сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-87-660

В.Н.Стрельцов

О ПРОДОЛЬНЫХ РАЗМЕРАХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ

1987

1. ВВЕДЕНИЕ

Обычно полагают, что действительные волновые функции в квантовой механике описывают нейтральные частицы. Однако в этом подходе мы сталкиваемся с определенными трудностями, связанными с введением дифференциальных операторов наблюдаемых и особенно определения понятия плотности вероятности и ее потока /см., например, [1]/.

В случае частиц со спином 1/2 использование реальных волновых функций имеет свои особенности. Здесь особую роль играет представление Майорана. Исследование в его рамках свойств спиноров и построенных с их помощью "наблюдаемых" тензорных величин можно рассматривать как важную сторону более общей проблемы, касающейся прояснения геометрической и физической сущности спиноров. Представляется, что эта проблема все еще не утратила своей актуальности /см.,например, [2]/. Поэтому дальнейшее изучение величин, описывающих тензор плотности спина и собственного лоренцева момента, операторов собственных магнитного и электрического дипольных моментов, собственной волновой функции оператора проекции лоренцева момента и др., следует считать важной задачей.

С другой стороны, вопрос представления компонент 4-вектора через спинорные переменные по сути дела связан с фундаментальной проблемой /см., например, [3]/ о том, какие величины следует считать "первичными координатами" в нашей физической картине описания мира.

2. БИСПИНОРЫ /4-спиноры/

2.1.1. Будем исходить из уравнения Дирака - Майорана

$$(\gamma^{i} \frac{\partial}{\partial x^{i}} + m)\psi = 0 , \qquad /1/$$

где $i = 0, 1, 2, 3$, $\hbar = c = 1$, а

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad /2/$$

Переход от обычного уравнения Дирака к уравнению /1/ осуществляется с помощью следующей замены волновой функции:

$$\psi^D = \frac{1}{\sqrt{2}} (I - i\gamma^2)\, \psi \,. \qquad /3/$$

Для инвариантов и 4-вектора $j^k = \tilde{\phi}\gamma^k\psi$, где $\tilde{\phi} = \phi^T\gamma^0$, образованных двумя реальными биспинорами ϕ и ψ, будем иметь

$$\begin{aligned}
s &= \tilde{\phi}\psi = \phi_1\psi_4 - \phi_2\psi_3 + \phi_3\psi_2 - \phi_4\psi_1 \,, \\
p &= \tilde{\phi}\gamma^5\psi = \phi_1\psi_3 + \phi_2\psi_4 - \phi_3\psi_1 - \phi_4\psi_2 \,, \\
j^0 &= \phi_1\psi_1 + \phi_2\psi_2 + \phi_3\psi_3 + \phi_4\psi_4 \,, \\
j^1 &= \phi_1\psi_4 + \phi_2\psi_3 + \phi_3\psi_2 + \phi_4\psi_1 \,, \qquad /4/ \\
j^2 &= \phi_1\psi_1 + \phi_2\psi_2 - \phi_3\psi_3 - \phi_4\psi_4 \,, \\
j^3 &= \phi_1\psi_3 - \phi_2\psi_4 + \phi_3\psi_1 - \phi_4\psi_2 .
\end{aligned}$$

При этом

$$j^k j_k = -s^2 - p^2 \,, \qquad /5/$$

т.е. j^k - пространственно-подобный вектор.

Если $\phi \equiv \psi$, то $s = p = 0$, откуда следует, что 4-вектор плотности тока вероятности $j^k = \tilde{\psi}\gamma^k\psi$ - изотропный или "световой" - вектор [1,4]. Таким образом, здесь мы сталкиваемся с трудностью, выражающейся в том, что плотность вероятности частиц с массой $m \neq 0$ перемещается со скоростью света. На первый взгляд кажется, что указанную трудность можно устранить.

Действительно, рассмотрим решение /свободного/ уравнения /1/ в форме плоской волны частного вида

$$\psi_a = u_a \sin(k^0x^0 - k^\alpha x^\alpha) \,, \qquad /6/$$

где a - спинорный индекс, $\alpha = 1,2,3$. Это выражение удовлетворяет уравнению Дирака - Майорана /1/, если только выполняется условие $m = 0$.

Однако в общем случае вместо /6/ имеем

$$\psi_a = u_a \sin(k^0x^0 - k^\alpha x^\alpha) + v_a \cos(k^0x^0 - k^\alpha x^\alpha) \,. \qquad /7/$$

В результате подстановки /7/ в уравнение /1/ получим для восьми коэффициентов следующие четыре условия:

$$\begin{aligned}
v_{\substack{1\\2}} &= \mp(k^0 + k^2)\, u_{\substack{4\\3}} \pm k^1 u_{\substack{1\\2}} - k^3 u_{\substack{2\\1}} \,, \\
v_{\substack{3\\4}} &= \mp(k^0 + k^2)\, u_{\substack{2\\1}} \pm k^1 u_{\substack{3\\4}} - k^3 u_{\substack{4\\3}} \,,
\end{aligned} \qquad /7'/$$

т.е. таким образом упомянутую трудность устранить не удается.

2.1.2. Величина j^k преобразуется при пространственных вращениях и преобразованиях Лоренца как 4-вектор. Что касается операции инверсии, то при пространственном отражении имеем

$$\psi'_p = P\psi = \gamma^0\psi \,, \qquad /8/$$

откуда

$$P: \; j^{0\prime} = j^0 \,, \; j^{\alpha\prime} = -j^\alpha \; (s' = s, \; p' = -p) . \qquad /9/$$

При обращении времени

$$\psi'_T = T\psi = \gamma^1\gamma^2\gamma^3\psi = \gamma^0\gamma^5\psi \qquad /10/$$

и

$$T: \; j^{0\prime} = j^0, \; j^{\alpha\prime} = -j^\alpha \; (s' = -s, \; p' = p) . \qquad /11/$$

Очевидно, что здесь мы имеем отличие от требуемого закона преобразования

$$x^{0\prime} = -x^0, \quad x^{\alpha\prime} = x^\alpha \qquad /12/$$

координатного 4-вектора.

В связи со сказанным рассмотрим антисимметричный 4-тензор третьего ранга J_{lkj}, отличные от нуля компоненты которого определяются выражениями

$$\begin{aligned}
J_{123} &= \phi_1\psi_2 - \phi_2\psi_1 - \phi_3\psi_4 + \phi_4\psi_3 \,, \\
J_{023} &= \phi_1\psi_3 - \phi_2\psi_4 - \phi_3\psi_1 + \phi_4\psi_2 \,,
\end{aligned}$$

$$J_{013} = -\phi_1\psi_2 + \phi_2\psi_1 - \phi_3\psi_4 + \phi_4\psi_3 \,,$$
$$J_{012} = -\phi_1\psi_4 - \phi_2\psi_3 + \phi_3\psi_2 + \phi_4\psi_1 \,. \qquad /13/$$

Как обычно, можно ввести дуальный $J_{jk\ell}$ 4-вектор

$$J^i = \frac{1}{3!}\epsilon^{ijk\ell} J_{jk\ell} \,, \qquad /14/$$

где $\epsilon^{ijk\ell}$ - символ Леви - Чевита.

С учетом /8/, /10/ и /13/ легко найдем, что

$$\text{P}:\ J^{0\prime} = -J^0 \,, \quad J^{\alpha\prime} = J^{\alpha} \,,$$
$$\text{T}:\ J^{0\prime} = -J^0 \,, \quad J^{\alpha\prime} = J^{\alpha} \,. \qquad /15/$$

Таким образом, в этом случае 4-вектор J^i преобразуется иначе, чем координатный вектор при пространственной инверсии. Кроме того, он не удовлетворяет уравнению непрерывности, а поэтому не может описывать ток вероятности.

В то же время обычный 4-вектор плотности тока и 4-вектор плотности тока вероятности скалярных частиц преобразуется как координатный 4-вектор.

Заметим здесь, что после изменения знака всех координат в уравнении /1/ можно вернуться к исходному уравнению, если также изменить знак у последнего члена, т.е. перейти к частицам с отрицательной массой /античастицам/.

Отметим также, что условие истинной нейтральности частицы $\psi = \psi^c$, где ψ^c - зарядово-сопряженная волновая функция, в представлении Майорана означает $\psi = \psi^*$, т.е. реальность волновой функции. В этом случае нарушение P-инвариантности должно сопровождаться нарушением T-инвариантности /5/.

2.1.3. Поскольку все физические величины являются теми или иными функциями координат, то при операциях зеркального отражения P и обращении времени T они ведут себя соответствующим образом:

	$P(\vec r \to -\vec r, t \to t)$	$T(\vec r \to \vec r,\ t \to -t)$
импульс	$\vec p \to -\vec p$	$\vec p \to \vec p$
энергия	$E \to E$	$E \to -E$
угловой момент	$\vec J \to \vec J$	$\vec J \to \vec J$
плотность заряда	$\rho \to \rho$	$\rho \to -\rho$
плотность тока	$\vec j \to -\vec j$	$\vec j \to \vec j$

электрическое поле	$\vec E \to -\vec E$	$\vec E \to -\vec E$
магнитное поле	$\vec H \to \vec H$	$\vec H \to \vec H$
скалярный потенциал	$\phi \to \phi$	$\phi \to -\phi$
векторный потенциал	$\vec A \to -\vec A$	$\vec A \to \vec A$

Здесь мы учли, например, что $p^i = (E, \vec p) = m(dt/d\tau, d\vec r/d\tau)$, а плотность электрических зарядов в единице объема (V) меняет знак при P-операции, поскольку при этом $V \to -V$. Обычно, однако, вместо тензора объема пользуются дуальным ему 4-вектором объема, временную компоненту которого определяет величина пространственного объема. Вследствие этого плотность зарядов, будучи временной компонентной 4-вектора плотности тока, меняет знак при обращении времени. Отсюда на основании уравнений Максвелла - Лоренца можно установить поведение величин, описывающих электромагнитное поле, и т.д.

2.1.4. Рассмотрим тензор плотности спинового момента /см., например, /6//

$$S^{m\ell,k} = \frac{1}{4}\bar\psi(\gamma^k\sigma^{\ell m} + \sigma^{\ell m}\gamma^k)\psi \,, \qquad /16/$$

где

$$\sigma^{\ell m} = \frac{1}{2}(\gamma^\ell\gamma^m - \gamma^m\gamma^\ell) \qquad /17/$$

- так называемый "матричный тензор спина".

Нетрудно показать, что при этом все компоненты тензора с различными индексами будут равны нулю. В частности,

$$S^{12,0} = S^{13,0} = S^{23,0} = S^{12,3} = 0 \,. \qquad /18/$$

С другой стороны, найдем, что

$$-S^{01,0} = S^{12,2} = j^1, \ -S^{02,0} = S^{12,1} = j^2, \ -S^{03,0} = j^3, \ -S^{01,1} = j^0 \text{ и т.д.} \qquad /19/$$

Для проекции вектора спина на ось x^3 имеем

$$S_3 = \int S^{12,i} dV_i \,, \qquad /20/$$

где dV_i - 4-вектор объема. В случае $dV_\alpha = 0$, т.е. в собственной системе частицы, $S_3 = 0$. При движении вдоль оси x^1, $dV_1 \neq 0$ спин будет лежать в плоскости, нормальной к направлению движения ($S_2 \neq 0$, $S_3 \neq 0$).

Следует отметить, что в общем величина типа

$$S_3 = \int S^{12,0} dV_0 \qquad /20'/$$

должна менять знак при обращении времени.

На основании выражения для $S^{12.1}$ нетрудно показать, что изменение направления спина на противоположное связано, в частности, с переходом от $\psi^T = N(1,1,0,0)$ к $\psi^T = N(0,0,1,1)$.

2.2. Полагая $\phi = \overset{*}{\psi}$, придем к соответствующим привычным формулам в представлении Майорана. В этом случае, например, s и p будут чисто мнимыми величинами, а поэтому, согласно /5/, j^k, казалось бы, должны определять времениподобный 4-вектор. Однако с учетом того, что действительные и мнимые части ψ подчиняются одним и тем же свободным уравнениям, т.е., по существу, равным между собой, опять-таки будем иметь $j^k j_k = 0$. По той же причине будет равен нулю тензор энергии - импульса

$$T^{ik} = \frac{1}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^k \frac{\partial\psi}{\partial x_i} - \frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x_i}\gamma^k\psi\right). \qquad /21/$$

2.3. Вопрос о построении 4-вектора из биспиноров имеет самостоятельный интерес. Может быть, спинорные величины следовало бы рассматривать как своего рода "первичные сущности", из которых строятся обычные /привычные/ величины. Как следует, однако, из предыдущего рассмотрения, мы не можем взять за основу вместо x^i четыре /действительные/ величины ϕ_a, поскольку с их помощью можно построить только изотропный 4-вектор. Привлечение другого биспинора позволяет получить только пространственно-подобный 4-вектор. При этом поведение указанных 4-векторов относительно операции обращения времени будет отличаться от требуемого. Впрочем, уже само введение вместо четырех восьми "основных" величин нельзя признать удовлетворительным шагом.

3. СПИНОРЫ /2-спиноры/

3.1. Пусть $\phi_1 = \phi_3$, $\phi_2 = \phi_4$ и т.д. На основании /4/ тогда получим

$$s = 2(\phi_1\psi_2 - \phi_2\psi_1), \quad p = 0,$$

$$j^0 = 2(\phi_1\psi_1 + \phi_2\psi_2), \quad j^1 = 2(\phi_1\psi_2 + \phi_2\psi_1),$$

$$j^2 = 0, \quad j^3 = 2(\phi_1\psi_1 - \phi_2\psi_2). \qquad /22/$$

Таким образом, двухкомпонентные спиноры будут определять /1+2/ - пространство [7]. Интересно отметить, что при этом одна компонента спинора имеет проекции на все три оси координат.

Выражения /22/ можно записать с помощью двухрядных матриц /для удобства $j^3 \to j^2$ /

$$\alpha^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad /23/$$

Тогда очевидно

$$s = \tilde{\phi}\psi, \quad j^k = \tilde{\phi}\alpha^k\psi, \qquad /24/$$

где $\tilde{\phi} = \phi^T\alpha^0$, $k = 0,1,2$.

3.2. Когда мы обычно полагаем $\phi = \overset{*}{\psi}$, то формулы /22/ снова можно выразить через четыре действительные функции. Используя ряд указанных величин, можно построить четырехкомпонентную функцию $\Phi_a^T = (\mathrm{Re}\,\psi_1, \mathrm{Im}\,\psi_1, \mathrm{Re}\,\psi_2, \mathrm{Im}\,\psi_2)$. При этом построенный с ее помощью /1+2/ - вектор $-j^k = \tilde{\Phi}\gamma'^k\Phi$ будет времениподобен. Для матриц γ'^k на основании уравнения /1/ получим

$$\gamma^s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma'^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma'^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \gamma'^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad /25/$$

Здесь мы также выписали матрицу γ^s. В отличие от привычного выражения для скаляра в данном случае будем иметь $s = \Phi^T\gamma^s\Phi$. Интересно отметить, что при этом

$$\gamma'^0\gamma'^1\gamma'^2 = I, \quad \gamma'^0\gamma'^1 = \gamma'^2 \quad \text{и т.д.} \qquad /26/$$

4. КВАТЕРСПИНОРЫ /8-спиноры/

Привычный нам биспинор представляет собою столбец из четырех комплексных функций. Иначе говоря, он описывается восьмью действительными функциями.

Имея в виду затронутый нами ранее вопрос о том, насколько необходима мнимая единица при описании нейтральных частиц в квантовой механике, и в соответствии с результатом п.3.2, введем кватерспиноры. Так мы будем называть столбцы из восьми действительных функций

$$\Phi^T = (r_1, m_1, r_2, m_2, r_3, m_3, r_4, m_4), \qquad /27/$$

где $r_a = \mathrm{Re}\,\psi_a$, $m_a = \mathrm{Im}\,\psi_a$. Введем далее 8-рядные матрицы Γ^i:

$$\Gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \dot\gamma^0 \\ \dot\gamma^0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma^1 = \begin{pmatrix} \dot\gamma^1 & 0 \\ 0 & \dot\gamma^1 \end{pmatrix}, \quad \Gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & \dot\gamma^2 \\ \dot\gamma^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma^3 = \begin{pmatrix} \dot\gamma^3 & 0 \\ 0 & \dot\gamma^3 \end{pmatrix}, \qquad /28/$$

где $\dot\gamma^0 = \gamma'^0$, $\dot\gamma^1 = \gamma'^1$, $\dot\gamma^2 = \gamma^2$, $\dot\gamma^3 = \gamma'^2$. Для 4-вектора J^i, скаляра s и псевдоскаляра p найдем

$$-J^i = \tilde\Phi \Gamma^i \Phi, \qquad \tilde\Phi = \Phi^T \Gamma^0,$$
$$s = \Phi^T \Gamma^s \Phi, \qquad p = \Phi^T \Gamma^p \Phi. \qquad /29/$$

Здесь

$$\Gamma^s = \begin{pmatrix} 0 & \gamma^s \\ \gamma^s & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma^p = \begin{pmatrix} 0 & \gamma^p \\ \gamma^p & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^p = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad /30/$$

Нетрудно видеть, что в этом подходе 4-вектор плотности тока вероятности будет также представлять собою времениподобный вектор

$$J^k J_k \doteq s^2 + p^2. \qquad /31/$$

Таким образом, хотя предлагаемое описание более громоздко, чем первичное, и остается неясным физический смысл введения четырех дополнительных компонент, однако при этом мы имеем реальные волновые функции и времениподобный 4-вектор тока.

5. ДИРАКОВСКИЙ 4-ВЕКТОР ПЛОТНОСТИ ТОКА ВЕРОЯТНОСТИ

В представлении Майорана действительные и мнимые части волновой функции удовлетворяют одним и тем же свободным уравнением, т.е. по сути дела являются одинаковыми функциями /$\mathrm{Re}\,\psi_a = \mathrm{Im}\,\psi_a$/. Явный учет этого факта на основании /3/ приводит к соотношениям между компонентами дираковской волновой функции и соответствующими комплексно сопряженными величинами:

$$\psi_4^D = -\overset{*}{\psi}{}_1^D, \qquad \psi_3^D = -\overset{*}{\psi}{}_2^D. \qquad /32/$$

Это означает, что вместо восьми волновых уравнений мы будем фактически иметь только четыре. Учет /32/ в формулах для скаляра s_D и псевдоскаляра p_D приводит к обращению их в нуль /$s_D = p_D = 0$/. Но поскольку квадрат 4-тока вероятности j^k выражается через сумму квадратов указанных величин, то это означает равенство

$$j_D^k j_k^D = 0. \qquad /33/$$

Таким образом, и в дираковском представлении 4-вектор плотности тока вероятности по сути дела является "световым" вектором.

6. ОПЕРАТОРЫ ЛОРЕНЦЕВА И ДИПОЛЬНОГО МОМЕНТОВ

6.1. Итак, обычно реальные спинорные волновые функции, о которых шла речь выше, мы связываем с нейтральными частицами. Комплексные волновые функции описывают заряженные частицы.

Для того чтобы ввести взаимодействие частицы заряда e /электрона/ с электромагнитным полем A_k, нужно в уравнении /1/ провести калибровочное преобразование.

$$\frac{\partial}{\partial x^k} \to \frac{\partial}{\partial x^k} + ieA. \qquad /34/$$

После квадрирования уравнения /1/ придем к выражению, которое отличается от известного уравнения Клейна - Гордона в электромагнитном поле наличием слагаемого

$$ie\sigma^{ik} F_{ik} = i(\hat{\vec\mu}\vec H + \hat{\vec d}\vec E). \qquad /35/$$

Здесь F_{ik} -тензор электромагнитного поля.

Первый член в правой части /35/ позволяет говорить о наличии у частицы собственного магнитного момента, связанного с существованием спина.

Однако мы хотим здесь обратить внимание на второй член в правой части /35/. Он полностью аналогичен первому и означает, что электрон должен вести себя так, как если бы у него был и собственный дипольный момент /ср.с формулами /18//.

Экспериментальный факт отсутствия собственного электрического дипольного момента должен, казалось бы, приводить к условию

$$\sigma^{0\alpha} E_\alpha = 0, \qquad /36/$$

или, в частности,

$$E_x\psi_4 + E_y\psi_1 + E_z\psi_2 = 0. \qquad /36'/$$

Очевидно, что требуемое условие будет выполнено, если только $\psi \equiv 0$.

6.2. Электрический дипольный момент тесно связан с моментом движения центра инерции или лоренцевым моментом $L^{0\alpha}$. При этом, в частности, квадрат оператора $(\hat{L}^{0\alpha})^2$ имеет вид

$$(\hat{L}^{0\alpha})^2 = t^2\frac{\partial}{\partial x_\alpha^2} - 3t\frac{\partial}{\partial t} - 2t\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial x_\alpha} - x^\alpha\frac{\partial}{\partial x^\alpha} + (x^\alpha)^2\frac{\partial}{\partial t^2}. \qquad /37/$$

Например, собственная волновая функция оператора проекции лоренцева момента $\hat{L}^{0z}$ определяется выражением

$$\psi = N\exp(i\mathfrak{M}^{0z}\operatorname{arctg}\frac{z}{t}). \qquad /38/$$

Отметим, что в простейшем случае свободного движения с определенным значением орбитального момента /для простоты $\ell = 0$/ частное решение уравнения Клейна - Гордона дается формулой

$$\psi = A\frac{\sin kr}{kr}\exp(-iEt). \qquad /39/$$

Нетрудно показать, что это решение, будучи собственной функцией оператора орбитального момента $(\hat{L}^{\alpha\beta})^2$, не является собственной функцией оператора $(\hat{L}^{0\alpha})^2$.

Отметим здесь, что при переходе к другой инерциальной системе отсчета (S'), движущейся относительно исходной со скоростью $v_z = \beta$, решение /39/ можно будет представить в виде разложения по степеням $\beta\cos\theta(\cos\theta = z/r)$. Таким образом, в S' - системе в зависимости от величины β будут появляться дополнительные орбитальные моменты $\ell = 1,2$ и т.д.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обычно реальные волновые функции служат в рамках квантовой механики для описания поведения нейтральных частиц. Построенный с помощью реального биспинора 4-вектор тока вероятности j^k является "световым" вектором. При обращении времени j^k преобразуется иначе, чем координатный 4-вектор. Построенный с помощью двух разных реальных биспиноров 4-вектор j^k - пространственно-подобен; введение кватерспиноров

дает возможность формально построить времениподобный 4-вектор тока вероятности.

Были рассмотрены также свойства тензора плотности спина и собственного лоренцева момента, условие обращения в нуль взаимодействия с собственным электрическим дипольным моментом, получена собственная волновая функция оператора проекции лоренцева момента и др.

Вместе с тем было отмечено, что уже требование простоты не позволяет рассматривать спинорные величины как "первичные" координаты в нашей физической картине описания мира.

Автор выражает благодарность А.М.Ахметели за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. ОИЯИ,Р2-82-44, Дубна, 1982.
2. Черников Н.А., Шавохина Н.С. - В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ №6-85, Дубна: ОИЯИ, 1985, с.27.
3. Стрельцов В.Н. ОИЯИ,Р2-84-843, Дубна, 1984.
4. Deumens E. - Physica 1982, 114A, p.237.
5. Von Borzeszkowski H.-H., Treder H.-J. - Found.Phys. 1985, 15, p.193.
6. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. - В кн.: Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984, п.7.3.
7. Картан Э. - В кн.: Теория спиноров. М.: ГИИЛ, 1947, с.64.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 августа 1987 года.

Стрельцов В.Н. P2-87-660

О продольных размерах релятивистских частиц

Обсуждаются особенности использования для описания нейтральных частиц со спином 1/2 /в рамках представления Майорана/ действительных биспинорных волновых функций, в частности, известная трудность: 4-вектор тока вероятности j^k – "световой" вектор. Введение кватерспиноров позволяет формально построить времениподобный 4-вектор j^k. Рассмотрены свойства тензора плотности спина и собственного лоренцева момента, собственная волновая функция оператора проекции лоренцева момента и др.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Streltsov V.N. P2-87-660

On Longitudinal Dimensions of Relativistic Particles

Special features are discussed of using for description of neutral particles with spin 1/2 (within the Majorana representation) of real bispinor wave functions, in particular, a known difficulty: 4 - vector probability current of j^k-"light vector". Introduction of quarterspinors permits to construct formally a time-like 4-vector j^k. Tensors of spin density and of proper Lorentz moment, proper wave function of projection operator of Lorentz moment etc. are considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987