-вторых, системы из трех структурных частиц, представляемых лентами событий, с тройным взаимодействием между ними. На жаргоне можно сказать, что вторая система состоит из трех взаимодействующих через минимальную трехмерную поверхность струн.

Если сопоставить все три вышерассмотренные системы из одной, двух и трех взаимодействующих частиц, то нетрудно заметить в них общую закономерность и наметить путь построения обобщающей и содержащей их модели, в которой будет использоваться только понятие меры площади k-мерных поверхностей, вложенных в пространство-время. Такая модель в работе /I7/ была названа ареальной, а объекты, которые она описывает - ареальными объектами. Название происходит от латинского слова "area" - площадь. В работе /I7/ была построена ареальная модель взаимодействия четырех материальных точек в четырехмерном пространстве-времени. В ареальной модели система из числа частиц, равного размерности пространства-времени, со взаимодействием, кратность которого также равна размерности пространства-времени, имеет выделенный характер, поскольку взаимодействий кратности выше, чем размерность самого пространства-времени, в ареальной модели не существует. В силу чего ареальные объекты с четверным взаимодействием в четырехмерном мире имеют ряд характерных черт.

Приведем основные свойства ареальных объектов с четверным взаимодействием и затем выделим их специфические свойства в четырехмерных мирах. Во-первых, ареальные объекты с четверным взаимодействием описываются краевой задачей для четырехмерной минимальной поверхности. Во-вторых, пространственно-временным образом такого объекта служит четырехпризма событий. Четырехпризма событий представляет собой открытую область четырехмерной минимальной времениподобной поверхности, передающей четверное взаимодействие и ограниченной шестью призмами событий. Призмы событий передают тройные взаимодействия частиц, взятых по три из четырех исходных. Каждая из шести лент событий частиц, взятых по два из четырех, передающих парные взаимодействия этих частиц, являются общими границами двух соответствующих призм событий. Четыре ребра четырехпризмы служат траекториями частиц и являются общими границами для трех соответствующих лент событий. В сечении $t = const$ четырехпризмы лежит объемная фигура конечных размеров. Действие системы из четырех точек в ареальной модели сосредоточено на четырехпризме событий между двумя произвольными мгновениями времени.

В-третьих, краевая задача для четырехмерной минимальной поверхности является общей математической моделью для следующих систем взаимодействующих объектов: I) четырех материальных точек с четверным, тройными и парными взаимодействиями; 2) шести структурных частиц-струн, представляемых лентами событий, с тройными и четверным взаимодействием; 3) шести структурных частиц - мембран, представляемых

трехпризмами событий, с четверным взаимодействием между ними.

В-четвертых, ареальный объект с четверным взаимодействием является пространственно-ограниченным объектом, поскольку в сечении $t = const$ четырехпризмы событий лежит трехмерная фигура конечного объема. Если граница четырехпризмы является гладкой, то ареальный объект с четверным взаимодействием не содержит точечных масс.

В-пятых, ареальный объект, с четверным взаимодействием, как целое в плоском пространстве-времени имеет лоренц-инвариантные вектор энергии импульса и бивектор момента. Масса составной частицы, как всегда, равна длине вектора энергии-импульса.

В четырехмерных мирах, к которым принадлежат мир Пуанкаре-Минковского специальной теории относительности, мир Галилея-Ньютона классической механики и римановы миры общей теории относительности, четверное взаимодействие передает само пространство-время. Уравнение для минимальной поверхности четырех измерений обращается в тождество. Динамику ареальных объектов с четверным взаимодействием описывают граничные условия. В пространственном сечении релятивистских ареальных объектов лежат аналоги мешков /I8/ или пузыри /I7/, в зависимости от негладкости или гладкости границы четырехпризмы событий. Мешки содержат внутри себя частицы, пузыри - не содержат. Пузыри бывают двух видов. Один вид пузырей описывает краевая задача при условии, что массы материальных точек равны нулю и наложены соответствующие условия гладкости границ. Другой вид пузырей описывает краевая задача, при условии, что наряду с массами равны нулю и постоянные парных взаимодействий и наложены соответствующие условия гладкости границ.

Выше подробно перечислены все возможные пространственно-ограниченные объекты, которые описываются ареальными моделями в четырехмерных мирах. Особое внимание уделено релятивистским ареальным объектам. Это позволяет дальше построить общую ареальную модель взаимодействия k частиц в n -мерном пространстве-времени ($n > 4$), перечислить все возможные пространственно-ограниченные объекты в этой модели и привести их свойства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пуанкаре А. Динамика электрона// Избранные труды. М: Наука. 1974. С.429-432.
2. Пуанкаре А. О динамике электрона// Избранные труды. М: Наука. 1974. С.433-486.
3. Минковский Г. Пространство и время // Новые идеи в математике. С.П.Б.: 1914. Вып. У. С.I-2I.

4. Эйзенхарт Л.П. Риманова геометрия. М.: И.Л.1948.
5. Черников Н.А. Шавохина Н.С. Пример релятивистской задачи двух тел. I. Краевая задача для минимальной поверхности // ТМФ. 1980. т.4I, №I. С.59-70.
6. Черников Н.А. Шавохина Н.С. Пример релятивистской задачи двух тел. II. Уравнения движения // ТМФ. 1980. т.43, № 3. С.356-366.
7. Шавохина Н.С. Система уравнений с отклоняющимся аргументом в релятивистской задаче двух тел: Препринт ОИЯИ. Р2-80-76. Дубна: 1980.
8. Шавохина Н.С. Краевая задача для минимальной поверхности в трехмерном мире Минковского // Изв. ВУЗов. Физика. 198I. № 7. С.9I-93.
9. Шавохина Н.С. Релятивистская задача двух одинаковых тел с постоянной по величине силой притяжения // ДАН СССР. 1983. т.265, № 4. С.852-856.
I0. Шавохина Н.С. Одномерное релятивистское движение двух тел с постоянной по модулю силой взаимодействия // Изв.ВУЗов. Физика. 1982. № 7. С.66-69.
II. Шавохина Н.С. Круговое релятивистское движение двух одинаковых тел // Изв.ВУЗов. Физика. 1983. № 7. С.46-5I.
I2. Шавохина Н.С. О круговом релятивистском движении двух одинаковых тел: Препринт ОИЯИ. Р2-82-23I. Дубна: 1984. // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. Под редакцией К.П.Станюковича. М.: Энергоатомиздат. 1984. Вып.I4. С.I4I-I48.
I3. Шавохина Н.С. Релятивистская задача двух одинаковых тел с собственной осью времени на поверхности взаимодействия: Препринт ОИЯИ. Р2-85-I83. Дубна: 1985.
I4. Барбашов Б.М., Нестеренко В.В. Модель релятивистской струны в физике адронов. М.: Энергоатомиздат. 1987.
I5. Шавохина Н.С. Вариационный метод описания системы трех кварков: Препринт ОИЯИ. Р2-84-67. Дубна: 1984. // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц Под редакцией К.П.Станюковича. М.: Энергоатомиздат. 1985. Вып.I5. С.I89-I96.
I6. Шавохина Н.С. Тройное взаимодействие частиц в мире Галилея-Ньютона: Сообщение ОИЯИ. Р2-86-636. Дубна: 1986.
I7. Шавохина Н.С. Четверное взаимодействие частиц в релятивистской механике: Сообщение ОИЯИ. Р2-87-39I. Дубна; 1987.
I8. Боголюбов П.Н. Уравнения для связных состояний (кварков) // ЭЧАЯ. 1972. т.3, № I. С.I44-I74.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 сентября 1987 года.

Шавохина Н.С. Р2-87-716

Ареальные модели релятивистских пространственно-ограниченных объектов

В мире Пуанкаре-Минковского представлены все возможные объекты, в пространственном сечении которых лежат геометрические фигуры конечных размеров и для математического моделирования которых используются метрические понятия пространства-времени, такие, как длина линии, площадь поверхностей двух и трех измерений и объем самого пространства-времени. Все перечисленные объекты описываются краевой задачей для минимальных поверхностей различных размерностей.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Т.Ю

Shavokhin ... P2-87-716

Areal Mod

In th ... ts are
presented, ... igures of
finite dim ... eans of the
metric con ... the area of
surfaces o ... space-time
itself. Al ... the boundary-
value prob

The i ... f Nuclear
Problems,

4. Эйзенхарт Л.П. Риманова геометрия. М.: И.Л.1948.
5. Черников Н.А. Шавохина Н.С. Пример релятивистской задачи двух тел. I. Краевая задача для минимальной поверхности // ТМФ. 1980. т.41, №1. С.59-70.
6. Черников Н.А. Шавохина Н.С. Пример релятивистской задачи двух тел. II. Уравнения движения // ТМФ. 1980. т.43, № 3. С.356-366.
7. Шавохина Н.С. Система уравнений с отклоняющимся аргументом в релятивистской задаче двух тел: Препринт ОИЯИ. Р2-80-76. Дубна: 1980.
8. Шавохина Н.С. Краевая задача для минимальной поверхности в трехмерном мире Минковского // Изв. ВУЗов. Физика. 1981. № 7. С.91-93.
9. Шавохина Н.С. Релятивистская задача двух одинаковых тел с постоянной по величине силой притяжения // ДАН СССР. 1983. т.265, № 4. С.852-856.
10. Шавохина Н.С. Одномерное релятивистское движение двух тел с постоянной по модулю силой взаимодействия // Изв.ВУЗов. Физика. 1982. № 7. С.66-69.
11. Шавохина Н.С. Круговое релятивистское движение двух одинаковых тел // Изв.ВУЗов. Физика. 1983. № 7. С.46-51.
12. Шавохина Н.С. О круговом релятивистском движении двух одинаковых тел: Препринт ОИЯИ. Р2-82-231. Дубна: 1984. // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. Под редакцией К.П.Станюковича. М.: Энергоатомиздат. 1984. Вып.14. С.141-148.
13. Шавохина Н.С. Релятивистская задача двух одинаковых тел с собственной осью времени на поверхности взаимодействия: Препринт ОИЯИ. Р2-85-183. Дубна: 1985.
14. Барбашов Б.М., Нестеренко В.В. Модель релятивистской струны в физике адронов. М.: Энергоатомиздат. 1987.
15. Шавохина Н.С. Вариационный метод описания системы трех кварков: Препринт ОИЯИ. Р2-84-67. Дубна: 1984. // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц Под редакцией К.П.Станюковича. М.: Энергоатомиздат. 1985. Вып.15. С.189-196.
16. Шавохина Н.С. Тройное взаимодействие частиц в мире Галилея-Ньютона: Сообщение ОИЯИ. Р2-86-636. Дубна: 1986.
17. Шавохина Н.С. Четверное взаимодействие частиц в релятивистской механике: Сообщение ОИЯИ. Р2-87-391. Дубна; 1987.
18. Боголюбов П.Н. Уравнения для связных состояний (кварков) // ЭЧАЯ. 1972. т.3, № 1. С.144-174.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 сентября 1987 года.

Шавохина Н.С. Р2-87-716

Ареальные модели релятивистских пространственно-ограниченных объектов

В мире Пуанкаре-Минковского представлены все возможные объекты, в пространственном сечении которых лежат геометрические фигуры конечных размеров и для математического моделирования которых используются метрические понятия пространства-времени, такие, как длина линии, площадь поверхностей двух и трех измерений и объем самого пространства-времени. Все перечисленные объекты описываются краевой задачей для минимальных поверхностей различных размерностей.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Shavokhina N.S. P2-87-716

Areal Models of Relativistic Space-Finite Objects

In the Poincaré-Minkowski space-time, all possible objects are presented, spatial cross sections of which are geometrical figures of finite dimensions and which are mathematically modelled by means of the metric concepts of space-time, such as the length of a line, the area of surfaces of two and three dimensions, and the volume of the space-time itself. All the above-listed areal objects are described by the boundary-value problem for minimal surfaces of various dimensions.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.