

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

K-14

P2-87-657

Д.И.Казаков, А.В.Котиков

ПОЛНАЯ  $\alpha_s$  -ПОПРАВКА  
К ОТНОШЕНИЮ СЕЧЕНИЙ ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО  
РАССЕЯНИЯ  $R = \sigma_L / \sigma_T$  В КХД.  
КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ  
И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Направлено в "Nucl.Phys."

1987

## Введение

Настоящая работа посвящена вычислению  $\mathcal{L}_S$  - поправки и отношению сечений поглощения продольно- и поперечно-поляризованного фотона на адроне

$$R(x, Q^2) = \frac{\sigma_L}{\sigma_T},$$

где  $Q^2 = -q^2 > 0$ ,  $x = \frac{Q^2}{2pq}$ . В работе /1/ нами была рассчитана двухпетлевая поправка к продольной структурной функции глубоконеупругого рассеяния (ГНР) в фейнмановской калибровке. Здесь мы показываем калибровочную инвариантность полученного результата и изучаем его влияние на

$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$ . Мы проводим также анализ экспериментальных данных как на основе стандартной процедуры, так и с использованием схемно-инвариантной теории возмущений. Показано, что учет  $\mathcal{L}_S$  - поправки в целом улучшает согласие с экспериментальными данными.

§2 посвящен проблеме калибровочной зависимости (инвариантности) моментов структурных функций (вильсоновских коэффициентов).

В §3 мы инвертируем полученные моменты структурных функций и восстанавливаем отношение  $R = \frac{F_L}{2x F_1}$ . Приводим графики зависимости  $R(x, Q^2)$ .

§4 посвящен обсуждению полученных результатов.

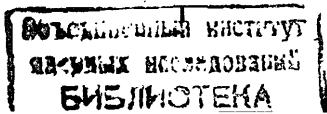
## §2. Учет калибровочного члена

Для нахождения моментов структурных функций в произвольной  $\xi$  - калибровке представим пропагатор глюона в виде суммы двух членов:

$$\frac{1}{ik^2} (g^{\mu\nu} - (1-\xi) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2}) \equiv \frac{1}{i} \left( \overset{\mu}{\text{-----}}^\nu - (1-\xi) \overset{\mu}{\text{-----}}^\nu \right).$$

В работе /1/ нами дан полный ( и поддиаграммный ) вклад в коэффициентные функции при учете только первого члена. Здесь мы покажем, что учет калибровочного ( $\sim(1-\xi)$ ) члена не влияет на окончательные результаты. Все используемые здесь обозначения даны в работе /1/.

В работе /2/ аналогичный расчет в лидирующем порядке был проведен при  $p^2 < 0$ , поэтому величины  $T_{2,n}^{(0),j}$  и  $A_{n,j}^{(0)}$  ( $j=NS, \Psi, G$ ) имели нетривиальные вклады, пропорциональные  $(1-\xi)$ . Вклады были одинаковы, поэтому сокращались друг с другом, и коэффициент  $C_{2,n}^{(0),j}$  не зависел от выбора

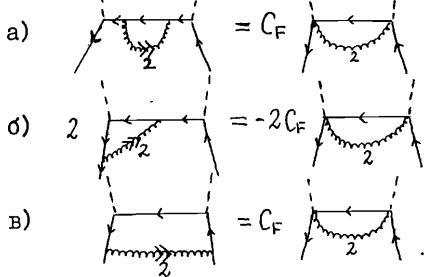


калибровки. В нашем расчете  $p^2=0$  и, следовательно,  $\bar{A}_n = const$ , поэтому вся зависимость от калибровочного параметра находится в  $T_{k,n}^{(i)NS}$ ,  $T_{k,n}^{(i)j}$  и  $Z_{n,j}^{(i)}$  ( $i = 1, 2; j = \psi, G$ ).

Рассмотрим вклад калибровочного члена  $\sim(1-\xi)$ . Во всех расчетах здесь используем процедуру, введенную в работе /1/.

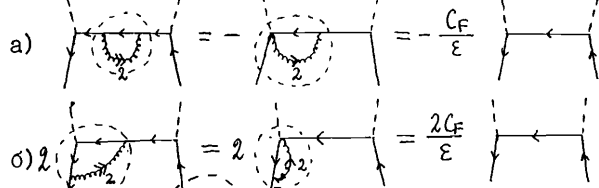
### 1. Однопетлевые результаты

1а) Рассмотрим диаграммы, изображенные на рис.1 в работе /1/, дающие вклад в  $T_{k,n}^{(i)}$  где  $i = NS, \psi$ . Вклад члена пропагатора  $\sim(1-\xi)$  можно записать в виде (параметр цветной группы выделен явно):



Суммарный вклад перенормированных диаграмм равен нулю.

Учтем вклад контрчленов к диаграммам а) и б):



Здесь выделяет полюсную часть подграфа.

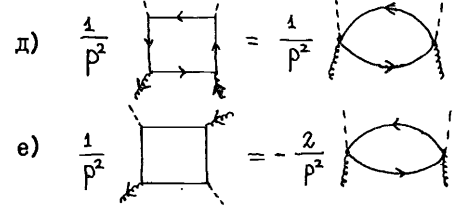
Суммарный вклад перенормированных диаграмм можно записать в виде:

$$\sum_K^{(i)} = -\frac{C_F}{\epsilon} \left[ \text{diagram} \right] \quad K=2, L; i=NS, \psi.$$

б) Рассмотрим диаграммы, изображенные на рис.2 в работе /1/, дающие вклад в  $T_{k,n}^{(i)G}$ . В произвольной  $\xi$  - калибровке сумма по поляризациям имеет вид:

$$\sum_{\lambda} \epsilon^{\mu}(\lambda) \epsilon^{\nu}(\lambda) = -g^{\mu\nu} + (1-\xi) \frac{p^{\mu} p^{\nu}}{p^2}. \quad (I)$$

Рассмотрим вклад диаграмм  $\sim(1-\xi)$ . Вычисления здесь будем проводить при  $p^2 \neq 0$ . Имеем:

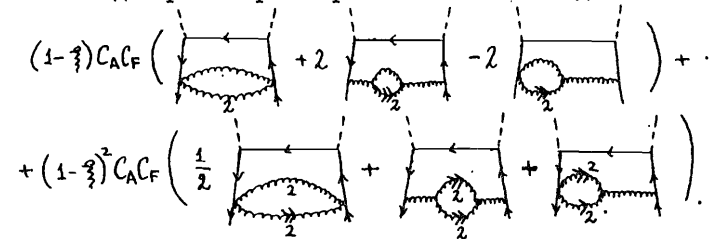


Суммарный вклад, с учетом кроссинг-симметричной диаграммы, равен нулю при любом значении  $p^2 \neq 0$ . Из непрерывности результата по переменной  $p^2$  вклад калибровочного члена равен нулю и при  $p^2=0$ .

### 2. Двухпетлевые результаты

2а) Вклад в  $T_{L,n}^{(2)NS}$

Действуя аналогично пункту I, получаем, что вклад калибровочного члена в диаграммах рис.3 работы /1/ имеет вид



Расписывая глюонные вершины, убеждаемся, что коэффициенты при степенях  $(1-\xi)$  равны нулю.

Учтем вклад контрчленов к диаграммам, изображенным на рис.3 работы /1/, получаем для перенормированных диаграмм вклад калибровочного члена в виде:

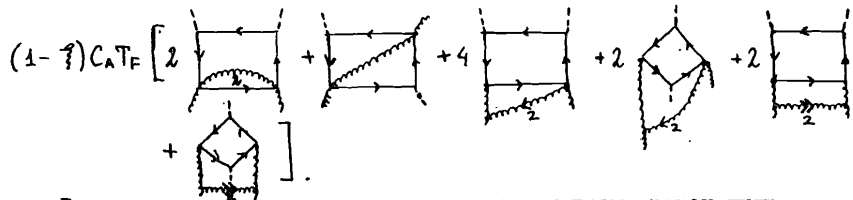
$$\sum_L^{(2)NS} = -\frac{C_F}{\epsilon} \left[ \text{diagram} \right]$$

2б) Вклад в  $T_{L,n}^{(2)\psi}$ . Легко показать, что вклад калибровочного члена диаграмм, изображенных на рис.4 работы /1/, равен нулю. Следовательно, имеем

$$\sum_L^{(2)\psi} = -\frac{C_F}{\epsilon} \left[ \text{diagram} \right]$$

2в) Вклад в  $T_{L,n}^{(2)G}$

Рассмотрим вначале вклад калибровочного члена внутренних линий диаграмм рис.5 работы /1/. Имеем:



Расписывая шпур, получаем, что вклад диаграмм равен нулю.

Далее возможны два пути учета калибровочного члена, соответствующие двум вариантам расчета  $\Gamma_{L,n}^{(\omega)G}$ .

Если учитывать вклад диаграмм дуг (рис. 6 работы /I/), то необходимо рассмотреть сумму по поляризациям в виде (I). Дополнительный вклад  $(\sim(1-\xi))$  возникает из второго члена суммы (I) и из глюонных пропагаторов диаграмм рис. 6 в работе /I/. Можно показать, аналогично пункту Iб), что этот вклад равен нулю. Если же записать сумму по поляризациям в виде (чтобы не вводить "духи"):

$$\sum_{\lambda} \varepsilon^{\mu}(\lambda) \varepsilon^{\nu}(\lambda) = -g^{\mu\nu} + \frac{u^{\mu}k^{\nu} + u^{\nu}k^{\mu}}{(u \cdot k)} - \frac{k^{\mu}k^{\nu}u^2}{(u \cdot k)^2}, \quad (2)$$

необходимо рассмотреть вклад калибровочного члена внутренних глюонных линий дополнительных диаграмм (см. работу /I/), возникающих за счет члена

$$\frac{u^{\mu}k^{\nu} + u^{\nu}k^{\mu}}{(u \cdot k)} - \frac{k^{\mu}k^{\nu}u^2}{(u \cdot k)^2}.$$

Он имеет вид:

$$C_A T_F \left\{ \frac{2u_{\mu}}{(p \cdot u)} \left[ -2 \left( \text{diagram 1} - \text{diagram 2} \right) + P_{\mu} \left( \text{diagram 3} + \text{diagram 4} \right) \right] + \left( \frac{4u_{\mu}}{(p \cdot u)} - \frac{2u^{\mu}p_{\mu}}{(p \cdot u)^2} \right) \left[ \text{diagram 5} + \text{diagram 6} \right] + \left( \frac{2u_{\mu}p_{\mu}}{(p \cdot u)} - \frac{u^2 p_{\mu} p_{\mu}}{(p \cdot u)^2} \right) \left[ \text{diagram 7} + \text{diagram 8} \right] - \frac{u^2}{(p \cdot u)^2} \left[ 2 \left( \text{diagram 9} + \text{diagram 10} \right) \right] \right\}$$

Расписывая шпур, убеждаемся, что вклад диаграмм равен нулю. Итак, суммарный  $(\sim(1-\xi))$  вклад перенормированных диаграмм рис. (3-5) (в работе /I/) равен нулю.

Учтем вклад контрчленов в эти диаграммы. Получаем для перенор-

мированных диаграмм вклад калибровочного члена в виде:

$$\sum_L^{(2)G} = -\frac{C_A}{\varepsilon} \left[ \text{diagram} \right]$$

Резюме: суммарный  $(\sim(1-\xi))$  вклад всех диаграмм, без учета контрчленов, равен нулю как в однопетлевом, так и в двухпетлевом приближении. Зависимость моментов от калибровочного параметра определяется контрчленами к диаграммам. Суммарные вклады можно записать в виде: в лидирующем порядке

$$\begin{aligned} \Gamma_{2,n}^{(i)}(\xi) &= \Gamma_{2,n}^{(i)}(\xi=1) - \frac{C_F(1-\xi)}{\varepsilon} \quad (i=NS, \Psi) \\ \Gamma_{2,n}^{(i)G}(\xi) &= \Gamma_{2,n}^{(i)G}(\xi=1) \\ \Gamma_{L,n}^{(i)j}(\xi) &= \Gamma_{L,n}^{(i)j}(\xi=1), \quad (i=NS, \Psi, G) \end{aligned}$$

в двухпетлевом приближении

$$\begin{aligned} \Gamma_{L,n}^{(i)}(\xi) &= \Gamma_{L,n}^{(i)}(\xi=1) - \frac{C_F(1-\xi)}{\varepsilon} \Gamma_{L,n}^{(i)} \quad (i=NS, \Psi) \\ \Gamma_{L,n}^{(i)G}(\xi) &= \Gamma_{L,n}^{(i)G}(\xi=1) - \frac{C_A(1-\xi)}{\varepsilon} \Gamma_{L,n}^{(i)G} \end{aligned}$$

Заметим, что из явного выражения для перенормированных множителей операторов Вильсона (см. работы /I, 3, 4/) следует, что

$$\begin{aligned} Z_n^{(i)NS}(\xi) &= Z_n^{(i)NS}(\xi=1) - \frac{C_F(1-\xi)}{\varepsilon} \\ Z_{n,\Psi}^{(i)}(\xi) &= Z_{n,\Psi}^{(i)}(\xi=1) - \frac{C_F(1-\xi)}{\varepsilon} \\ Z_{n,G}^{(i)G}(\xi) &= Z_{n,G}^{(i)G}(\xi=1) - \frac{C_A(1-\xi)}{\varepsilon} \end{aligned}$$

Используя полученные в /I/ соотношения между моментами упругого рассеяния вперед, коэффициентными функциями ГНР и перенормированными множителями операторов Вильсона, имеем для коэффициентных функций

$$C_{k,n}^{(i)j}(\xi) = C_{k,n}^{(i)j}(\xi=1) \quad (i=1,2; j=NS, \Psi, G). \quad (3)$$

Таким образом, вильсоновские коэффициенты не зависят от выбора калибровки.

§3. Расчет  $\Delta_S$  поправки к  $R(x, Q^2)$

Моменты структурных функций ГНР имеют следующий вид:  
в лидирующем порядке (по  $d$ )

$$M_{2,n}^{1L} = \sum_i A_n^{(i)} [\bar{\alpha}_{1L}(Q^2)]^{d_i^n}$$

$$M_{L,n}^{1L} = \sum_i A_n^{(i)} B_{L,n}^{(i)} [\bar{\alpha}_{1L}(Q^2)]^{d_i^n+1}$$

в следующем порядке ТВ

в  $\overline{MS}$  схеме:

$$M_{2,n}^{\overline{MS}}(Q^2) = \sum_i A_n^{(i)} [\bar{\alpha}(Q^2)]^{d_i^n} (1 + \bar{\alpha}(Q^2) [B_{2,n}^{(i)} + Q_n^{(i)}])$$

$$M_{L,n}^{\overline{MS}}(Q^2) = \sum_i A_n^{(i)} B_{L,n}^{(i)} [\bar{\alpha}(Q^2)]^{d_i^n+1} (1 + \bar{\alpha}(Q^2) [R_{L,n}^{(i)} + Q_n^{(i)}])$$

в СИТВ:

$$M_{2,n}(Q^2) = \sum_i A_n^{(i)} [a_{2,n}^i(Q^2)]^{d_i^n}$$

$$M_{L,n}(Q^2) = \sum_i A_n^{(i)} B_{L,n}^{(i)} [a_{L,n}^i(Q^2)]^{d_i^n+1}$$

где  $\bar{\alpha}_{1L}$ ,  $\bar{\alpha}_{\overline{MS}}$ ,  $a_{2,n}^i$ ,  $a_{L,n}^i$  определяются решениями уравнений соответственно

$$\frac{1}{\bar{\alpha}_{1L}(Q^2)} = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{1L}^2}$$

$$\frac{1}{\bar{\alpha}_{\overline{MS}}(Q^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln \bar{\alpha}_{\overline{MS}}(Q^2) = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{\overline{MS}}^2}$$

$$\frac{1}{a_{2,n}^i(Q^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln a_{2,n}^i(Q^2) = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{\overline{MS}}^2} - \frac{1}{d_i^n} (B_{2,n}^{(i)}(\overline{MS}) + Q_n^{(i)}(\overline{MS}))$$

$$\frac{1}{a_{L,n}^i(Q^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln a_{L,n}^i(Q^2) = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{\overline{MS}}^2} - \frac{1}{d_i^n+1} (R_{L,n}^{(i)}(\overline{MS}) + Q_n^{(i)}(\overline{MS}))$$

Вильсоновские операторы  $A_n^{(i)}$ ,  $A_n^{(i)}$  здесь, вообще говоря, не совпадают. Все обозначения даны в работах /1,3,4/.

Для получения структурных функций мы использовали технику Индурайна /5/. Суть ее в том, что берется  $M$  известных моментов и численно восстанавливается вид структурной функции. Мы использовали в обработке 9 первых моментов, что позволяет восстановить структурную функцию с шагом по  $x$ , равным 0,1 и точностью лучше 10% (см. /5,6/).

В обработке используются моменты  $M_{k,n}$  как для четных, так и для нечетных  $n$ . В лидирующем порядке в качестве значений для величины  $M_{k,n}$  для всех  $n$  использовался аналитический результат  $T_{k,n}$  для четных  $n$ . В данном случае такое отождествление прямо не проходит из-за наличия в аналитическом результате величин  $K_i(n)$  и  $Q(n)$ , имеющих различный аналитический вид для четных и нечетных  $n$ . Это следствие непланарности некоторых из диаграмм, изображенных на рис.3 и рис.5 (см. работу /1/). Трудность снимается переопределением  $K_i(n)$  и  $Q(n)$ :

$$K_2(n) \rightarrow (-)^n K_2(n) + \zeta(2) \frac{1-(-)^n}{2}$$

$$K_3(n) \rightarrow (-)^n K_3(n) + \frac{3}{2} \zeta(3) \frac{1-(-)^n}{2} \quad (4)$$

$$Q(n) \rightarrow (-)^n Q(n) + \frac{5}{4} \zeta(3) \frac{1-(-)^n}{2}$$

Соотношения (4) являются следствием непрерывности функций

$$\beta^{(i)}(z) = [\Psi^{(i)}(\frac{z+1}{2}) - \Psi^{(i)}(\frac{z}{2})] \frac{1}{2^i},$$

где  $\Psi^{(i)}(z)$  - полигамма-функция Эйлера.

Заметим, что теперь в полном ответе (для любых  $n$ ) для  $R_{k,n}^{(i)}$  ( $j = \overline{MS}, \Psi, G$ ) присутствует фактор  $\zeta(2)$ . Как известно, он не возникает при расчете безмассовых диаграмм пропагаторного типа.

Нормировки партонных распределений при  $Q_0^2 = 5(\text{ГэВ})^2$  выбраны в виде /7/:

$$x \Delta(x, Q_0^2) = 0,29 x^{0,52} (1-x)^{3,26} (1+8,9x)$$

$$x \Sigma(x, Q_0^2) = 6,3 x^{0,7} (1-x)^{3,21} + 4,03 (1-x)^{13,47}$$

$$x G(x, Q_0^2) = 3,81 (1-x)^{6,7}$$

Мы используем два значения  $\Lambda_{\overline{MS}}$  (и соответствующих  $\Lambda_{10}$ ):

$$\Lambda_{\overline{MS}}^{(1)} = 230 \text{ МэВ} (\Lambda_{10}^{(1)} = 200 \text{ МэВ}),$$

$$\Lambda_{\overline{MS}}^{(2)} = 105 \text{ МэВ} (\Lambda_{10}^{(2)} = 90 \text{ МэВ}).$$

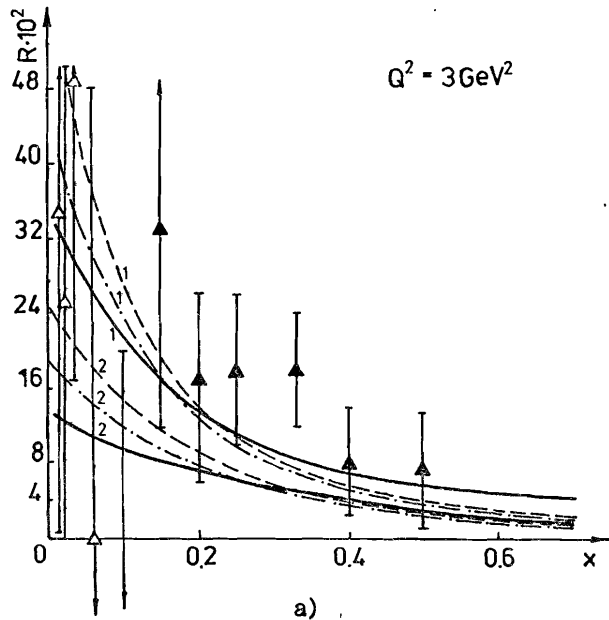
Такие  $\Lambda_{\overline{MS}}$  и  $\Lambda_{10}$  получены группами EMC /7/ и BCDSMS /8/.

Мы восстанавливаем  $R(x, Q^2)$  в лидирующем ( $\sim d_S$ ) и двухпетловом ( $\sim d_S^2$ ) порядках, причем во втором случае используются моменты как в обычной формулировке, так и обработанные с помощью СИТВ.

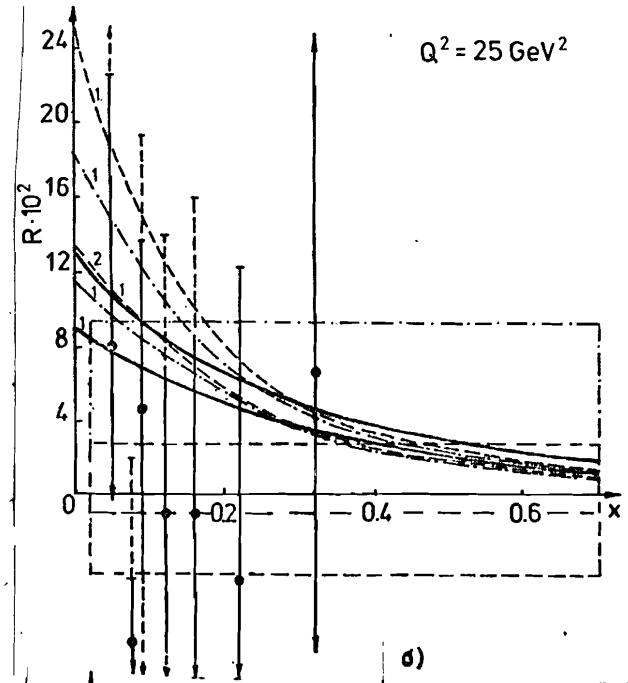
Полученные кривые для  $R(x, Q^2)$  сравниваются с экспериментальными данными (см. рис. I). При малых ( $\sim 0,1$ )  $x$  двухпетлевой результат лучше согласуется с результатами экспериментов, полученных группой EMC /7,9/, а при больших  $x$  ( $x > 0,3$ ) и малых  $Q^2$  схемно-инвариантный результат в целом лучше согласуется с результатами экспериментов группы SLAC /10/.

Оба, лидирующий и двухпетлевой результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, полученными группой BCMS /8/. Конечно, относительное (выше или ниже) расположение лидирующего и двухпетлевого вклада определяется выбором  $\Lambda_{\overline{MS}}$  и  $\Lambda_{LL}$ , значения которых точно неизвестны. Однако схемно-инвариантный результат спадает с ростом  $x$  менее круто, что, как видно, лучше согласуется с результатами экспериментов различных групп.

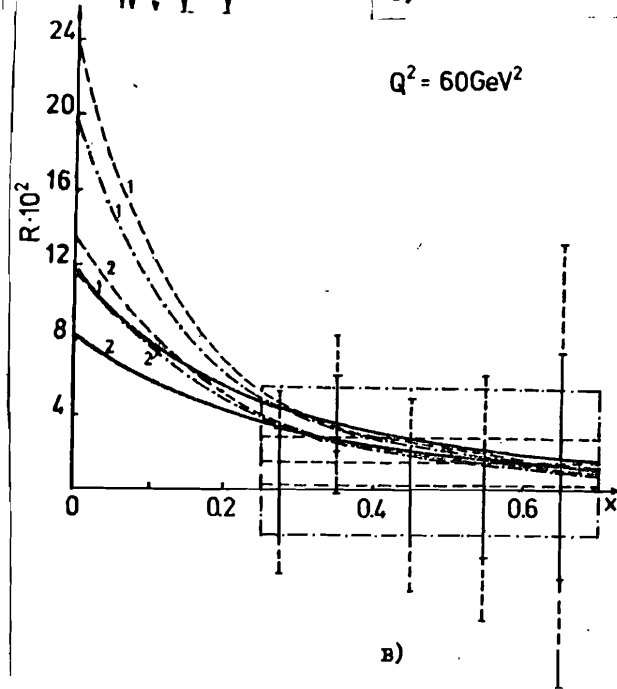
Экспериментальные значения имеют большие ошибки, поэтому можно говорить только о качественном улучшении согласия теории и эксперимента при учете  $d_S$  - поправки. Заметим, аналогично /6, II/, что для малых  $Q^2$  из рассматриваемой области существенны, по-видимому, нелога-рифмические поправки в виде  $m^2/Q^2$ , где в качестве  $m$  могут фигурировать масса мишени, массы тяжелых кварков, а также непертурбативные эффективные массы.



а)



д)



в)

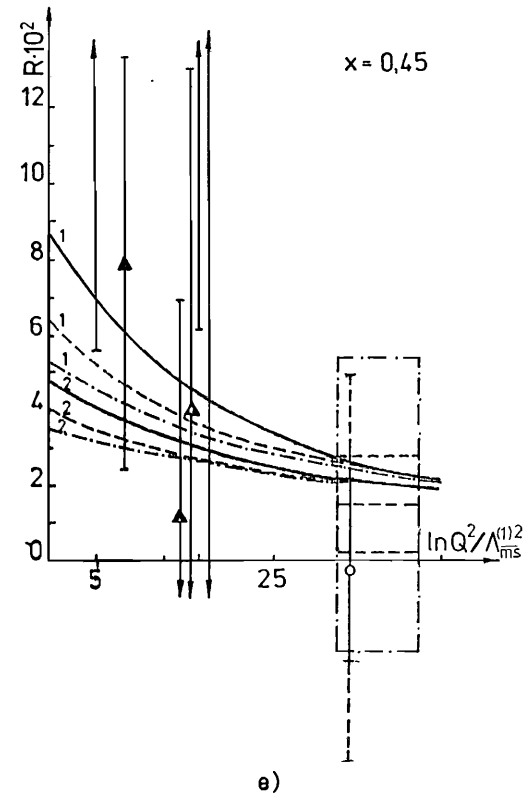
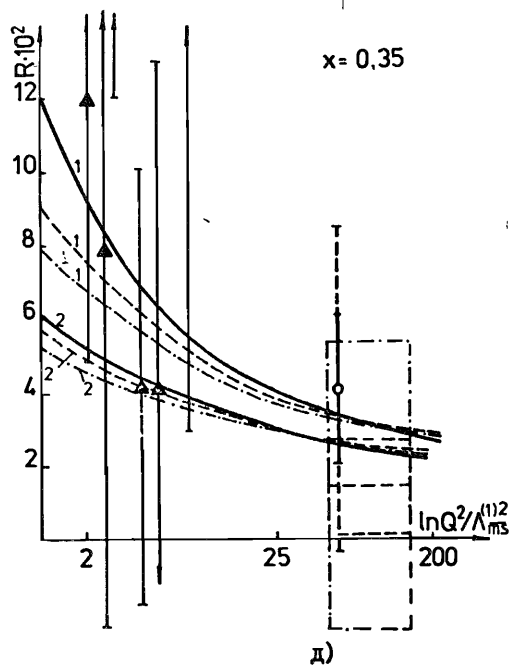
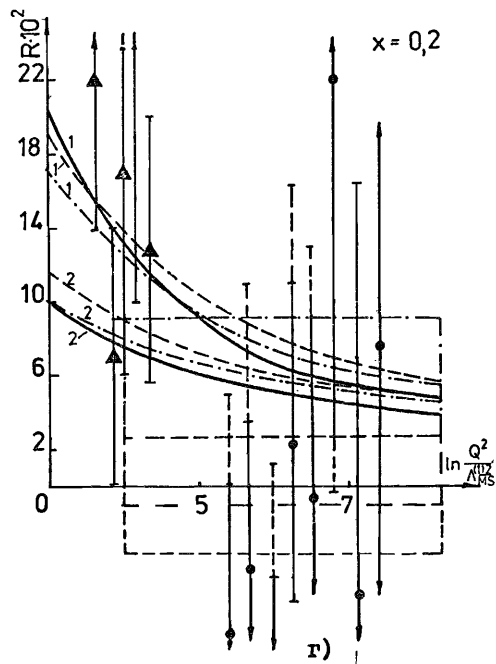


Рис.1. Графики зависимости отношения  $R(x, Q^2)$  от одной переменной при фиксированной второй. Штрихованная, штрих-пунктирная и непрерывная линии соответствуют лидирующему, двухпетлевому и схемно-инвариантному двухпетлевому вкладам. Индексы 1 и 2 отвечают выбору  $\Lambda_{\overline{MS}} = 230$  МэВ и  $\Lambda_{\overline{MS}} = 105$  МэВ, полученных соответственно группами BCDMS и EMC (1985). Точки  $\blacktriangle$ ,  $\bullet$ ,  $\triangle$  и  $\circ$  соответствуют экспериментальным значениям, полученным группами CLAS, EMC (1985), EMC (1986), BCDMS. Непрерывными (штрихованными) вертикальными линиями показаны статистические (систематические) ошибки. Центральная (горизонтальная) штрихованная линия, изображенная на рис. д) и г) (в), д) и е)), соответствует среднему по  $x$  и  $Q^2$  значению  $R$ , найденному группой EMC (BCDMS). Прямоугольник, состоящий из штрихованных (штрих-пунктирных) линий, ограничивает область статистических (полных) ошибок к этому среднему значению.

### Заключение

В этой работе мы показали калибровочную инвариантность двухпетлевой поправки к продольной структурной функции, рассчитанной в работе /1/. Мы рассчитали также  $d_S$  - поправку к  $R = \sigma_L / \sigma_T$  и сравнили полученные результаты с экспериментальными данными. Мы нашли, что  $R$  слабо зависит от  $d_S$  - поправки, хотя в целом двухпетлевый результат лучше согласуется с экспериментальными данными.

Авторы благодарны Д.В.Ширкову, А.В.Ефремову, А.В.Раджикину и С.Г.Горишнему за полезные обсуждения и замечания.

### Литература

1. Д.И. Казаков и А.В.Котиков, ОИЯИ, P2-87-656, Дубна, 1987.
2. W.A. Bardeen, A.J. Buras, D.W. Duke and T. Muta, Phys.Rev. D18(1978) 3998.
3. A.J. Buras, Rev.Mod.Phys. 52(1980) 199.
4. E.Reya, Phys.Rep. 69(1981) 195.
5. K.J. Yndurain, Phys.Lett. 74B (1978) 68.
6. S.N. Coulson and R.E. Ecclestone, Nucl.Phys. B211 (1983) 317.
7. J.J. Aubert and all., Nucl.Phys. B259 (1985) 189.
8. A. Argento. and all., CERN Preprint CERN EP/87- DRAFT (February 1987).
9. J.J. Aubert and all., Nucl.Phys. B272 (1986) 158.
10. A. Boden and all., Phys.Rev. D20 (1979) 1471.
11. M.J. Herrero and J.L. Miravantes, Phys.Rev. D34 (1986) 138.

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 августа 1987 года.

Казаков Д.И., Котиков А.В.

P2-87-657

Полная  $\alpha_S$ -поправка к отношению сечений  
глубокоупругого рассеяния  $R = \sigma_L / \sigma_T$  в КХД.  
Калибровочная инвариантность и сравнение  
с экспериментом

Вычислена  $\alpha_S$ -поправка к продольным синглетной и несинглетной структурным функциям глубокоупругого рассеяния /ГНР/ в произвольной  $\xi$  калибровке глюонного пропагатора. Результат применен для нахождения отношения  $R = \sigma_L / \sigma_T$  с использованием схемно-инвариантной теории возмущений. Показано, что учет нелидирующего вклада в целом улучшает согласие с экспериментом.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

### Перевод авторов

Kazakov D.I., Kotikov A.V.

P2-87-657

Total  $\alpha_S$  Correction to Deep Inelastic  
Cross Section Ratio  $R = \sigma_L / \sigma_T$  in QCD.  
Gauge Invariance and Comparison  
with Experiment

Total  $\alpha_S$  correction to the longitudinal structure function of deep inelastic scattering is calculated in the arbitrary gauge of gluon propagator. The result is implemented to the description of a two-loop correction to  $R = \sigma_L / \sigma_T$  within a scheme-invariant perturbation theory. It is shown that the account of nonleading corrections qualitatively improves the agreement with the experiment.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987