

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

П 265

P2-87-674

В.Н.Первушин, В.Каллис, Нгуен Суан Хан,  
Н.А.Сариков\*

КВАНТОВАЯ ХРОМОСТАТИКА  
КАК НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ АДРОНОВ

Направлено в "International Journal of Modern Physics A" и в оргкомитет VIII Международного совещания по проблемам квантовой теории поля, Алушта, 10-16 октября 1987 г.

---

\* Институт ядерной физики АН УзССР, Ташкент

## I. Введение

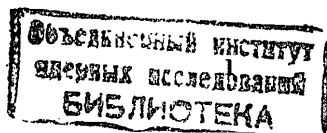
Актуальными проблемами КХД является обоснование конфайнмента, вычисление спектра адронов, а также вывод феноменологических киральных лагранжианов непосредственно из КХД. Все попытки решения этих проблем, как правило, сопровождаются рядом предположений, которые не вытекают прямо из первых принципов КХД и носят феноменологический характер. Главный недостаток этих попыток - отсутствие конструктивного метода оценки точности применяемых приближений, из-за чего нельзя указать на конкретный эксперимент, в котором можно было бы проверить правильность исходных предположений<sup>х)</sup>. Напомним, что в КЭД такими экспериментами являются измерение лэмбовского сдвига в атомном спектре или статических характеристик лептонов. Иными словами, КЭД удовлетворяет принципу верификации.

В настоящей работе в качестве низкоэнергетического приближения КХД, которое удовлетворяло бы принципу верификации, предлагается использовать квантовую хромостатику (КХС), т.е. такое приближение КХД, согласно которому временная компонента глюонного поля доминирует над пространственными компонентами. В этом приближении лагранжиан КХД по форме совпадает с лагранжианом электростатического приближения КЭД с точностью до суммирования по цветовым индексам. Напомним, что в электростатике временная компонента электромагнитного поля, удовлетворяющая уравнению Гаусса, ведет к кулоновскому потенциалу, который является непертурбативным фоном при вычислении спектра связанных состояний фермионов в этом потенциале.

Основная идея работы состоит в использовании наиболее общего решения уравнения Гаусса. Как было показано в работах<sup>2,3,4</sup>, таким решением является сумма кулоновского и осцилляторного потенциалов.

В настоящее время потенциалы такого рода широко используются для описания спектра легких<sup>5,6</sup> и тяжелых<sup>7</sup> кваркониюв. Как правило, осцилляторный потенциал (как и все растущие потенциалы) рассматривается как непертурбативный эффект суммирования бесконечного числа диаграмм, статус которого корректно не определен<sup>5,6</sup>. При этом осцилляторный потенциал применяется скорее как феноменологическая модель, цель которой максимально точно вычислить спектр адронов уже в рамках нерелятивистского приближения. Однако проблема релятивистского описа-

х) Исключением является КХД-вычисления на решетке. Однако в этом подходе до сих пор не решена проблема перехода к континуальному пределу: полученные результаты в этом пределе соответствуют тривиальному случаю свободной теории /1/.



ния связанных состояний кварков<sup>х)</sup> и самих глюонов в этой модели остается нерешенной.

В данной работе введение дополнительного осцилляторного потенциала трактуется как инфракрасное доопределение кулоновского потенциала (путем учёта решения однородного уравнения Гаусса)<sup>/2,3,4/</sup>. Такая точка зрения по сравнению с "непертурбативной" обладает существенным преимуществом, поскольку даёт возможность применить методы релятивистского операторного квантования хромодинамики для релятивизации волновой функции кваркония и описания глюонных возбуждений в том же хромостатическом приближении. Мы будем использовать один из таких методов, т.н. "минимальное квантование", который был предложен в работах<sup>/3,4/</sup>.

Если мы рассматриваем осцилляторный потенциал как приближение хромостатики, то на первом этапе можем требовать от теории не максимально точного количественного описания спектра наблюдаемых адронов, а качественного объяснения всей низкоэнергетической адронной физики (включая феноменологические лагранжианы и конфайнмент)<sup>/9/</sup>.

Основная цель настоящей работы - сформулировать по аналогии с КЭД теорию возмущений в КХД как разложение по пространственным компонентам глюонного поля и обсудить возможность единого описания низкоэнергетической адронной физики в приближении квантовой хромостатики.

В разделе 2 мы кратко опишем метод релятивистского операторного квантования, основанного на явном решении уравнения Гаусса<sup>/3/</sup>.

В разделе 3 сформулируем приближение квантовой хромостатики в терминах биллокальных переменных, обсудим описание спектра кваркония и спонтанное нарушение киральной симметрии.

В разделе 4 будет дано обоснование киральных феноменологических лагранжианов.

В разделе 5 представлена хромостатика глюонов, выведены основные уравнения низкоэнергетической глюодинамики и модификация формулы асимптотической свободы.

Раздел 6 посвящен формулировке проблемы конфайнмента и её решению в рамках КХС.

х) Попытка релятивизации в такой модели волновой функции пиона в<sup>/16/</sup> привела к неправильному закону дисперсии.

## 2. "Минимальное" квантование неабелевой теории

Калибровочно-инвариантная и релятивистски-ковариантная схема канонического квантования, основанная на явном решении уравнения связи (уравнения Гаусса) и принципе калибровочной инвариантности (которая получила название "Минимальное" квантование") была предложена и подробно описана в работах<sup>/3,4/</sup>. Здесь мы перечислим её основные положения и особенности, на основе которых будет исследовано низкоэнергетическое поведение квантовой хромодинамики.

Рассмотрим неабелеву теорию с лагранжианом.

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + \bar{\Psi} (i \not{D} - \bar{m}_0) \Psi, \quad (1)$$

где

$$\not{D} = \gamma_\mu \nabla_\mu, \quad \nabla_\mu = \partial_\mu + \hat{A}_\mu, \quad \hat{A}_\mu = e \frac{A_\mu^a \lambda^a}{2i}, \quad (2)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{A}_\nu - \partial_\nu \hat{A}_\mu + e [\hat{A}_\mu, \hat{A}_\nu],$$

( $A_\mu^a$  - калибровочные поля,  $\Psi$  - поле спинора, а  $\bar{m}_0$  - соответствующая ему массовая матрица), который инвариантен относительно калибровочных преобразований.

$$\hat{A}_\mu^g = g (\hat{A}_\mu + \partial_\mu) g^{-1}, \quad \Psi^g = g \Psi, \quad (3)$$

где  $g(x)$  - матрица со значениями в группе  $SU(N)$ . Лагранжиан (1) не содержит производной по времени от поля  $A_0$ , вследствие чего канонический импульс равен нулю. Переменные  $A_0$  исключаются из лагранжиана с помощью уравнения связи (уравнения Гаусса)

$$\frac{\delta S}{\delta A_0^a} = 0 \Rightarrow (\nabla_i^2 A_0)^a = \nabla_i^{ab} \partial_0 A_i^b + e j_0^a, \quad (4)$$

где  $S = i \int \mathcal{L}(x) d^4x$  - действие,  $j_0^a = \bar{\Psi} \gamma_0 \frac{\lambda^a}{2} \Psi$  фермионный ток,  $\nabla_i^{ab} = \nabla_i^{ab}(A) = \delta^{ab} \partial_i + e f^{abc} A_i^c$ . Формальное решение уравнения (4) (с точностью до решения однородного уравнения  $\nabla_i^2 \Phi = 0$ ) имеет вид

$$A_0^a = \left[ \frac{1}{\nabla_i^2} \right]^{ab} \left[ (\nabla_k \partial_0 A_k)^b + e j_0^b \right]. \quad (5)$$

Подстановка решений (5) в калибровочно-инвариантные лагранжиан (1) и тензор энергии-импульса Белинфанте

$$T_{\mu\nu} = F_{\mu\lambda} F_{\lambda\nu} + \bar{\Psi} (i \delta_{\mu\nu} \nabla_\nu) \Psi - g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \frac{i}{4} \partial_\lambda (\bar{\Psi} \Gamma_{\lambda\mu\nu} \Psi), \quad (6)$$

$$\left( \text{где } \Gamma_{\lambda\mu\nu} = \frac{1}{2} [\delta_{\lambda\mu} \delta_{\nu} + g_{\mu\nu} \delta_\lambda - g_{\nu\lambda} \delta_\mu] \right).$$

позволяет выразить их исключительно в терминах калибровочно-инвариантных функционалов от исходных полей<sup>10,2,3/</sup>  $A, \Psi$ :

$$\begin{aligned} \hat{A}_i^I &= U_I(A) (\hat{A}_i + \partial_i) U_I(A)^{-1}, \\ \Psi^I &= U_I(A) \Psi, \end{aligned} \quad (7)$$

где матрица  $U_I(A)$  имеет вид

$$U_I(A) = T \exp \left\{ \int dt' \frac{1}{V_i^2} \nabla_K \partial_0' \hat{A}_K \right\} \quad (8)$$

$$\text{или } \partial_0 U_I(A) = U_I(A) \cdot \left[ \frac{1}{V_i^2} \nabla_K \partial_0' \hat{A}_K \right],$$

( $T$  — оператор временного упорядочения, интеграл  $\int dt' f(t') = F(t)$  надо понимать в смысле неопределенного интеграла, т.е.  $\frac{d}{dt} F(t) = f(t)$ ). Калибровочно-инвариантные переменные  $A_i^I$  тождественно удовлетворяют условию

$$\nabla_i(\hat{A}) \partial_0 A_i^I = 0, \quad \int dt' \nabla_i(A^I) \partial_0' A_i^I = 0. \quad (9)$$

Калибровочное условие (9) является здесь следствием, а не исходным предположением, т.е. явное решение одного лишь уравнения Гаусса позволяет для калибровочно-инвариантных лагранжиана и тензора Беллифанте устранять две нефизические степени свободы ( $A_0$  и (9) и зафиксировать калибровку динамически. (Этот результат становится очевидным фактом для электромагнитного поля, когда подстановка решения уравнения Гаусса  $A_0 = (\frac{1}{\partial^2}) \partial_K A_K$  в напряженность  $F_{0i} = \partial_0 A_i - \partial_i A_0$  приводит к выражению, зависящему от чисто поперечной переменной  $F_{0i} = \partial_0 A_i^T$ , где  $A_i^T = (\delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial^2} \partial_j) A_j$ , не зависящему от  $A_0$  и продольной компоненты  $\partial_i A_i$ ).

Физические калибровочно-инвариантные поля  $A_i^I$  и  $\Psi^I$ , вообще говоря, определены с точностью до точечных преобразований

$$\begin{aligned} \hat{A}_i^T &= U_T(A^I) (\hat{A}_i^I + \partial_i) U_T(A^I)^{-1}, \\ \Psi^T &= U_T(A^I) \Psi^I. \end{aligned} \quad (10)$$

В частности, можно найти явное точечное преобразование с  $U_T$ , удовлетворяющим уравнению

$$\partial_i U_T = U_T \partial_i \left( \frac{1}{\nabla^2} \partial_K \hat{A}_K^I \right), \quad \nabla \partial = \nabla_K \partial_K,$$

которое ведет к линейному условию

$$\partial_i A_i^I = U_T [\partial_i \hat{A}_i^I - \nabla_i U_T^{-1} \partial_i U_T] U_T^{-1} = 0 \quad (11)$$

и допускает проведение канонического квантования. Важно отметить, что поперечные переменные (10) здесь выделены принципом соответствия с первым порядком теории возмущения ( $e=0$ ), в котором поперечные (10) и калибровочно-инвариантные переменные  $A_i^T, \Psi^T$  совпадают. В терминах поперечных переменных (10) гамильтониан и импульс имеют вид

$$H = \int d^3x T_{00} = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} F_{0i}^2 + \frac{1}{4} F_{ij}^2 + \bar{\Psi}^T [i \gamma_K \nabla_K(A^T) + \bar{m}_0] \Psi^T \right\}, \quad (12)$$

$$P_K = \int d^3x T_{0K} = \int d^3x \left[ F_{0i} F_{iK} + i \bar{\Psi}^T \nabla_K(A^T) \Psi^T \right],$$

где

$$F_{0i}^a = E_i^{T^a} + e \partial_i \left( \frac{1}{\nabla^2} J_0 \right)^a, \quad (13)$$

$$J_0^a = j_0^a + f^{abc} E_i^{T^b} A_i^{T^c}, \quad (14)$$

$E_i^{T^a}$  — канонически сопряженная к  $A_i^{T^a}$  переменная. По самому построению нелокальных калибровочно-инвариантных переменных,  $E_i^{T^a} = \dot{A}_i^{T^a}$  и  $A_i^{T^a}$  тождественно удовлетворяют условию поперечности  $\partial_i E_i^{T^a} = \partial_i A_i^{T^a} = 0$ . Для квантования этих переменных необходимо использовать нелокальные коммутационные соотношения

$$i [E_i^{T^a}(\vec{x}, t), A_j^{T^b}(\vec{y}, t)] = \delta^{ab} \delta_{ij}^T \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), \quad (15)$$

$$\delta_{ij}^T = \left( \delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial^2} \partial_j \right).$$

В этом случае схема квантования в терминах  $A_i^T, E_i^T$  и  $\Psi^T$ , как было показано в<sup>13/</sup>, совпадает со схемой операторного квантования Швингера<sup>11/</sup>.

Важно подчеркнуть, что в этой схеме квантования релятивистское преобразование сопровождается калибровочным поворотом

$$\begin{aligned} i\epsilon_K [M_{0k}, A_i^{Ta}] &= \delta_L^0 A_i^{Ta} + \nabla_i^{ab} \Lambda^b, \\ i\epsilon_K [M_{0k}, \psi^T] &= \delta_L^0 \psi^T + i\Lambda \psi^T. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь  $\delta_L^0$  - обычное преобразование Лоренца с параметром  $\epsilon_K$ ,  $M_{0k}$  - тензор Лоренца,

$$\begin{aligned} M_{0k} &= x_k H - t P_k + \int d^3x (y_k - x_k) T_{00}, \\ \hat{\Lambda} &- \text{калибровочное преобразование, } \hat{\Lambda} = e \frac{\Lambda^a \lambda^a}{2i}, \\ \Lambda^a &= \frac{\epsilon_K}{V\partial} (A_{,k}^{Ta} + \partial_k A_0^{Ta}), A_0^{Ta} = \frac{e}{V\partial} \partial_i^2 \left( \frac{1}{V\partial} J_0^a \right). \end{aligned} \quad (17)$$

В результате дополнительного калибровочного поворота преобразованное поле снова становится поперечным в новой системе координат. Нелокальные релятивистские преобразования операторов полей (17) по форме воспроизводят преобразования Лоренца классических нелокальных переменных (10), индуцируемых обычными преобразованиями Лоренца исходных полей теории ( $A_\mu$  и  $\psi$ ). В этом смысле схема "минимального квантования" оказывается более последовательной, чем общепринятое квантование Дирака (с неявным решением связи), в котором совпадение преобразований квантованных полей с классическим выполняется лишь на уровне средних.

Следует отметить, что обычные трансформационные свойства поперечных локальных переменных Швингера /II/ на классическом уровне отличаются от свойств нелокальных переменных ( $A_i^T$ ,  $E_i^T$  и  $\psi^T$ ), построенных с помощью явного решения уравнения Гаусса.

Кроме того, явное решение уравнения Гаусса при минимальном квантовании содержит дополнительную информацию, обусловленную однородными решениями. Как увидим ниже, эти однородные решения дают инфракрасное доопределение кулоновского потенциала и допускают новый механизм конфайнмента, адекватный кварк-адронной дуальности.

Мы будем называть минимальное квантование хромодинамики с такими доопределениями КХД<sub>мин</sub>.

### 3. Билокальная формулировка хромостатики

Взаимодействие кварков и глюонов в квантовой хромодинамике описывается лагранжианом неабелевой теории (I), который с учётом всех

компонент записывается в виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{КХД}}(x) &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + \bar{q} \gamma_\alpha^A [(\delta^{AB} i \not{\partial}_{\alpha\beta} - \hat{A}_{\alpha\beta}^{AB}) \delta_{ij} - \\ &- (\hat{m}_0)_{ij} \delta^{AB} \delta_{\alpha\beta}] q_{j\beta}^B, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $q$  - спинорное поле кварков,  $A_\mu$  - векторное поле глюонов,  $(A, B)$ ,  $(i, j)$  - и  $(\alpha, \beta; \mu, \nu)$  - индексы цвета, аромата и Лоренца соответственно,  $\not{\partial} = \gamma_\mu \partial_\mu$ ,  $\hat{A} = \gamma_\mu \hat{A}_\mu$ ,  $\hat{A}_\mu = e A_\mu^a \lambda^a / 2i$  ( $\lambda^a$  - матрицы Гелл-Манна),  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{A}_\nu - \partial_\nu \hat{A}_\mu + e [\hat{A}_\mu, \hat{A}_\nu]$ ,  $\hat{m}_0 = \text{diag}(m_0^1, m_0^2, \dots, m_0^n)$  - матрица "голых" масс  $n$  ароматных кварков,  $e$  - константа взаимодействия. По аналогии с КЭД будем считать, что для описания спектра масс связанных состояний кварка и антикварка (кваркония) в системе их покоя достаточно ограничиться приближением квантовой хромостатики (КХС), при котором лишь временная компонента глюонного поля отлична от нуля, т.е.

$$A_\mu = (A_0, 0, 0, 0). \quad (19)$$

Тогда лагранжиан (18) принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{КХД}} / A_i=0 &= \mathcal{L}_0(q, \bar{q}) + \mathcal{L}_{\text{КХС}}^{b_3}, \\ \mathcal{L}_0(q, \bar{q}) &= \bar{q} (i \not{\partial} - \hat{m}_0) q, \\ \mathcal{L}_{\text{КХС}}^{b_3} &= \frac{1}{2} (\partial_i A_0^a)^2 + e A_0^a j_0^a, \quad j_\mu^a = \bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q, \end{aligned} \quad (20)$$

который по форме совпадает с лагранжианом электростатики, с точностью до суммирования по цветовым индексам. Уравнение Гаусса (4) в данном приближении имеет вид

$$\partial_i^2 A_0^a = e j_0^a. \quad (21)$$

Основным принципом, которому должно удовлетворять общее решение этого уравнения

$$e A_0(x) = \int d^3y V(\vec{x}, \vec{y}) j_0(y), \quad (22)$$

является трансляционная инвариантность лагранжиана взаимодействия, получаемого подстановкой (22) в (20)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{K\kappa c} &= \int d^3x \left[ \frac{1}{2} (\vec{\partial} A_0)^2 + e A_0^a j_0^a \right] = \\ &= \int d^3x d^3y j_0^a(x) j_0^a(y) V(x, y) = \\ &= \frac{1}{2} \int d^3x d^3y j_0^a(x) j_0^a(y) \frac{1}{2} [V(x, y) + V(y, x)]. \end{aligned} \quad (23)$$

Общее решение (22) уравнения Гаусса (21), удовлетворяющее после симметризации принципу трансляционной инвариантности, имеет вид:

$$V(x, y) = -\frac{e^2}{4\pi|\vec{x}-\vec{y}|} - 2V_0 \vec{y}(\vec{x}-\vec{y}) + C. \quad (24)$$

Отсюда получим для потенциала кварк-кваркового взаимодействия следующее выражение:

$$V_S(z) = \frac{1}{2} [V(x, y) + V(y, x)] = -\frac{\alpha_S}{2} + V_0 z^2 + C, \quad (25)$$

$$z = |\vec{x} - \vec{y}|,$$

где  $\alpha_S = e^2/4\pi$ ,  $V_0$  и  $C$  - произвольные параметры. Мы видим, что наиболее общее решение уравнения Гаусса допускает сумму кулоновского и осцилляторного потенциалов. Параметры  $V_0$  и  $C$  определяются граничными условиями уравнения (21). Заметим, что в КЭД эти условия известны из эксперимента типа опыта Кулона с пробными зарядами, который указывает, что  $V_0 \sim 0$ ,  $C \sim 0$ . В КХД, где пробного цветного заряда не существует (так как кварки ненаблюдаемы), роль такого эксперимента играет спектроскопия легких и тяжелых кваркониев, которая, как известно, удовлетворительно описывается суммой кулоновского и осцилляторного потенциалов с параметрами <sup>16,7/</sup>

$$\begin{aligned} V_0^{1/3} &\sim (250 \div 300) \text{ МэВ}, \\ \alpha_S &\approx 0,2, \quad C \sim 0. \end{aligned} \quad (26)$$

При этом для кваркония из легких кварков, комптоновская длина которых намного больше "размера" потенциала ( $m_{q_i} \ll V_0^{1/3}$ ), главную роль играет осцилляторный потенциал <sup>15,6/</sup>, а для кваркония с тяжелыми кварками  $m_{q_i} \gtrsim V_0^{1/3}$  - кулоновский потенциал <sup>17/</sup>.

Действие, соответствующее хромостатическому приближению (20), (23), (25), имеет вид

$$S_{K\kappa c}(q, \bar{q}) = i \int d^4x \mathcal{L}_{K\kappa c} = -(\bar{q}, G_0^{-1} q) + \frac{1}{2} (q \bar{q}, K q \bar{q}). \quad (27)$$

В (27) использованы обозначения, введенные в работе <sup>12/</sup>:

$$\begin{aligned} G_0^{-1} &= (\hat{m}_0 - i\hat{\gamma}) \delta^4(x-y), \\ (\bar{q}, G_0^{-1} q) &= \int d^4x d^4y \bar{q}(x) G_0^{-1}(x, y) q(y), \quad (28) \\ (q \bar{q}, K q \bar{q}) &= \int d^4x_1 d^4y_1 d^4x_2 d^4y_2 q_{N_i}(y_1) \bar{q}_{L_i}(x_1) \times \\ &\times K_{L_i N_i, L_2 N_2}(x_1, y_1, x_2, y_2) q_{N_2}(y_2) \bar{q}_{L_2}(x_2). \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} K_{L_i N_i, L_2 N_2}(x_1, y_1, x_2, y_2) &= \delta_{i_1 j_2} \delta_{i_2 j_1} (\gamma_0)_{\alpha_1 \beta_2} (\gamma_0)_{\alpha_2 \beta_1}^* \\ &\times \left(\frac{\lambda_i}{2}\right)^{A_1 B_2} \left(\frac{\lambda_i}{2}\right)^{A_2 B_1} \delta^4(x_1 - y_2) \delta^4(x_2 - y_1) \delta(x_1^0 - x_2^0) V_S(\vec{x}_1 - \vec{x}_2), \end{aligned} \quad (30)$$

где  $L_K$  и  $N_K, (K=1,2)$  означают совокупности цветового, ароматного и лоренцевых индексов  $(A_K, i_K, \alpha_K)$  и  $(B_K, j_K, \beta_K)$  соответственно,  $V_S$  определен в (25). Учитывая разложение прямого произведения представлений  $\{N_c\}$  и  $\{N_c^*\}$  цветовой группы

$$\{N_c\} \cdot \{N_c^*\} = \{1\} \oplus \{N_c^2 - 1\},$$

"потенциал"  $K$  можно разбить на синглетную и  $N_c^2 - 1$  - плетную компоненты с помощью проекторов  $P_1$  и  $P_{N_c^2 - 1}$ :

$$\sum_{a=1}^{N_c^2-1} \left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^{A_1 B_2} \left(\frac{\lambda_a}{2}\right)^{A_2 B_1} = \frac{1}{2} \left( \frac{N_c^2 - 1}{N_c} P_1 - \frac{1}{N_c} P_{N_c^2 - 1} \right). \quad (31)$$

Так как мы будем исследовать бесцветные объекты, то в дальнейшем используем только синглетный канал  $K = K_1$ , где

$$P_1^{A_1 B_2, A_2 B_1} = \delta^{A_1 B_1} \delta^{A_2 B_2} \quad (32)$$

Для цели единого описания низкоэнергетической адронной физики (спектра масс мезонов и киральных лагранжианов) полезно сформулировать квантовую хромостатику в терминах бесцветных бислокальных полей <sup>13,14/</sup>

$$[m(x,y)]_{\alpha\beta}^{ij} = \sum_{k=0}^{n^2-1} [S^k(x,y) + \gamma_5 P^k(x,y) + \gamma_\mu V_\mu^k(x,y) + \gamma_\mu \gamma_5 A_\mu^k(x,y) + \sigma_{\mu\nu} T_{\mu\nu}^k(x,y)]_{\alpha\beta} \left(\frac{\lambda_k}{z}\right)^{ij}, \quad (33)$$

где  $S$ -,  $P$ -,  $V$ -,  $A$ - и  $T$ -соответственно скалярная, псевдоскалярная, векторная, аксиальная и тензорная компоненты  $m$ ,  $(i, j)$  и  $(\alpha, \beta)$ - ароматные и лоренцевы индексы. Эти переменные вводятся, чтобы линеаризовать в производящем функционале функций Грина

$$Z_{K\chi c}(\text{источники}) = \text{const} \int Dq D\bar{q} \exp[iS_{K\chi c}(q, \bar{q}) + (\text{источники})] \quad (34)$$

четырёхкварковое взаимодействие (27) с помощью гауссового функционального интеграла в облокальных переменных

$$\exp\left[\frac{i}{2}(q\bar{q}, K q\bar{q})\right] = \int Dm \exp\left[-\frac{i}{2}(m, K^{-1}m) + i(q\bar{q}m)\right], \quad (35)$$

где  $DM = DS DP DV DA DT$ .

Подставляя (35) в (34) и интегрируя по кварковым полям, получим

$$Z_{K\chi c}(\text{источники}) = \text{const} \int Dm \exp\left[iS_{\text{эфф}}(m) + (\text{источники})\right], \quad (36)$$

где

$$S_{\text{эфф}}(m) = -\frac{1}{2}(m, K_1^{-1}m) - i \text{tr} \ln(G_0^{-1} + m), \quad (37)$$

(37) записывают также в переменных  $M = m + \bar{m}_0$ .

$$S_{\text{эфф}}(M) = -\frac{1}{2}(M - \bar{m}_0, K_1^{-1}(M - \bar{m}_0)) - i \text{tr} \ln(i\partial + M). \quad (38)$$

В результате мы имеем эффективное действие, выраженное лишь в терминах облокальных полей и полностью эквивалентное исходному действию  $S_{K\chi c}$ . Для вычисления функционального интеграла по облокальным переменным будем использовать метод стационарных фаз.

В этом методе стационарная точка  $M = \bar{M}$  определяется решением уравнения

$$\frac{\delta S_{\text{эфф}}(M)}{\delta M} \Big|_{M=\bar{M}} = -K_1^{-1}(\bar{M} - \bar{m}_0) - iG_{\bar{M}} = 0, \quad (39)$$

где функция  $G_M(x, y)$  определена как

$$G_M(x, y) \cdot (\bar{M} - i\partial) = \delta^4(x - y). \quad (40)$$

Умножая (39) на  $K_1$ , получим уравнение

$$\bar{M} = \bar{m}_0 - iK_1 G_{\bar{M}}, \quad (41)$$

которое есть не что иное, как уравнение Швингера - Дайсона для массового оператора кварка ( $\bar{M}$ ) в низшем порядке обычной теории возмущения. Уравнение (41) определяет спектр кварков и является инструментом исследования динамического (т.е. без включения хиггсовских полей) спонтанного нарушения киральной симметрии <sup>5,6/</sup>.

"Классическое" решение уравнения (41) соответствует суммированию определенного класса диаграмм обычной теории возмущения. Для вычисления поправок остальных диаграмм к функциям Грина удобно рассмотреть такую теорию возмущения, которая в качестве нулевого приближения использует нетривиальное "классическое" решение ( $\bar{M}$ ). Для этого сделаем замену переменных

$$m(x, y) = \bar{M}(x - y) + m'(x, y) \quad (42)$$

и разложим  $S_{\text{эфф}}$  по  $m'(x, y)$ . В результате (36) принимает вид

$$Z_{K\chi c}(\text{источники}) \sim \int Dm' \exp\left[iS_{\text{своб.}}(m') + iS_{\text{б.з.}}(m') + (\text{источники})\right].$$

Здесь <sup>x)</sup>

$$S_{\text{своб.}}(m') = -\frac{1}{2}(m', K_1^{-1}m') + \frac{i}{2}(G_{\bar{M}} m')(G_{\bar{M}} m') \quad (43)$$

$$S_{\text{б.з.}}(m') = i \sum_{k=3}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} (G_{\bar{M}} m')^k. \quad (44)$$

В рассматриваемой теории возмущений действие (43) описывает

<sup>x)</sup> Линейный по  $m'$  член отсутствует в силу уравнения стационарности (39).

свободные бислокальные поля, удовлетворяющие уравнению движения "свободного" поля

$$\frac{\delta S_{\text{своб.}}(m')}{\delta m'} = -K_1^{-1} m' + i G_{\Sigma} m' G_{\Sigma} = 0. \quad (45)$$

Умножив (45) на  $K_1$ , получим уравнение

$$m' = i K_1 G_{\Sigma} m' G_{\Sigma}, \quad (46)$$

• которое совпадает с уравнением Бете-Солпитера для связанных состояний в "лестничном" приближении. Уравнение (46) используется для вычисления спектра масс мезонов. В импульсном пространстве, где

$$\tilde{m}'(p_2, p_1) = \tilde{m}'(q|P) = \int d^4 x_2 d^4 x_1 \exp[i(x_2 p_2 - x_1 p_1)] \cdot m'(x_1, x_2), \quad (47)$$

$q = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$  и  $P = p_2 - p_1$  - относительный и полный импульсы связанного состояния (кваркония), уравнение (46) принимает вид

$$\tilde{m}'(q|P) = \int \frac{d^4 q'}{(2\pi)^4} K_1(q-q') G_{\Sigma}(q' + \frac{P}{2}) \tilde{m}'(q'|P) G_{\Sigma}(q' - \frac{P}{2}). \quad (48)$$

Этому уравнению удовлетворяет верхняя функция кваркония

$$\Gamma_h(q|P) = N_h G_{\Sigma}(q + \frac{P}{2}) \int d^4 z \exp(iqz) \cdot \langle 0 | T q(\frac{z}{2}) \bar{q}(-\frac{z}{2}) | n \rangle G_{\Sigma}(q - \frac{P}{2}), \quad (49)$$

где  $N_h$  - нормировочный множитель. Полный набор  $\Gamma_h(q|P)$  образует базисные векторы гильбертова пространства. Решение уравнения (46) может быть, в принципе, разложено по этим базисам и нормировано в соответствии с условием

$$-it_2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} G_{\Sigma}(q + \frac{P}{2}) \Gamma_h(q|P) G_{\Sigma}(q - \frac{P}{2}) \bar{\Gamma}_h(q|P) = \delta_{hh'}. \quad (50)$$

Полезно "свободное" поле  $m'$  записать в терминах операторов рождения  $a_h^+(P)$  и уничтожения  $a_h(P)$  (разложение по плоским волнам):

$$m'(x, y) = m'(z|X) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left[ \exp(-i p X) \tilde{m}'_h(z|P) \lambda_h a_h(P) + \right. \quad (51)$$

$$\left. + \exp(i p X) \tilde{m}'_h^+(z|P) \lambda_h^* a_h^+(P) \right],$$

где

$$\tilde{m}'_h(z|P) = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \exp(iqz) \Gamma_h(q|P) \delta(P^2 - M_h^2) \quad (52)$$

$X = \frac{1}{2}(x-y)$  и  $z = (x+y)$  - абсолютная и относительные координаты соответственно. Операторы  $a_h$  и  $a_h^+$  удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[a_h(P), a_{h'}^+(P')] = (2\pi)^3 \delta^3(P-P') z \omega_h(P) \delta_{hh'},$$

$$[a_h(P), a_{h'}(P')] = [a_h^+(P), a_{h'}^+(P')] = 0, \quad (53)$$

где  $\omega_h(P) = \sqrt{P_h^2 + M_h^2}$ ,  $M_h$  - масса адрона.

Таким образом, в бислокальной формулировке КХС спектры масс кварков и кваркониев описываются уравнениями (41) и (46) соответственно, где "потенциал"  $K_1$  определяется решением уравнения Гаусса (25) и (26). Взаимодействие кваркониев между собой описывается действием  $S_{\text{вз}}(m')$  (44), которое содержит высшие степени разложения  $S_{\text{вз}}(m')$  по  $m'$ .

Рассмотрим бислокальную формулировку КХС в том приближении, когда затравочная масса кварков равна нулю ( $\bar{m}_0 = 0$ ) и доминирует "потенциал" осцилляторного типа (см. (25, 30)).

$$(K_2)_{L_1 N_1, L_2 N_2}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{4}{3} V_0 \cdot \delta_{i_1 j_2} \delta_{i_2 j_1} \cdot \delta^4(x_1 - y_2) \delta^4(x_2 - y_1) \delta(\alpha_1^0 - \alpha_2^0) \cdot (\delta_0)_{\alpha_1 \beta_2} (\delta_0)_{\alpha_2 \beta_1} \cdot (x_1 - x_2)^2, \quad (54)$$

где  $L_k = (i_k, \alpha_k)$ ,  $N_k = (j_k, \beta_k)$  совокупность индексов аромата  $(i, j)$  и Лоренца  $(\alpha, \beta)$ ,  $V_0 \sim (250 \div 300)$  МэВ. В работах [6, 7] для осцилляторного потенциала получены решения уравнений Швингера - Дайсона и Бете - Солпитера (в системе покоя кваркония).

Уравнение (41) в импульсном представлении (при  $\bar{m}_0 = 0$ ) имеет вид

$$\sum_{\alpha\beta} \alpha_{\beta}(P) = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (K_1)_{\alpha\beta | \alpha'\beta'}(q) \left[ \frac{1}{P+q - \Sigma(P+q)} \right] \beta'_{\alpha'} \quad (55)$$

(здесь индексы аромата опущены; см. (33)). Подстановка

$$\Sigma(P; \vec{P}) \equiv E(P) \sin \varphi(P) + \vec{P} \vec{\gamma} [E(P) \cos \varphi(P) - P], \quad (56)$$

(где  $P = |P|$ ,  $\vec{P} = \frac{P}{P}$ ) в (55) приводит к уравнению типа



Sine-Гордона для функции  $\varphi(P)$

$$\frac{4}{3} V_0 (P^2 \varphi)' = 2 P^3 \sin \varphi - \frac{4}{3} V_0 \sin 2\varphi \quad (57)$$

(штрих означает дифференцирование по  $P$ ), причем  $E(P)$  выражается через решение (57) как

$$E(P) = P \sin \varphi - \frac{4}{3} V_0 P^2 \cos^2 \varphi - \frac{2}{3} V_0 (\varphi')^2 \quad (58)$$

Решение уравнения (57) обладает следующими асимптотическими свойствами <sup>/6/</sup>:

$$\begin{aligned} \varphi(P \rightarrow \infty) &\sim \exp\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3} P^{3/2}\right), \quad P = \left(\frac{4}{3} V_0\right)^{-1/3} P, \\ E(P \rightarrow \infty) &\sim P, \quad \varphi(P \rightarrow 0) \sim \frac{\pi}{2} + cP, \quad (c \approx -2), \\ E(P \rightarrow 0) &\sim -\frac{2}{3} c^2 V_0^{1/3}, \end{aligned} \quad (59)$$

из которых следуют

$$\begin{aligned} E(P \rightarrow \infty) &\sim P \exp\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3} P^{3/2}\right), \\ |\Sigma(P \rightarrow 0)| &\sim \frac{2}{3} c^2 V_0^{1/3}. \end{aligned} \quad (60)$$

Как показано в <sup>/6/</sup>, асимптотическое решение (60) является энергетически более выгодным, чем тривиальное решение  $\Sigma=0$ , и обуславливает спонтанное нарушение киральной симметрии, в результате которого кварк приобретает массу (исчезающую при больших  $P$ ).

Обратимся теперь к уравнению Бете-Солпитера (46). В работе <sup>/7/</sup> для осцилляторного потенциала (при  $\vec{m}_0=0$ ) решено уравнение

$$G_{\Sigma}^{-1} X G_{\Sigma}^{-1} = i K_1 X \quad (61)$$

на волновую функцию Бете-Солпитера  $X$ , которая, согласно (46) и (61), связана с  $m'$  соотношением

$$m' = G_{\Sigma}^{-1} X G_{\Sigma}^{-1} = i K_2 X. \quad (62)$$

В частности, получено решение для волновой функции пиона

$$\tilde{\chi}_{\pi}(\vec{p}) \sim \gamma_0 \gamma_5 \sin \varphi(\vec{p}), \quad (63)$$

которое выражается через функцию  $\varphi$ , определяющую динамическую (зависящую от импульса) массу кварка.

Основным своим достижением авторы работ <sup>/6,7/</sup> считают тот факт, что вследствие спонтанного нарушения киральной симметрии происходит сильное расщепление масс  $\pi$ - и  $\rho$ -мезонов без включения дополнительного спин-спинового взаимодействия. Действительно, экспериментальный спектр масс мезонов ( $\pi$ ,  $\pi'$ ,  $\rho$ ,  $\rho'$ ,  $A$  и т.п.)

неплохо описан в пренебрежении кулоновским взаимодействием, т.е. одним лишь осцилляторным потенциалом.

Спектр масс мезонов обычно вычисляют в системе покоя частицы, где (см. (51) и (62))

$$\langle 0 | m'(z | X) | h \rangle \sim \exp(i P_h^0 X^0) K_1(z) \tilde{\chi}_h(z | P_h^0), \quad (64)$$

где  $M_h$  - масса мезона  $P_h^0 = M_h$ . Выражение (64) является нерелятивистским и его нельзя непосредственно использовать в бислокальной формулировке КХС (43) и (44), и это ставит задачу релятивистского описания кваркония, т.е. релятивизации (64). Заметим, что попытка авторов работы <sup>/7/</sup> получить релятивистский аналог состояния (64) в произвольной системе координат (где  $P_h^0 = \sqrt{\vec{p}_h^2 + M_h^2}$ ) привела к неправильному закону дисперсии

$$P_h^0(\vec{p} \rightarrow 0) \sim -2 | \vec{p} |.$$

#### 4. Релятивистское описание кваркония и бислокальные "киральные" лагранжианы

Для релятивистского описания кваркония, в соответствии с аналогией с КЭД, используем опыт релятивизации позитрония. Существует мнение, что релятивистское описание позитрония в КЭД может быть достигнуто либо переходом к явно релятивистски ковариантной калибровке, либо учётом высших поправок теории возмущений в кулоновской калибровке.

Следует отметить, что в релятивистской калибровке не решена проблема одновременности двух частиц, образующих связанное состояние <sup>/15/</sup>. В настоящее время для описания связанных состояний в КЭД используется исключительно "нерелятивистская" кулоновская калибровка, и достигнуты значительные успехи в вычислении поправок вплоть до  $O(\alpha^6)$  <sup>/16/</sup>. Тем не менее, увеличение точности вычисления в кулоновской калибровке, в принципе, не решает проблему релятивистского описания. Корректная постановка задачи состоит в том, как именно в рамках заданной точности восстановить релятивистскую ковариантность волновой функции позитрония.

Оказывается, это можно сделать в той схеме квантования калибровочных полей, в которой алгебра Пуанкаре выполняется на уровне операторов (а не в среднем). Мы сформулировали такое квантование в разделе 2. Эта схема квантования отличается от общепринятого квантования с помощью калибровочных условий тем, что в ней релятивистское преобразование спиноров сопровождается их калибровочным преобразованием <sup>(16)</sup>. В частности, для электростатики это релятивистское преобразо-

вание имеет вид

$$\Psi^T(x) \rightarrow \Psi^T(x') + \delta_L^0 \Psi^T(x') + ie \Lambda(x') \Psi^T(x'), \quad (65)$$

где  $\Lambda$  - функция калибровочного преобразования (см. (17))

$$\Lambda = \epsilon_k \frac{1}{\partial^2} \left( \partial_k \frac{1}{\partial^2} e^{j_0^T} \right). \quad (66)$$

В результате при переходе к движущейся системе координат вместе с частицей начинает двигаться и кулоновское поле, которое эта частица индуцирует.

Релятивизацию связанной системы фермион-антифермион в кулоновском поле можно качественно объяснить следующим образом. В приближении электростатики связанное состояние позитрония образуется "потенциалом" кулоновского поля

$$K_1 \sim \gamma_0^{(1)} \gamma_0^{(2)} \cdot V(\vec{z}) \delta(z_0), \quad (67)$$

где  $\vec{z}$  - относительная координата фермиона (1) и антифермиона (2). На языке диаграмм Фейнмана переход к движущейся системе координат сопровождается дополнительными диаграммами, учитывающими изменения калибровки согласно (65). Дополнительные диаграммы эффективно ведут к изменению "потенциала" (67), который принимает релятивистски-ковариантный вид

$$K_1(z_I^P | z_{II}^P) \sim \gamma_{II}^{(1)} \gamma_{II}^{(2)} V(z_I^P) \delta(z_{II}^P), \quad (68)$$

где  $z_{II}^P = \frac{(z^P)}{p^2}$ ,  $z_I^P = z - z_{II}^P$ ,  $\gamma_{II} = \frac{(\gamma^P)}{p^2}$ ,

$P$  - импульс связанного состояния (позитрония) в движущейся системе координат. В результате выражение для искомой релятивистской волновой функции позитрония, определяемое "потенциалом" (68), имеет вид

$$\langle 0 | m'(z|X) | e^+ e^- \rangle = \text{const} \cdot \exp(iPx) K_1(z_I^P | z_{II}^P) X(z_I^P | P), \quad (69)$$

где  $X$  и  $z$  - абсолютная и относительная координаты,  $X_{e^+ e^-}$  - решение уравнения Бете - Солпитера (61) для позитрония,  $\text{const}$  определяется с помощью условия нормировки (50).

В схеме "минимального" квантования релятивизация кваркония осуществляется точно так же, как позитрония в КЭД, лишь с той разницей, что  $V(\vec{z})$  кроме кулоновского содержит также осцилляторный потенциал.

Таким образом, корректная релятивизация волновой функции (64) в ККС определяется выражением

$$\langle 0 | m'(z|X) | h \rangle = \text{const} \exp(iPx) X_h(z_I^P | P'), \quad (70)$$

где  $P' = \sqrt{P'^2 + \mu_h^2}$  - импульс кваркония в движущейся системе координат,  $K_2$  - "потенциал", определенный в (25) и (30). Разложение  $m'$  в терминах операторов рождения и уничтожения, согласно (51), (52) и (62), записывается в следующем виде:

$$m'(x, y) = m'(z|X) = i K_2(z) \int \frac{d^3 P'}{(2\pi)^4} \sum \delta^+(P'^2 - \mu_h^2) \cdot \{ \exp(-iPx) \tilde{X}_h(z_I^P | P') \lambda_h a_h(P') + \exp(iPx) \tilde{X}_h^+(z_I^P | P') \lambda_h^* a_h^+(P') \}. \quad (71)$$

Полезно было бы локальную "одновременную" функцию кваркония представить в виде факторизации на функции, зависящие от относительных  $z$  и  $X$  координат

$$m'(z|X) = \sum_h i K_2(z_I^P | z_{II}^P) \cdot [ \tilde{X}_h(z_I^P | D) \Phi(x) + \tilde{X}_h^+(z_I^P | D) \Phi^+(x) ], \quad (72)$$

где  $D_\mu = -i\partial/\partial x_\mu$ ,  $\Phi(x)$  функция, зависящая лишь от абсолютной координаты.

Релятивистское описание кваркониев позволяет рассмотреть в связи с поставленной выше задачей "объединения" спектроскопии и киральной теории мезонов локальный (низкоэнергетический) предел бислокальной модели ККС. Этот предел имеет место, когда комптоновская длина волны мезона значительно больше его "размера". В этом случае волновая функция Бете - Солпитера <sup>x)</sup>  $X$  ведет себя как  $\delta$  - функция

$$X_h(z_I^P | P) \sim \delta^{(3)}(z_I^P) \text{ при } \vec{P} \rightarrow 0 \text{ (или } V_0 \rightarrow \infty \text{)}.$$

Такое поведение  $X_h$  в низкоэнергетическом пределе, где  $K_2$  определяется в основном осцилляторным потенциалом  $K_1(z) \sim V_0(z_I^P) \delta(z_{II}^P)$ , приводит к тому, что в этом пределе бислокальное поле  $m'(x, y)$  в силу (62) будет пропорциональным 4-мерной  $\delta$  - функции, т.е.

<sup>x)</sup> В физических приложениях уравнения Бете - Солпитера в качестве пробной функции для его решения часто используется функция типа

$$X(z) \sim V_0^{1/2} e^{-z^2 V_0^{2/3}}, \quad (z = |z^T|),$$

которая при  $V_0 \rightarrow \infty$  ведет себя как  $X(\vec{z}) \sim \delta^3(\vec{z})$

$$M'(x, y) \sim \delta^4(x-y). \quad (73)$$

В то же время предел (73) можно было бы получить исходя из локального "потенциала"

$$K_1(x, y) \sim \delta^4(x-y). \quad (74)$$

Именно потенциал вида (74) используется в моделях типа Намбу - Иона - Лазинио в качестве инструмента для вывода из КХД - лагранжиана феноменологических киральных лагранжианов /I7/.

Таким образом, мы показали, что применение схемы "минимального" квантования на основе явного решения уравнения Гаусса к хромостатике позволяет корректно получать релятивистские волновые функции кваркониюв и с их помощью правильно описывать взаимодействие кваркониюв, выражаемое в низкоэнергетическом пределе локальными феноменологическими киральными лагранжианами. Спектр масс мезонов вычисляется с использованием решений уравнений Швингера - Дайсона (4I)  $\sum$ , Бете - Солпитера (46)  $X_h$  и формул (25), (26), (62), (70)-(72). Взаимодействие мезонов описывается членами высшего порядка разложения эффективного действия по бислокальным полям (44), где бислокальные поля (33) определены волновой функцией Бете - Солпитера  $X_h$  и "потенциалом"  $K_2$  (54) согласно соотношению (62).

Главный вывод раздела в том, что в приближении хромостатики временная компонента глюонного поля описывает низкоэнергетическую адронную физику (спектроскопию и киральные лагранжианы) как непертурбативный фон.

#### 5. Хромостатика глюонных полей и формула асимптотической свободы

В приближении хромостатики временная компонента глюонного поля с самого начала трактуется не как квантовая, а как чисто классическая переменная, которая исключается до квантования путем явного решения уравнения Гаусса (2I). Пространственные компоненты поля мы будем интерпретировать как малые квантовые флуктуации над непертурбативным (хромостатическим) фоном, и определим теорию возмущения как разложение КХД по этим компонентам<sup>X)</sup>. Подстановка явного решения уравнения

<sup>X)</sup> Исторически теория возмущения в КЭД была сформулирована как разложение по векторным компонентам электромагнитного поля в окрестности нулевого приближения, которое определяется электростатикой.

Гаусса (4) полной теории (I) в калибровочно-инвариантные величины, такие, как лагранжиан и тензор Белинфанте, позволяет выразить их в терминах нелокальных переменных, являющихся калибровочно-инвариантными функционалами от исходных полей, и сформулировать квантовую теорию непосредственно в терминах этих функционалов как физических переменных (см. раздел 2). Следовательно, схема квантования пространственных компонент (которая была названа "минимальным" квантованием) продиктована самим приближением хромостатики.

Разложение  $KX_{\Pi, \text{мин}}$  по пространственным компонентам  $A_i^T$  (IO) позволяет описать физические глюоны на равных основаниях с кварками. В следующем порядке разложения по  $A_i^T$  гамильтониан взаимодействия (I2) описывает одновременно низкоэнергетические взаимодействия и спектры кваркониюв и связанных состояний глюонов (глюеболов).

Рассмотрим в низшем порядке по  $A_i^T$  взаимодействие чисто глюонных токов, гамильтониан которого имеет вид

$$H_g^B = \frac{1}{2} \int d^3x d^3y j_g^a(x) V(x-y) j_g^a(y), \quad (75)$$

где  $j_g^a(x) = f^{abc} E_i^{Tb} A_i^{Tc}$ , причем  $\partial_i E_i^{Ta} = \partial_i A_i^{Ta} = 0$ , потенциал  $V$  определен в (25). Поскольку затравочная масса глюонного поля равна нулю, то имеет смысл, по аналогии со случаем безмассовых кварков, пренебречь чисто кулоновским потенциалом в (25), оставив только осцилляторный потенциал.

Гамильтониан для глюонов, выраженный в терминах операторов рождения и уничтожения:

$$A_i^T a(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2\omega(k)}} e_i^{\alpha}(k) \left\{ a_{\alpha}^{a+}(k) e^{i[k\vec{x} - \omega(k)t]} + a_{\alpha}^{a-}(k) e^{-i[k\vec{x} - \omega(k)t]} \right\},$$

$$E_i^{Tb}(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{\omega(k)}{2}} e_i^{\beta}(k) \left\{ -a_{\beta}^{b+}(k) e^{i[k\vec{x} - \omega(k)t]} + a_{\beta}^{b-}(k) e^{-i[k\vec{x} - \omega(k)t]} \right\}, \quad (76)$$

(где  $e_i^\alpha(k)$  - поперечные орты,  $k_i e_i^\alpha(k) = 0$ ,  $e_i^\alpha(k) e_j^\alpha(k) = \delta_{ij}^T$ ,  $\delta_{ij}^T$  определен в (15),  $\omega(k)$  - одночастичная энергия глюонов), имеет вид

$$H = \int d^3p a_\alpha^{\beta_1}(p) a_\alpha^{\beta_2}(p) \frac{\omega(p)^2 + p^2}{2\omega(p)} + \frac{1}{2} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \tilde{V}(q) \int d^3p_1 d^3p_2 f^{ab_1c_1} f^{ab_2c_2} e_i^{\beta_1}(p_1) a_{\beta_1}^{\delta_1+}(p_2) \cdot e_i^{\delta_2}(p_1+q) a_{\delta_2}^{\alpha_1}(p_1+q) e_j^{\beta_2}(p_2) e_j^{\delta_2}(p_2-q) a_{\beta_2}^{\delta_2+}(p) a_{\delta_2}^{\alpha_2}(p-q) \cdot W(p+q|p_2) \cdot W(p_2-q|p_2), \quad (77)$$

где  $W(p|q) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{\omega(p)}{\omega(q)}} + \sqrt{\frac{\omega(q)}{\omega(p)}} \right)$ ,  
 $\tilde{V}(q) = \int d^3x V(x) e^{iqx}.$  (78)

Зависимость энергии  $\omega$  от импульса определяется из условия самосогласованности для одночастичных состояний

$$\langle 1 | H | 1 \rangle_{P_1, P_2} = \omega(p_1) \delta^3(p_1 - p_2),$$

из которого следует уравнение

$$\frac{\omega(p)^2 + p^2}{2\omega(p)} - N_c \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \tilde{V}(q) W(p+q|q)^2 = \omega(p). \quad (79)$$

Для осцилляторного потенциала

$$\tilde{V}(q) = (2\pi)^3 \left[ - \left( \frac{\partial}{\partial \vec{q}} \right)^2 \delta^3(q) \right]$$

уравнение (79) имеет вид

$$\frac{\omega^2 - p^2}{\omega} = \left( \frac{\omega'}{\omega} \right)^2, \quad (80)$$

где безразмерные переменные определяются как

$$\underline{\omega}(\underline{p}) \equiv \frac{\omega(p)}{\alpha \ell}, \quad \alpha \ell \equiv (N_c V_0)^{1/3}, \quad \underline{p} \equiv \frac{p}{\alpha \ell},$$

штрих означает производную по  $\underline{p}$ ,  $p = |\vec{p}|$ ,  $N_c$  - число цветов,  $V_0$  определен в (26).

В пределе больших импульсов мы можем написать приближенное

решение (80), в предположении, что масса глюона при этом исчезает  $\mu(p) \equiv \sqrt{\omega(p)^2 - p^2} \rightarrow 0$ . Это предположение непротиворечиво, так как в этом пределе  $\frac{\omega^2}{p^2} \rightarrow 1$ , и уравнение (80) принимает вид

$$\underline{\omega}(\underline{p})^2 - \underline{p}^2 \equiv \underline{\mu}^2(\underline{p}) = \frac{1}{\underline{p}} \Big|_{\underline{p} \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (81)$$

В пределе низких энергий уравнение (80), переписанное в терминах массы глюона

$$\left( \frac{\underline{\mu} \underline{\mu}' + \underline{p}^2}{\underline{\mu}^2 + \underline{p}^2} \right)^2 = \frac{\underline{\mu}^2}{\sqrt{\underline{\mu}^2 + \underline{p}^2}}, \quad (82)$$

сводится к уравнению

$$\frac{d}{d\underline{p}} \underline{\mu}(\underline{p}) = \pm \underline{\mu}(\underline{p})^{3/2}. \quad (83)$$

Последнее уравнение имеет решение

$$\underline{\mu}(\underline{p}) = \frac{\underline{\mu}_0}{\left( 1 + \frac{\underline{p}}{2\sqrt{\underline{\mu}_0}} \right)^2}, \quad (84)$$

где  $\underline{\mu}_0 \equiv \underline{\mu}(\underline{p}=0)$  - константа, которая фиксируется из эксперимента. В результате мы получили спонтанное возникновение массы глюона (которая, согласно (81), исчезает при больших  $\underline{p}$ ), аналогично тому, как возникла масса кварка (89).

Возникновение массы у глюона, в свою очередь, ведет к инфракрасной модификации глюонной функции Грина и формулы асимптотической свободы пертурбативной КХД

$$\alpha(Q^2) = \frac{1}{\beta \ln Q^2/\Lambda^2}, \quad (85)$$

где  $Q^2 = -q^2$  - квадрат переданного импульса в евклидовой области,  $\Lambda$  - параметр КХД,  $\beta = 1/4\pi \cdot (11 - \frac{2}{3}n)$ . Для оценки такой модификации заменим в (85)  $\ln Q^2/\Lambda^2$  выражением для массивной петли <sup>18/</sup>

$$\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \Rightarrow \int_0^1 dx \ln \frac{\mu_0^2 + x(1-x)Q^2}{x(1-x)\Lambda^2} \quad (86)$$

(которое при  $\mu_0^2 = 0$  обращается в  $\ln Q^2/\Lambda^2$ ). Тогда имеем доопределенную в инфракрасной области формулу асимптотической свободы

$$\alpha^{инф.}(Q^2) = \frac{1}{\beta \int_0^1 dx \ln \frac{\mu_0^2 + x(1-x)Q^2}{x(1-x)\Lambda^2}}, \quad (87)$$

которая, в отличие от (85), не имеет особенностей по  $Q^2$  во всей евклидовой области. Формула (87) при  $Q^2 = 0$  определяет эффективную константу разложения  $\alpha_0$ :

$$\alpha_{\text{инф.}}(Q^2=0) = \frac{1}{\beta \ln \frac{\mu_0^2}{\Lambda^2} + 2} = \alpha_0. \quad (88)$$

Для  $\alpha_0 \sim 1/5$  (см. (26)) и  $\Lambda \sim 190$  МэВ отсюда получим оценку для массы глюона

$$\mu_0 \sim 700 \text{ МэВ}, \quad (89)$$

которая не противоречит современным предсказаниям /19/.

Модификация (86) позволяет трактовать параметр  $\Lambda$  как зависящий эффективно от

$$\Lambda \Rightarrow \Lambda_{\text{эфф}}(Q^2) = Q^2 \exp\left(-\int_0^1 dx \ln \frac{\mu_0^2 + x(1-x)Q^2}{x(1-x)\Lambda^2}\right) \quad (90)$$

( $\Lambda_{\text{эфф}}(\mu_0^2=0) = \Lambda$ ). Такого рода зависимость параметра КХД от  $Q^2$  т.е. увеличение  $\Lambda^2$  с ростом  $Q^2$  в настоящее время действительно наблюдается на эксперименте /20/.

Следует подчеркнуть, что формулы (87), (90) являются довольно грубыми в области малых передач, поскольку спонтанные массы кварков и глюонов (и им соответствующие петлевые диаграммы) отличаются друг от друга. Параметризация КХД с помощью малого параметра (88) ( $\alpha_0 \sim 1/5$ ) и масс кварков и глюонов является более адекватной физике низких энергий, чем параметризация с помощью одного размерного параметра  $\Lambda$ . В этом случае возникает полная аналогия с теорией возмущений в КЭД.

В заключении этого раздела приведем уравнение на связанные состояния глюонов, аналогичное уравнению Бете-Солпитера для кваркония. Нетрудно убедиться, что двухчастичное состояние

$$\Psi_{\alpha_1, \alpha_2}(\vec{k}) = \sum_{\ell=1}^8 a_{\alpha_1}^{\ell+}(\vec{k}) a_{\alpha_2}^{\ell+}(-\vec{k}) |0\rangle \varphi(\vec{k}) \quad (91)$$

( $\varphi(\vec{k})$  - нормируемая весовая функция) является собственным состоянием гамильтониана (77) с собственным значением  $\epsilon$ . Уравнение  $H\Psi = \epsilon\Psi$  принимает вид

$$\left[ \epsilon - 2\omega(\vec{k}) - \frac{\mu^2(\vec{k})}{2\omega(\vec{k})} \right] \Psi_{\alpha_1, \alpha_2}(\vec{k}) = \quad (92)$$

$$= -N_c V_0 \left(\frac{\partial}{\partial \vec{q}}\right)^2 \left\{ e_i^{\alpha_1}(\vec{k}) e_i^{\beta_1}(\vec{k}-\vec{q}) e_j^{\alpha_2}(-\vec{k}) e_j^{\beta_2}(\vec{q}-\vec{k}) \right. \\ \left. \Psi_{\beta_1, \beta_2}(\vec{k}-\vec{q}) \right\} \Big|_{\vec{q}=0}.$$

Решению этого уравнения будет посвящена отдельная работа.

## 6. Проблема конфайнмента

Инфракрасное доопределение кулоновского взаимодействия введением осцилляторного потенциала (25), согласно идеологии "потенциально-го" конфайнмента (критерий Вильсона /1/), является достаточным, чтобы обосновать ненаблюдаемость кварков и глюонов в свободных состояниях. С другой стороны, все попытки использовать потенциалы конфайнмента для обоснования ненаблюдаемости отдельных кварков путем решения уравнения Швингера - Дайсона для пропагатора кварка /21/, привели не к конфайнменту, а к спонтанному нарушению киральной симметрии. Действительно, рассматриваемые в настоящей работе самосогласованные кварковые и глюонные пропагаторы (см. (55)-(60), (80), (81)), с учетом осцилляторного взаимодействия, в пределе больших импульсов ( $|\vec{p}| \rightarrow \infty$ ) имеют обычные полюса безмассовых цветных частиц, а соответствующие кварковые и глюонные петли имеют ненулевые мнимые части. Аналогичная ситуация возникает и в точно решаемой модели Швингера /23/, где линейно растущий потенциал также ведет к особенностям кваркового пропагатора. В этой связи следует отметить, что критерий Вильсона не является строгим обоснованием конфайнмента, поскольку не запрещает существование цветных частиц в спектре элементарных возбуждений (получаемом с помощью функций Грина).

Прежде чем дать строгое определение конфайнмента, напомним, что сама постановка проблемы конфайнмента диктуется экспериментами. Феноменология наблюдения кварков и глюонов опирается на партонную интерпретацию глубоконеупругих процессов /23, 24/. Её суть состоит в том, что сумма по всем адронным состояниям  $|h\rangle$  вероятностей процессов ( $e^+e^- \rightarrow h$ ,  $e^+e^-p \rightarrow h$  и т.д.) описывается как мнимая часть соответствующей упругой амплитуды, построенной из кварк-глюонных диаграмм теории возмущений КХД:

$$\sum_h \langle f | T | h \rangle \cdot \langle h | T^* | i \rangle = 2 \text{Im} \langle f | T | i \rangle. \quad (93)$$

Phys. Phys. Phys. Phys. Phys.

Это соотношение называется кварк-адронной дуальностью (КАД) и используется в феноменологии как в смысле усреднения по энергии (глобальная КАД), так и без усреднения, в области энергий, далёких от резонансов (локальная КАД). Например, сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow$  в адроны в нерезонансной области энергий не только в среднем, но и буквально по точкам совпадает с мнимой частью кварковых петель, т.е. теория возмущений используется в пространстве Минковского.

В отличие от обычного соотношения унитарности  $S$ -матрицы  $S = 1 + iT$   $SS^\dagger = 1$  ( $TT^* = 2 \text{Im } T$ ), в КАД (93) используются два разных типа состояний: физические адронные состояния (в левой части), которые непосредственно детектируются на эксперименте, и партонные состояния (в правой части), отражающие особые аналитические свойства "упругих" адронных амплитуд, которые воспроизводят мнимые части кварковых диаграмм.

В обычной теории поля, например, в КЭД, физические и партонные состояния совпадают в рамках теории возмущений, тем самым подчеркивая, что теоретическая наблюдаемость кварков как партонных в локальной КАД и их экспериментальная ненаблюдаемость имеют место в одной и той же нерезонансной области энергий пространства Минковского.

Одна из формулировок проблемы конфайнмента: почему такого совпадения физических и партонных состояний не происходит в КЭД? Другая формулировка: почему вероятность рождения цветных частиц  $|c\rangle$  равна нулю

$$\langle f | T | c \rangle_{\text{Phys.}} = \text{Res } G^c = 0, \quad (94)$$

а вероятность адронизации - единице?

Главный вопрос о том, каким образом согласовать теорию возмущения в пространстве Минковского (с ненулевыми мнимыми частями кварковых петель) с гипотезой конфайнмента (94), остается открытым, и на него не дает полного ответа ни асимптотическая свобода, ни потенциальный конфайнмент.

Между тем такого рода конфайнмент с теорией возмущения в пространстве Минковского описывала версия двумерной хромодинамики, предложенная Хуфтом [25-28]. В этой модели различаются физические (одетые) кварки и партонные (голые) кварки. Вследствие инфракрасных расходимостей все физические кварки имеют бесконечные массы, в то время как "бесцветные" амплитуды формулируются в терминах пропагаторов голых кварков с конечными массами без инфракрасных расходимостей.

Отсутствие амплитуд рождения "цветных" частиц в этой модели не противоречит условию унитарности. Дело в том, что при наличии связанных состояний условие унитарности  $SS^\dagger = 1$  нужно понимать как

одно из условий самосогласованности теории, используемых для нормировки связанных состояний и констант их взаимодействия [20]. Если по каким-то причинам вероятность одних каналов (цветных) исчезает, то вероятность других увеличивается, так чтобы полная вероятность оставалась равной единице. С этой точки зрения теория возмущений для голых кварков в пространстве Минковского не противоречит конфайнменту физических кварков (93), который здесь объясняется не потенциалом взаимодействия, а процессом "одевания" голых кварков.

Аналогичный процесс "одевания" кварков содержит конструкция калибровочно-инвариантных нелокальных переменных (7) с помощью явного решения уравнения Гаусса (4). А именно, явная конструкция (7,8) определена с точностью до нетривиального вакуумного решения однородного уравнения Гаусса. Обратный оператор  $\nabla^{-2}$  в (8) допускает стационарные фазовые факторы

$$\psi \rightarrow U(\vec{x}) \psi, \quad U(\vec{x}) = \exp(\hat{\lambda}(\vec{x})) \quad (95)$$

с фазой, являющейся решением уравнения Гаусса в вакууме ( $A_i = 0, j=0$ )

$$\partial_i^2 \hat{\lambda}(\vec{x}) = 0. \quad (96)$$

Нетрудно убедиться, что переменные

$$\vec{A}_i^{\text{Phys.}} = U(\vec{x}) (\vec{A}_i(\vec{x}) + \partial_i) U^{-1}(\vec{x}), \quad \psi^{\text{Phys.}} = U(\vec{x}) \psi^T \quad (97)$$

удовлетворяют тем же дополнительным условиям, что и переменные (7).

Поскольку пространство  $R(3)$  пустое (т.е. не содержит сингулярных источников) и поля (97) физически не отличаются от полей (7), то фазовые факторы  $U(\vec{x})$  должны описывать гладкие отображения пространства  $R(3)$ , ( $|\vec{x}| \leq R$ ) в калибровочную группу  $SU(2)$ . Требование "пустого пространства" является очень важным. Рассмотрим, например, точно такую же неоднозначность в КЭД. Уравнение (96) в КЭД имеет, вообще говоря, два решения

$$\partial_i^2 \lambda(\vec{x}) \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 (z \lambda) = 0, \quad \lambda(z) = \frac{C_1}{z} + C_2.$$

Одно из них мы должны положить равным нулю  $C_1 = 0$  из-за требования отсутствия сингулярности, второе,  $C_2$ , описывающее постоянную фазу, не имеет, как известно, никаких физических следствий.

В КЭД мы получаем другую ситуацию. Уравнение (96) имеет нетривиальные решения, например,

$$\hat{\lambda}_{n,\varphi} = i \tau^a \Omega^{ab}(\varphi_i) \frac{x^b}{R} \pi n, \quad \tau^a \Omega^{ab}(\varphi_i) = U(\varphi_i) \tau^a U^{-1}(\varphi_i), \quad (98)$$

$$U(\varphi_i) = \exp(i \tau_1 \varphi_1 / 2) \exp(i \tau_2 \varphi_2 / 2) \exp(i \tau_3 \varphi_3 / 2)$$

(где  $T_a$  - генераторы минимальной подгруппы  $SU(2)$  группы  $SU_c(3)$  ( $a=1,2,3$ ), отвечающие гладким отображениям пространства  $R(3)$  на группу  $SU(2)$  с топологическим целым индексом отображения  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$n = \frac{1}{24\pi^2} \int_{|\vec{x}| \leq R} \epsilon_{ijk} \text{tr} (V_i V_j V_k) \quad V_i = U_{(n,\varphi)} \partial_i U_{(n,\varphi)}^{-1} \quad (99)$$

Решения (98) характеризуются тремя углами Эйлера  $\varphi_i$ , которые фиксируют положение системы координат цветного пространства относительно системы координат обычного пространства  $R(3)$ .

Существование таких решений указывает, что физические переменные (97) вырождены в пространстве конечного объема. Однако индекс вырождения  $n$  не исчезает даже в пределе бесконечного объема  $R \rightarrow \infty$  и представляет собой пример топологической аномалии, типа дивергенции аксиального тока  $\partial_\mu j_\mu^5 \sim F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ . Обе эти величины; и индекс  $n$  и дивергенция  $\partial_\mu j_\mu^5$  после снятия регуляризации остаются, и не равны нулю, несмотря на то, что исчезают исходные элементы их построения: поля  $V_i$  или пропагаторы Паули - Вилларса.

Поскольку фазовые факторы вырождения несингулярны, то лагранжиан и тензор Белинфанте не зависят от этих факторов в силу калибровочной инвариантности. Поэтому квантование (формулировка теорий возмущений) осуществляется в терминах "голых" переменных и ничем не отличается от стандартного квантования

$$\mathcal{L}(A^{Phys}, \psi^{Phys}) + J_i A_i^{Phys} + \bar{\eta} \psi^{Phys} + \bar{\psi}^{Phys} \eta = \mathcal{L}(A^I, \psi^I) + J_i U_{n,\varphi} (A_i^I + \partial_i) U_{n,\varphi}^{-1} + (\bar{\eta} U_{n,\varphi}^{-1}) \psi^I + \bar{\psi}^I (U_{n,\varphi} \eta).$$

Отличие будет только в определении физических состояний, которые называются "детьми" в фазовые факторы и вырождены. Если через  $\mathcal{Z}_{R,T}[\eta, \bar{\eta}, J]$  обозначить обычный функционал Фаддеева - Попова, то теория с вырождением описывается функционалом

$$\mathcal{Z}_{R,T} [ (U_{n,\varphi} \eta), (\bar{\eta} U_{n,\varphi}^{-1}), U_{n,\varphi} J_i U_{n,\varphi}^{-1} ].$$

В силу того, что все вычисляемые физические величины в квантовой теории поля - сечения, вероятности распадов и т.д. - нормированы на конечное пространство-время, предельный переход к бесконечному пространству должен осуществляться после снятия вырождения, т.е. после усреднения производящего функционала функций Грина по параметрам вырождения

$$\mathcal{Z}_{Conf} [\eta, \bar{\eta}, J] = \lim_{R,T \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N \mathcal{Z}_{R,T} [U_{n,\varphi} \eta, \bar{\eta} U_{n,\varphi}^{-1}, U_{n,\varphi} J_i U_{n,\varphi}^{-1}] \quad (100)$$

Вариация этого функционала по источникам

$$\left( \prod_{\alpha=1}^K U_{n,\varphi}^{-1} \frac{\delta}{\delta \eta_{n,\varphi}(x_\alpha)} \right) \left( \prod_{\beta=1}^L \frac{\delta}{\delta \bar{\eta}_{n,\varphi}(y_\beta)} U_{n,\varphi} \right) \left( \prod_{\gamma=1}^m U_{n,\varphi} \frac{\delta}{\delta J_i^{a\gamma}(z_\gamma)} U_{n,\varphi}^{-1} \right)$$

сопровождается усреднением функций Грина по всем углам Эйлера, описывающих положение координат цветного пространства относительно координат обычного пространства.

Вычислим одночастичную функцию Грина кварка. В низшем порядке теории возмущений получим

$$G(x,y) = \frac{\delta}{\delta \eta(x)} \frac{\delta}{\delta \bar{\eta}(y)} \mathcal{Z}_{Conf}(\eta, \bar{\eta}) \Big|_{\eta=\bar{\eta}=0} = G_0(x-y) f(\vec{x}, \vec{y}), \quad (101)$$

где  $G_0(x-y)$  - пропагатор "голового" кварка в теории возмущений

$$f(\vec{x}, \vec{y}) = \lim_{R \rightarrow \infty} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N [U(\vec{x}) U(-\vec{y})]^n = \begin{cases} 1, & |\vec{x}| = |\vec{y}| \\ 0, & |\vec{x}| \neq |\vec{y}| \end{cases} \quad (102)$$

$$U(\vec{x}) = \exp(i x^a \tau_a \mathcal{L} / R).$$

Фурье-образ функции Грина (101), (102) обращается в нуль из-за интерференции бесконечного числа фазовых факторов, каждый из которых является гладкой функцией в  $R(3)$ .

Рассмотрим теперь кварковую петлю как вакуумное среднее от токов

$$\langle j^\Gamma(x) j^\Gamma(y) \rangle, \quad j^\Gamma = \bar{\psi}^{Phys} \Gamma \psi^{Phys} = \bar{\psi}^I (U_{n,\varphi} \Gamma U_{n,\varphi}^{-1}) \psi^I \equiv \bar{\psi}^I \Gamma(n,\varphi) \psi^I.$$

В низшем порядке теории возмущений получим

$$\langle j^\Gamma(x) j^\Gamma(y) \rangle = \int d\Omega(\varphi_x) d\Omega(\varphi_y) \times \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N \text{tr} [\Gamma(n,\varphi_x) G_0(x-y) \Gamma(n,\varphi_y) G_0(y-x)].$$

Если матрица  $\Gamma$  является скаляром относительно цветной группы и  $U \Gamma U^{-1} = \Gamma$ , то мы имеем обычное выражение для свободной кварковой петли

$$\langle j^\Gamma(x) j^\Gamma(y) \rangle = \text{tr} \Gamma G_0(x-y) \Gamma G_0(y-x),$$

мнимая часть которой отличается от нуля. Если матрица  $\Gamma$  -цветная, мы получим выражение типа (101), (102), фурье-образ которого равен нулю.

Таким образом, после усреднения по инфракрасным параметрам вы-

рождения всех функций Грина, которые не являются скалярами относительно цветных калибровочных преобразований, исчезают. И, следовательно, исчезают все амплитуды рождения цветных частиц, которые определяются как вычеты соответствующих функций Грина (94). Это эквивалентно тому, что все цветные физические состояния имеют бесконечно большие массы, как в модели Хуфта /25/.

В то же время бесцветные корреляторы слабых и электромагнитных токов выражаются в терминах пропагаторов голых кварков и глюонов и совпадают с обычными выражениями пертурбативной КХД. И, как показано в работах /26-28/, такая ситуация не противоречит унитарности  $S$ -матрицы, а ведет как раз к принципу кварк-адронной дуальности в пространстве Минковского, интенсивно используемому в партонной феноменологии.

#### Заключение

В настоящей работе предложена несколько иная теория возмущений в КХД, чем общепринятая теория возмущений, основанная на асимптотической свободе.

Мы сформулировали теорию возмущений как разложение КХД по пространственным компонентам глюонного поля над пертурбативным фоном, определяемым хромостатикой с инфракрасным доопределением кулоновского потенциала. Показано, что в рамках хромостатики можно описать спектроскопию легких и тяжелых кваркониев, низкоэнергетическую адронную физику и конфайнмент. При этом было установлено, что низкоэнергетическое взаимодействие адронов слабо зависит от структуры волновых функций кваркониев, что позволяет понять, почему различные модели описания низкоэнергетической физики адронов дают одинаковые результаты. С точки зрения принципа верификации и проверки статуса такой теории возмущений (КХД<sub>мин</sub>) предпочтительно описание спектроскопии адронов.

Хромостатика для глюонных полей ведет также к спонтанному возникновению массы глюона и, как следствие, к инфракрасной модификации формулы асимптотической свободы. Эта модификация обосновывает малость эффективной константы связи и применимость теории возмущений в области малых передач.

Авторы благодарят А.В.Ефремова и В.Г.Кадцшевского за дискуссии. Один из авторов (В.П.) выражает свою признательность Я. Амбьерну, А.Д. Долгову, Г. Лейтвиллеру, Б.Штецу и Л.Д. Фаддееву за плодотворное обсуждение различных вопросов этой работы.

#### Литература

1. Wilson R., Phys. Rev., 1975, D10, p. 2445.  
Creutz M., In.: Topical Questions in QCD, Phys. Scripta, 1981, 23, No 5.
2. Азимов Р.А., Первушин В.Н. ТМФ, 1986, 67, с. 349.
3. Nguyen Suan Han, Pervushin V.N. Mod. Phys. Lett. A., 1987, v.2, No 6.
4. Илиева Н.П., Нгуен Суан Хан, Первушин В.Н. ЯФ, 1987, 45, с. II69.
5. Le Yaonanc A., Oliver L., Pene P., Raynal J.C. Phys. Rev., 1984, D29, p. I233.
6. Le Yaonanc A., Oliver L., Pene P., Raynal J.C. Phys. Rev., 1985, D31, p. I37.
7. Быков А.А., Дремин И.М., Леонидов А.В. УФН, 1984, 143, с. 3.
8. Арбузов Б.А. Препринт ИФВЭ 87-28, Серпухов, 1987.
9. Pervushin V.N., Kallies W., Sarikov N.A. Preprint JINR, E2-87-430, Dubna, 1987.
10. Pervushin V.N. Riv. Nuovo Cimento, 1985, 8, p. I.
11. Schwinger J. Phys. Rev., 1962, I27, p. 324.
12. Первушин В.Н., Райнхардт Х., Эберт Д. ЭЧАЯ, 1979, 10, с. III4.
13. Kleinert H. - In.: Proc. Int. Conf. on High Energy Phys. Tbilisi JINR DI, 2-10400, p. 241, 1976.
14. Ebert D., Pervushin V.N., Preprint JINR E2-10020, Dubna, 1976.
15. Love S., Ann. Phys., 1978, 113, p. 153.
16. Bodwin G.T., Jennie D.R., Gregorio, Rev. Mod. Phys., 1985, 57, p. 723.
17. Eguchi T. Phys. Rev., 1976, DI4, p. 2755.  
Kikkawa K. Progr. Theor. Phys., 1976, 56, p. 947.  
Kleinert H. Proc. Erice Lectures 1976, p. 289.  
Болков М.К., Эберт Д., ЭЧАЯ, 1983, 16, с. 205.  
Volkov M.K. Ann. Phys., 1984, 157, p. 285.  
Dhar A., Shanker R., Wadia S.R. Phys. Rev. 1985, d31, p. 3256.  
Ebert D., Reinhardt H. Nucl. Phys. 1986, B271, p. 188.
18. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М., Наука, 1984.
19. Daminguez C.A. Preprint DESY 87-010, 1987.
20. Eidelman S.I., Kurdadze L.M. and Vainshtein A.I. Phys. Lett. 1979, B82, p. 278.  
Faddeev N.G., Savin I.A., Sanadze V.V. and Shachkov N.B. Phys. Lett., 1982, B117, p. 349.



21. Finger J.R., Mandula J.E., Nucl. Phys., 1982, B199, p. 168.  
 Adler L., Davis A.C., Nucl. Phys., 1984, B224, p. 469.
22. Ilieva N.P., Pervushin V.N., Preprint JINR, E2-86-26, Dubna, 1986.
23. Efremov A.V., Radyushkin A.V., Riv. Nuovo Cimento, 1980, 3, No 2.
24. Dokshitzer Yu. L., Dyakonov D.I., Troyan S.L., Phys. Rev., 1980, 58, p. 269.
- 25. t'Hoofst G. Nuc. Phys., 1974, B72, p. 461.
26. Callan Jr. C. G., Goote M., Gross D.J. Phys. Rev., 1976, D13, p. 1649.
27. Einhorn M.B. Phys. Rev., 1976, D14, p. 1451.
28. Первушин В.Н., Райнхардт Х., Эберт Д. ЯФ, 1979, 10, с. 444.
29. Nakanishi N., Suppl. Prog. Theor. Phys., 1969, 43, p. 1.

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
 ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
 ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Рукопись поступила в издательский отдел  
 8 сентября 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
D1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
D10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
D17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
D11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на СМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
D13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
D4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
D3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
-	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/	13 р.50 к.
D1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.
D9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. /2 тома/	13 р.45 к.
D7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986	7 р.10 к.
D2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа-86". Дубна, 1986	4 р.45 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Первушин В.Н. и др.

P2-87-674

Квантовая хромостатика как низкоэнергетическая теория адронов

Предлагается низкоэнергетическое приближение КХД - квантовая хромостатика /КХС/ с инфракрасным доопределением кулоновского потенциала. Теория возмущения в КХД формулируется как низкоэнергетическое разложение по пространственным компонентам глюонного поля /по аналогии с КЭД/ над непертурбативным фоном, определяемым КХС. Показано, что в рамках КХС можно описать спектроскопию легких и тяжелых кваркониев, низкоэнергетическую адронную физику со спонтанным нарушением киральной симметрии и конфайнмента. Хромостатика для глюонов ведет к спонтанному возникновению массы глюона и, как следствие, к инфракрасной модификации формулы асимптотической свободы. Эта модификация обосновывает малость эффективной константы связи и применимость теории возмущений в области малых передач.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Pervushin V.N. et al.

P2-87-674

Quantum Chromostatics as Low-Energy Hadron Theory

The low-energy approximation of QCD, the quantum chromostatics (QCS) with infrared redefinition of the Coulomb potential, is proposed. The perturbation theory in QCD is formulated as a low-energy expansion on the spatial-components of gluon fields (by analogy with QED) over the nonperturbative background defined by QCS. It is shown that in the framework of QCS one can describe the spectroscopy of light and heavy quarkonia, the low-energy hadron physics with spontaneous chiral symmetry breaking and confinement. The chromostatics for gluons leads to spontaneous generation of a gluon mass and, as a result, to infrared modification of the asymptotical freedom formula. Such a modification substantiates smallness of the effective coupling constant and applicability of the perturbation theory in the region of a small transfer momentum.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987