

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

К 14

P2-87-656

Д.И.Казаков, А.В.Котиков

ПОЛНАЯ  $a_s$  -ПОПРАВКА

К ОТНОШЕНИЮ СЕЧЕНИЙ ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО  
РАССЕЯНИЯ  $R = \sigma_L / \sigma_T$  В КХД.

РАСЧЕТ ПРОДОЛЬНОЙ СТРУКТУРНОЙ ФУНКЦИИ

Направлено в "Nucl.Phys."

1987

## Введение

В последнее время возрос интерес к расчетам нелидирующих вкладов в КХД<sup>1-4/</sup>. Настоящая работа посвящена вычислению  $\mathcal{L}_S$  - поправки к отношению сечений поглощения продольно- и поперечно-поляризованного фотона на адроне:

где  $Q^2 = -q^2 > 0$ ,  $x = \frac{Q^2}{2.pq}$ , а  $q$  и  $p$  - импульсы фотона и адрона соответственно.

В партонной модели величина  $R$  равна нулю, поэтому наблюдаемое на эксперименте ненулевое значение полностью обусловлено взаимодействием кварков и описывается КХД. Однако в лидирующем по  $\mathcal{L}_S$  порядке теоретические предсказания существенно отличаются от экспериментальных данных, особенно в области больших  $x$ . За данное несоответствие ответственны как пертурбативные эффекты, так и непертурбативные, такие, как высшие твисты<sup>5/</sup>, коррекции за счет масс кварков и массы мезонов<sup>6/</sup>, дикуарковые системы в нуклоне<sup>7/</sup> и т.д.

В данной работе приведен результат аналитического вычисления  $\mathcal{L}_S$ -поправки к синглетной и несинглетной продольным структурным функциям. Полученный аналитический ответ для несинглетной части<sup>4/</sup> численно совпадает с результатами работы<sup>2/</sup> и отличается от<sup>3/</sup>.

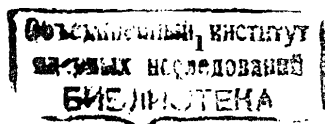
В §2 мы вводим формализм, необходимый для расчета поправок к структурным функциям.

В §3 приведен полный результат расчета продольной коэффициентной функции в лидирующем и двухпетлевом порядках.

§4 посвящен обсуждению полученных результатов.

В приложении I приведен поддиаграммный результат расчета двухпетлевой поправки к моментам продольной структурной функции.

В приложении 2 мы учитываем тот факт, что взаимодействующие глюоны являются реальными как с помощью введения "духов" Фаддеева-Попова, так и учетом "физической" суммы по поляризациям.



## §2. Формализм

I. Адронную часть сечения ГНР можно представить в виде:

$$F_{\mu\nu} = \left( -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) F_1(x, Q^2) - \left( p_\mu - \frac{(p q) q_\mu}{q^2} \right) \left( p_\nu - \frac{(p q) q_\nu}{q^2} \right) \frac{2x}{q^2} F_2(x, Q^2) (I),$$

где  $F_k(x, Q^2)$  - структурные функции.

Интересующее нас значение  $R$  выражается через структурные функции  $F_k$  следующим образом:

$$R(x, Q^2) = \frac{F_2(x, Q^2) - 2x F_1(x, Q^2)}{2x F_1(x, Q^2)} \equiv \frac{F_L(x, Q^2)}{2x F_1(x, Q^2)}, \quad (2)$$

где  $F_L(x, Q^2)$  называется продольной структурной функцией.

Тензор  $F_{\mu\nu}$  связан по оптической теореме с амплитудой упругого рассеяния вперед фотона на ядре:

$$T_{\mu\nu}(q, p) = i \int d^4z e^{iqz} \langle p | T(\hat{J}_\mu(z) \hat{J}_\nu^+(0)) | p \rangle = e_{\mu\nu} T_L(x, Q^2) + d_{\mu\nu} T_2(x, Q^2),$$

где 
$$e_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}, \quad d_{\mu\nu} = - \left[ g_{\mu\nu} + \frac{(p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu) 2x}{q^2} + p_\mu p_\nu \frac{4x^2}{q^2} \right].$$

Разложим инвариантные амплитуды  $T_L$  и  $T_2$  по образным степеням  $x$ :

$$T_k = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{x} \right)^n T_{k,n}.$$

Здесь и далее  $K$  пробегает значения 2 и L.

Моменты  $T_{k,n}$  совпадают (для четных  $n$ ) с моментами структурных функций  $F_k$ :

$$T_{k,n} = M_{k,n} = \int_0^1 dx \cdot x^{n-2} F_k(x, Q^2). \quad (4)$$

Далее везде  $n$  будут принимать четные значения.

С другой стороны, произведение токов в ур. (3) можно представить через набор локальных операторов  $O_{\mu_1 \dots \mu_n}^j$  с коэффициентами функциями  $C_n^j(z)$ :

$$T(\hat{J}(z) \hat{J}^+(0)) = \sum_{n,j} C_n^j(z) O_{\mu_1 \dots \mu_n}^j \quad (j = NS, \Psi, G).$$

Следовательно, моменты структурных функций представляются в виде суммы произведений коэффициентов функций  $C_{k,n}^j(Q^2)$  и матричных элементов  $\langle p | O_{\mu_1 \dots \mu_n}^j | p \rangle = p_{\mu_1} \dots p_{\mu_n} A_n^j(\mu^2)$ :

$$M_{k,n}(Q^2) = \sum_j C_{k,n}^j(Q^2) A_n^j(\mu^2) \quad (j = NS, \Psi, G). \quad (5)$$

2. Коэффициентные функции удовлетворяют ренормгрупповым уравнениям:

$$\left( \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta \frac{\partial}{\partial g} - \gamma_{NS}^n \right) C_{k,n}^{NS}(Q^2, g) = 0, \quad (6)$$

$$\sum_j \left[ \left( \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta \frac{\partial}{\partial g} \right) \delta_{ji} - \gamma_{ji}^n \right] C_{k,n}^j(Q^2, g) = 0,$$

где  $\gamma_{NS}^n$  - аномальная размерность оператора  $O_{\mu_1 \dots \mu_n}^{NS}$ , а  $\gamma_{ji}^n$  - элементы матрицы аномальных размерностей операторного вектора  $(O_{\mu_1 \dots \mu_n}^{\Psi}, O_{\mu_1 \dots \mu_n}^G)$  в кварковых и глюонных обкладках.

Решая уравнения (6), получаем для коэффициентных функций следующие выражения:

$$C_{k,n}^{NS}(Q^2/\mu^2, d) = C_{k,n}^{NS}(1, \bar{z}(Q^2)) \exp \left( - \int_{\bar{z}(Q^2)}^{\bar{z}(\mu^2)} d d' \frac{\gamma_{NS}^n(d')}{2\beta(d')} \right), \quad (7a)$$

$$\vec{C}_{k,n}(Q^2/\mu^2, d) = \left[ T_d \exp \left( \int_{\bar{z}(Q^2)}^{\bar{z}(\mu^2)} d d' \frac{\hat{\gamma}^n(d')}{2\beta(d')} \right) \right] \vec{C}_{k,n}(1, \bar{z}(Q^2)), \quad (7b)$$

где

$$T_d \exp \int_{\bar{z}(Q^2)}^{\bar{z}(\mu^2)} d d' \frac{\hat{\gamma}^n(d')}{2\beta(d')} = 1 + \int_{\bar{z}(Q^2)}^{\bar{z}(\mu^2)} d d' \frac{\hat{\gamma}^n(d')}{2\beta(d')} + \int_{\bar{z}(Q^2)}^{\bar{z}(\mu^2)} d d' \int_{\bar{z}(\mu^2)}^{d'} d d'' \frac{\hat{\gamma}^n(d') \hat{\gamma}^n(d'')}{4\beta(d')\beta(d'')} + \dots,$$

$$\vec{C}_{k,n} = \begin{pmatrix} C_{k,n}^{\Psi} \\ C_{k,n}^G \end{pmatrix}, \quad \hat{\gamma}^n = \begin{pmatrix} \gamma_{\Psi\Psi}^n & \gamma_{\Psi G}^n \\ \gamma_{G\Psi}^n & \gamma_{GG}^n \end{pmatrix}, \quad d = \frac{g^2}{16\pi^2}.$$

Соотношения (7) справедливы для любого порядка теории возмущений (ТВ). Разложим величины в ряд по константе связи

$$\gamma_{NS}^n(\bar{z}) = \sum_{m=0} \gamma_{NS}^{(m)n} [\bar{z}(Q^2)]^{m+1}, \quad \hat{\gamma}^n(\bar{z}) = \sum_{m=0} \hat{\gamma}^{(m)n} [\bar{z}(Q^2)]^{m+1} \quad (8)$$

$$\beta(\bar{z}) = \sum_{m=0} \beta_m [\bar{z}(Q^2)]^{m+2}$$

$$C_{2,n}^{NS}(Q^2/\mu^2, d) = 1 + d C_{2,n}^{(0)NS} + \dots = 1 + d \left( B_{2,n}^{(0)NS} - \frac{\gamma_{NS}^{(0)n}}{2} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \dots \quad (9a)$$

$$C_{L,n}^{NS}(Q^2/\mu^2, d) = d C_{L,n}^{(0)NS} + d^2 C_{L,n}^{(2)NS} + \dots = d B_{L,n}^{(0)NS} + d^2 \left[ B_{L,n}^{(2)NS} - \left( \beta_0 + \frac{\gamma_{NS}^{(0)n}}{2} \right) B_{L,n}^{(0)NS} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] + \dots \quad (9b)$$

$$C_{2,n}^{\Psi}(Q^2/\mu^2, d) = 1 + d C_{2,n}^{(0)\Psi} + \dots = 1 + d \left( B_{2,n}^{(0)\Psi} - \frac{\gamma_{\Psi\Psi}^{(0)n}}{2} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \dots \quad (9b)$$

$$C_{L,n}^{\Psi}(Q^2/\mu^2, d) = d C_{L,n}^{(0)\Psi} + d^2 C_{L,n}^{(2)\Psi} + \dots = d B_{L,n}^{(0)\Psi} + d^2 \left[ B_{L,n}^{(2)\Psi} - \left( \left( \beta_0 + \frac{\gamma_{\Psi\Psi}^{(0)n}}{2} \right) B_{L,n}^{(0)\Psi} + \frac{\gamma_{\Psi G}^{(0)n}}{2} B_{L,n}^{(0)G} \right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] + \dots \quad (9b)$$

$$C_{2,n}^G(Q^2, d) = d C_{2,n}^{(0)G} + \dots = d \left[ B_{2,n}^{(0)G} - \frac{\gamma_{4G}^{(0)n}}{2} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] + \dots \quad (9d)$$

$$C_{L,n}^G(Q^2, d) = d C_{L,n}^{(0)G} + d^2 C_{L,n}^{(2)G} + \dots = d B_{L,n}^{(0)G} + d^2 \left[ B_{L,n}^{(2)G} - \left( \left( \beta_0 + \frac{\gamma_{4G}^{(0)n}}{2} \right) B_{L,n}^{(0)G} + \frac{\gamma_{4G}^{(0)n}}{2} B_{L,n}^{(0)\psi} \right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] + \dots \quad (9e)$$

Подставляя (9) и (8) в (7) и диагонализировав синглетный вклад (7б), получаем в первых двух порядках по  $d$

$$M_2(Q^2) = \sum_i A_n^i [\bar{\alpha}(Q^2)]^{d_i} (1 + \bar{\alpha}(Q^2) [B_{2,n}^{(0)i} + Q_n^{(0)i}]) \quad (i = NS, \psi, \chi, IO)$$

$$M_L(Q^2) = \sum_i A_n^i B_{L,n}^{(0)i} [\bar{\alpha}(Q^2)]^{d_i+1} (1 + \bar{\alpha}(Q^2) [R_{L,n}^{(2)i} + Q_n^{(0)i}]),$$

где  $d_{NS}^n = \frac{\gamma_{NS}^{(0)n}}{2\beta_0}$ ,  $d_{\pm}^n = \frac{\lambda_{\pm}^n}{2\beta_0}$ ,  $R_{K,n}^{(2)i} = \frac{B_{K,n}^{(2)i}}{B_{K,n}^{(0)i}}$  и аналогично для  $B_{L,n}^{(1)\pm}$ ,  $B_{L,n}^{(2)\pm}$

$$B_{2,n}^{(0)\pm} = B_{2,n}^{(0)\psi} + \frac{\lambda_{\pm}^n - \gamma_{4\psi}^{(0)n}}{\gamma_{4G}^{(0)n}} B_{2,n}^{(0)G}$$

$$Q_n^{NS} = \frac{\gamma_{NS}^{(0)n}}{2\beta_0} - \frac{\gamma_{NS}^{(0)n} \cdot \beta_1}{2\beta_0^2}, \quad Q_n^{\pm} = \frac{\gamma_{\pm\pm}^{(0)n}}{2\beta_0} - \frac{\lambda_{\pm}^n \cdot \beta_1}{2\beta_0^2} - \frac{\gamma_{\pm\pm}^{(0)n}}{2\beta_0 + \lambda_{\pm}^n - \lambda_{\mp}^n}$$

$$\lambda_{\pm}^n = \frac{1}{2} (\gamma_{4\psi}^{(0)n} + \gamma_{4G}^{(0)n} \pm ((\gamma_{4\psi}^{(0)n} - \gamma_{4G}^{(0)n})^2 + 4 \cdot \gamma_{4\psi}^{(0)n} \gamma_{4G}^{(0)n})^{1/2})$$

Дальнейшую расшифровку обозначений можно найти в работе /8/.

3. Для упрощения анализа уравнений (9) удобно ввести партонные распределения, через которые можно выразить одновременно обе: и поперечную, и продольную структурные функции. Введем несинглетную  $x \Delta(x, Q^2)$  и синглетную  $x \Sigma(x, Q^2)$  функции распределения кварков, а также  $x G(x, Q^2)$  функцию распределения глюонов. Существует несколько вариантов связи моментов структурных функций и моментов партонных распределений:

$$f_n(Q^2) = \int_0^1 dx x^{n-1} f(x, Q^2).$$

В работе /8/ рассматриваются два из них. Определим моменты партонных распределений следующим образом:

$$\Delta_n(Q^2) = \Delta_n \exp \left( - \int_{\alpha}^{\bar{\alpha}(Q^2)} d\alpha' \frac{\gamma_{NS}^{(n)}(d')}{2\beta(d')} \right), \quad (IIa)$$

$$\begin{pmatrix} \Sigma_n(Q^2) \\ G_n(Q^2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_n \\ G_n \end{pmatrix} \left[ T_{\alpha} \exp \left( - \int_{\alpha}^{\bar{\alpha}(Q^2)} d\alpha' \frac{\gamma^{(n)}(d')}{2\beta(d')} \right) \right]. \quad (IIб)$$

Сравнивая выражения (7) и (II) в первых двух порядках (по  $d$ ), находим в лидирующем порядке:

$$M_{2,n}(Q^2) = \delta_{NS}^2 \Delta_n(Q^2) + \delta_{\psi}^2 \Sigma_n(Q^2), \quad (I2a)$$

$$M_{L,n}(Q^2) = B_{L,n}^{(0)\psi} \bar{\alpha}(Q^2) M_{2,n}(Q^2) + B_{L,n}^{(0)G} \bar{\alpha}(Q^2) \delta_{\psi}^2 G_n(Q^2), \quad (I2б)$$

где в коэффициентах  $\delta_{NS}^2 = \frac{4}{6}$  и  $\delta_{\psi}^2 = \frac{5}{18}$  учтены заряды кварков ( $u, d, s, c$ ) в следующем порядке ТВ:

$$M_{2,n}(Q^2) = (\delta_{NS}^2 \Delta_n(Q^2) + \delta_{\psi}^2 \Sigma_n(Q^2)) (1 + B_{2,n}^{(0)\psi} \bar{\alpha}(Q^2)) + \delta_{\psi}^2 B_{2,n}^{(0)G} \bar{\alpha}(Q^2) G_n(Q^2), \quad (I3a)$$

$$M_{L,n}(Q^2) = B_{L,n}^{(0)\psi} \bar{\alpha}(Q^2) (\delta_{NS}^2 \Delta_n(Q^2) (1 + \bar{\alpha}(Q^2) R_{L,n}^{(2)NS}) + \delta_{\psi}^2 \Sigma_n(Q^2) (1 + \bar{\alpha}(Q^2) R_{L,n}^{(2)\psi})) + \delta_{\psi}^2 B_{L,n}^{(0)G} \bar{\alpha}(Q^2) G_n(Q^2) (1 + \bar{\alpha}(Q^2) R_{L,n}^{(2)G}). \quad (I3б)$$

В выражениях (I2, I3) использовано соотношение:  $B_{K,n}^{(0)NS} = B_{K,n}^{(0)\psi}$ .

4. Как известно, результат вычисления по ТВ зависит от схемы перенормировок. Для устранения схемного произвола в работах /10-11/ была предложена и развита так называемая схемно-инвариантная теория возмущений (СИТВ). В ней вводится ряд констант связи, каждая из которых связана с определенным физическим процессом (или величиной). Например, в нашем случае константа связи будет зависеть от номера момента и типа структурной функции. В СИТВ моменты структурных функций (9) представляются в виде /II/:

$$M_{2,n}(Q^2) = \sum_j A_n^j (a_{2,n}^j(Q^2))^{d_j^n}, \quad (I4)$$

$$M_{L,n}(Q^2) = \sum_j A_n^j B_n^{(0)j} (a_{L,n}^j(Q^2))^{d_j^n+1},$$

где  $a_{2,n}^j$ ,  $a_{L,n}^j$  определяются решениями уравнений соответственно:

$$\frac{1}{a_{2,n}^j(Q^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln a_{2,n}^j(Q^2) = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{MS}^2} - \frac{1}{d_j^n} (B_{2,n}^{(0)j}(MS) + Q_n^{(0)j}(MS))$$

$$\frac{1}{a_{L,n}^j(Q^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln a_{L,n}^j(Q^2) = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{MS}^2} - \frac{1}{d_j^n+1} (R_{L,n}^{(0)j}(MS) + Q_n^{(0)j}(MS)).$$

В дальнейшем будет видно, что использование СИТВ в целом улучшает согласие с экспериментальными данными.

5. Для нахождения коэффициентов  $B_{K,n}^{(0)NS}$ ,  $B_{K,n}^{(0)\psi}$  в разложении (9) используем связь ГНР с упругим рассеянием вперед фотона на адроне (3). Запишем разложение Вильсона для коэффициентов  $T_{K,n}^{NS}$ ,  $T_{K,n}^{\psi}$  (4.5), выделив из операторов  $A_n^{NS}$ ,  $A_n^{\psi}$  перенормированные множители  $Z_n^{NS}$ ,  $Z_n^{\psi}$  ( $i, j = \psi, G$ )

$$T_{k,n}^{NS} = \bar{A}_n^{NS} Z_n^{NS} C_{k,n}^{NS} \left( \frac{Q^2}{\mu^2}, d \right), \quad (5a)$$

$$T_{k,n}^S = \bar{A}_n^S \hat{Z}_n^S \vec{C}_{k,n}^{NS} \left( \frac{Q^2}{\mu^2}, d \right). \quad (5b)$$

Разложим моменты структурных функций и перенормированные множители операторов в ряд по константе связи

$$T_{2,n}^j = \bar{A}_n^j (1 + d T_{2,n}^{(1)j} + \dots), \quad (15)$$

$$T_{L,n}^j = \bar{A}_n^j (d T_{L,n}^{(1)j} + d^2 T_{L,n}^{(2)j} + \dots);$$

$$Z_n^{NS} = 1 + d Z_n^{(1)NS} + \dots, \quad Z_{n,i}^j = \delta_{i,j} + d Z_{n,i}^{(1)j} + \dots, \quad (16)$$

где /8,9/  $Z_n^{(1)NS} = \frac{1}{2\varepsilon} (\gamma_{NS}^{(1)n} + 2\gamma_F^0) = \frac{C_F}{\varepsilon} (4 S_1(n) - 3 - \frac{1}{\varepsilon} - \frac{2}{n(n+1)})$  (17a)

$$Z_n^{(1)j} = \begin{pmatrix} Z_{n,\psi}^{(1)j} & Z_{n,G}^{(1)j} \\ Z_{n,\psi}^{(1)j} & Z_{n,G}^{(1)j} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\varepsilon} \begin{pmatrix} \gamma_{\psi\psi}^{(1)n} + 2\gamma_F^0 & \gamma_{4G}^{(1)n} \\ \gamma_{\psi\psi}^{(1)n} & \gamma_{GG}^{(1)n} + 2\gamma_G^0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\varepsilon} \begin{pmatrix} C_F(4 S_1(n) - 3 - \frac{1}{\varepsilon} - \frac{2}{n(n+1)}) & 2^2 T_F(-\frac{1}{n} + \frac{2}{(n+1)(n+2)}) \\ -\frac{1}{\varepsilon} C_F(\frac{1}{n+1} + \frac{2}{(n-1)n}) & C_A(4 S_1(n) - \frac{3}{2} - \frac{1}{\varepsilon} - \frac{4}{(n-1)n} - \frac{4}{(n+1)(n+2)}) \end{pmatrix} \quad (17b)$$

в произвольной  $\xi$  - калибровке глюонного пропагатора

$$-\frac{i}{K^2} (g^{\mu\nu} - (1-\xi) \frac{K^\mu K^\nu}{K^2}),$$

а  $\gamma_F^0, \gamma_G^0$  - аномальные размерности кварка и глюона соответственно.

Здесь  $S_1(n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$

и  $C_F = \frac{N^2-1}{2N}, C_A = N, T_F = \frac{5}{2}$

для  $SU(N)$  калибровочной группы и  $f$  сортов кварков.

Подставляя разложения (9,15,16) в уравнения (5a,5b), получаем в первом порядке по  $d$

$$C_{L,n}^{(1)j} = T_{L,n}^{(1)j} \quad (j=NS, \psi, G) \quad (18a)$$

$$C_{2,n}^{(1)NS} = T_{2,n}^{(1)NS} - Z_n^{(1)NS} \quad (18b)$$

$$C_{2,n}^{(1)j} = T_{2,n}^{(1)j} - Z_{n,j}^{(1)\psi} \quad (j=\psi, G) \quad (18b)$$

во втором порядке по  $d$

$$C_{L,n}^{(2)NS} = T_{L,n}^{(2)NS} - Z_n^{(2)NS} \cdot C_{L,n}^{(1)NS} \quad (19a)$$

$$C_{L,n}^{(2)j} = T_{L,n}^{(2)j} - \sum_i Z_{n,j}^{(1)i} C_{L,n}^{(1)i} \quad (i, j = \psi, G). \quad (19b)$$

Таким образом, коэффициентные функции выражаются через известные перенормированные множители операторов и моменты структурных функций упругого рассеяния фотонов на адроне. Расчет моментов проведен в следующем параграфе.

### §3. Вычисления

В работе /12/ коэффициенты  $B_{k,n}^{(1)j}$  были рассчитаны ( $j=NS, \psi, G$ ) в  $\overline{MS}$  схеме при  $p^2 < 0$  для контроля инфракрасных расходимостей. Мы проводим расчет при  $p^2 = 0$ . Полученные инфракрасные расходимости сокращаются расходимостями, возникающими при перенормировке операторов Вильсона (см. /13/). Ультрафиолетовые расходимости устраняются  $R$  - операцией. Подобный расчет был проведен для несинглетных структурных функций в работах /1,4/. Вычисления проводятся в фейнмановской калибровке. Учет калибровочного члена будет сделан в следующей работе.

#### А. Однопетлевые вычисления

##### 1. Несинглетный вклад

##### а) Расчет $B_{L,n}^{(1)NS}$

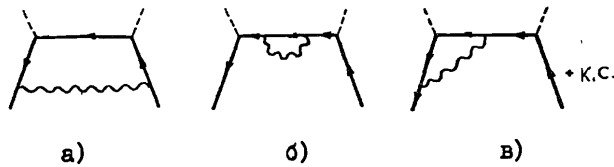
Применяя проектор  $P_{\mu\nu}$  к фейнмановским диаграммам, изображенным на рис.1, видим, что только диаграмма (а) дает вклад в  $T_{L,n}^{(1)NS}$ . Результат не содержит расходимостей и хорошо известен:

$$T_{L,n}^{(1)NS} = \frac{4C_F}{n+1} (1 + \varepsilon (S_1(n) + 1 + \bar{\Phi})),$$

где  $\bar{\Phi} = \ln 4\pi - \gamma_E - \ln \frac{Q^2}{\mu^2}$ , а  $\gamma_E$  - константа Эйлера.

Используя соотношения (14b) и (15a) при  $j=NS$ , получаем

$$C_{L,n}^{(1)NS} = B_{L,n}^{(1)NS} = \frac{4C_F}{n+1} (1 + \varepsilon (S_1(n) + 1 + \bar{\Phi})). \quad (20)$$



**Рис.1.** Диаграммы, дающие вклад в  $T_{k,n}^{(i)}$  ( $i = NS, \psi$ ). Их число удваивается за счет кроссинг-симметричных диаграмм.

Здесь и далее сплошная со стрелкой, волнистая и пунктирная линии обозначают кварк, глюон и фотон соответственно.

б) Расчет  $B_{2,n}^{(NS)}$   
 Диаграммы, дающие вклад в  $T_{2,n}^{(NS)}$ , изображены на рис.1. Суммарный их вклад может быть представлен в виде

$$T_{2,n}^{(NS)} = \frac{1}{2} \left( \gamma_{NS}^{(0)n} + \gamma_F^0 \right) + \frac{\gamma_{NS}^{(0)n}}{2} \cdot \bar{\Psi} + B_{2,n}^{(NS)}(\Sigma), \quad (21)$$

где  $B_{2,n}^{(NS)}(\Sigma) = C_F \left[ 2 S_1^2(n) - 2 S_2(n) + S_1(n) \left( 3 - \frac{2}{n(n+1)} \right) - 9 + \frac{3}{n} + \frac{4}{n+1} + \frac{2}{n^2} \right]$ .

Подставляя (17а) в (21) и учитывая (14а) и (18б), получаем значение  $B_{2,n}^{(NS)}$  в  $\overline{MS}$  схеме:

$$B_{2,n}^{(NS)}(\overline{MS}) = B_{2,n}^{(NS)}(\Sigma). \quad (22)$$

## 2. Синглетный вклад

а) Расчет  $B_{k,n}^{(\psi)}$   
 В лидирующем порядке теории возмущений вклад в синглетную структурную функцию определяют диаграммы, изображенные на рис.1 и на рис.2.

Таким образом имеем:

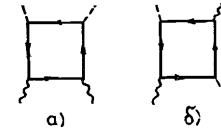
$$B_{k,n}^{(\psi)} = B_{k,n}^{(NS)}. \quad (23)$$

б) Расчет  $B_{L,n}^{(G)}$   
 Применяем продольный проектор к фейнмановским диаграммам, изображенным на рис.2: вклад дает только диаграмма (б). Результат не содержит расходимостей и имеет вид:

$$T_{L,n}^{(G)} = \frac{16 T_F}{(n+1)(n+2)} (1 + \varepsilon (S_1(n) + 1 + \bar{\Psi})).$$

Используя соотношения (14с) и (18а) при  $j = G$ , получаем:

$$B_{L,n}^{(G)} = \frac{16 T_F}{(n+1)(n+2)} (1 + \varepsilon (S_1(n) + 1 + \bar{\Psi})). \quad (24)$$



**Рис.2.** Диаграммы, дающие вклад в  $T_{k,n}^{(G)}$ . Их число удваивается за счет обратного обхода фермионной петли. Диаграмма (а) удваивается также за счет кроссинг-симметричной диаграммы.

в) Расчет  $B_{2,n}^{(G)}$   
 Диаграммы, дающие вклад в  $T_{2,n}^{(G)}$ , изображены на рис.2. Суммарный их вклад может быть представлен в виде:

$$T_{2,n}^{(G)} = \left( \frac{1}{2} + \bar{\Psi} \right) \frac{\gamma_{FG}^{(0)n}}{2} + B_{2,n}^{(G)}(\Sigma),$$

где  $B_{2,n}^{(G)}(\Sigma) = \frac{2^2 T_F}{n+1} \left[ S_1(n) \left( -1 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n+2} \right) + \frac{1}{n} + \frac{4}{n+2} + \frac{1}{n^2} \right]$ . (25)

Это выражение совпадает с результатом работы /8/.

Подставляя  $Z_{n,G}^{(\psi)}$  в (25) и учитывая (14д) и (18в) для  $j = G$ , получаем

$$B_{2,n}^{(G)}(\overline{MS}) = B_{2,n}^{(G)}(\Sigma). \quad (26)$$

Полученный результат не совпадает с результатом работы /12/. Как было отмечено в работе /14/, эту разницу можно исключить переопределением вильсоновского оператора. Действительно, при преобразовании перенормировочного множителя  $Z_{n,G}^{(\psi)} \rightarrow Z_{n,G}^{(\psi)} (1 - \varepsilon)$  коэффициент  $B_{2,n}^{(G)}(\overline{MS})$  получает дополнительный член

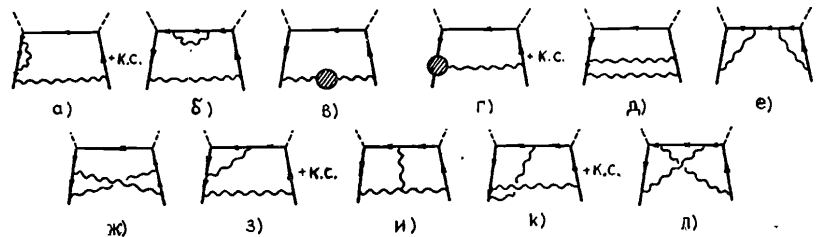
$$\frac{4 T_F}{n+1} \left( -1 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n+2} \right)$$

и совпадает с полученным в работе /12/.

## А. Двухпетлевые вычисления

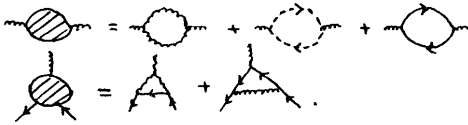
### 1. Несинглетный вклад

Вклад в продольную несинглетную структурную функцию дают диаграммы, изображенные на рис.3.



**Рис.3.** Диаграммы, дающие вклад в  $T_{L,n}^{(NS)}$ . Вклад кроссинг-симметричных диаграмм увеличивает их число в два раза.

Здесь использованы обозначения для полных пропагаторов и вершин в однопетлевом приближении:



Здесь и далее пунктирная линия со стрелкой соответствует духу. Суммированный вклад диаграмм, изображенных на рис.3, можно записать в виде:

$$T_{L,n}^{(2)NS} = \bar{B}_{L,n}^{(2)NS} \left[ \left( \beta_0 + \frac{\gamma_{NS}^{(0)n}}{2} \right) \bar{\Psi} + \left( \frac{\gamma_{NS}^{(0)n}}{2} + \gamma_F^0 \right) \left( \frac{1}{\varepsilon} + \bar{\Psi} \right) + R_{L,n}^{(2)NS}(\Sigma) \right], \quad (27)$$

где  $\bar{B}_{L,n}^{(0)j} = B_{L,n}^{(0)j} |_{\varepsilon=0}$   $j=NS, \psi, G,$

a

$$R_{L,n}^{(2)NS}(\Sigma) = (2C_F - C_A) \left[ 8K_2(n)S_1(n) - 8Q(n) + 4K_3(n) - 4S_3(n) + 12\zeta(3) - \frac{6}{5} \left\{ \frac{1-\delta_n^2}{n-2} (4K_2(n)-3) + \delta_n^2 (6\zeta(3)-7) \right\} - 8K_2(n) \left( 1 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n+1} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{n+3} \right) - \frac{23}{3} S_1(n) - \frac{215}{18} + \frac{11}{3} \frac{1}{n} + \frac{11}{3} \frac{1}{n+1} - \frac{18}{5} \frac{1}{n+3} \right] - \frac{4}{3} T_F \left[ S_1(n) + \frac{19}{6} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right] + 2C_F \left[ 3S_1^2(n) - S_2(n) + S_1(n) \left( \frac{25}{6} - \frac{2}{n} \right) + \frac{451}{36} - \frac{13}{6} \frac{1}{n} - \frac{1}{6} \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right].$$

Для нахождения коэффициента  $C_{L,n}^{(2)NS}$  рассмотрим произведение:

$$C_{L,n}^{(0)NS} Z_n^{(0)NS} = \bar{B}_{L,n}^{(0)NS} \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + \bar{\Psi} \right) \left( \frac{\gamma_{NS}^{(0)n}}{2} + \gamma_F^0 \right) + R_{IR,n}^{(2)NS} \right], \quad (28)$$

где  $R_{IR,n}^{(2)NS} = C_F \left( 4S_1(n) - 4 - \frac{2}{n(n+1)} \right) (S_1(n) + 1).$

Подставляя (33) и (34) в (I9a) и учитывая (I4б), получаем для  $R_{L,n}^{(2)NS} = R_{L,n}^{(2)NS}(\Sigma) - R_{IR,n}^{(2)NS}$  в  $\overline{MS}$ -схеме:

$$R_{L,n}^{(2)NS}(\overline{MS}) = (2C_F - C_A) \left[ 8K_2(n)S_1(n) - 8Q(n) + 4K_3(n) - 4S_3(n) + 12\zeta(3) - \frac{6}{5} \left\{ \frac{1-\delta_n^2}{n-2} (4K_2(n)-3) + \delta_n^2 (6\zeta(3)-7) \right\} - 8K_2(n) \left( 1 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n+1} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{n+3} \right) - \frac{23}{3} S_1(n) - \frac{215}{18} + \frac{11}{3} \frac{1}{n} + \frac{11}{3} \frac{1}{n+1} - \frac{18}{5} \frac{1}{n+3} \right] - \frac{4}{3} T_F \left[ S_1(n) + \frac{19}{6} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right] + 2C_F \left[ S_1^2(n) - S_2(n) + S_1(n) \left( \frac{19}{6} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) + \frac{277}{36} - \frac{7}{6} \frac{1}{n} - \frac{19}{6} \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right], \quad (29)$$

где  $Q(n) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{S_1(k)}{k^2}$ ,  $K_i(n) = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k^i}$ .

Полученный результат численно совпадает с результатом работы [2/],

II. Синглетный вклад

a) Расчет  $B_{L,n}^{(2)\psi}$

Вклад в продольную синглетную структурную функцию кроме диаграмм рис.3, дают две дополнительные диаграммы, изображенные на рис.4.

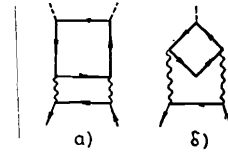


Рис.4. Диаграммы, дающие вклад в  $T_{L,n}^{(2)\psi} - T_{L,n}^{(2)NS}$ . Их число удваивается за счет обратного обхода фермионной петли. Диаграммы (a) удваиваются еще за счет кроссинг-симметричной диаграммы.

Суммарный вклад диаграмм можно записать в виде

$$T_{L,n}^{(2)\psi} - T_{L,n}^{(2)NS} = \bar{B}_{L,n}^{(0)G} \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2\bar{\Psi} \right) \frac{\delta_{G\psi}^{(0)n}}{2} + \bar{B}_{L,n}^{(0)\psi} R_{L,n}^{(2)\psi-NS}(\Sigma), \quad (30)$$

где  $R_{L,n}^{(2)\psi-NS}(\Sigma) = \frac{2^3 T_F}{n+2} \left[ 2S_1(n) \left( -\frac{2}{n-1} + \frac{2}{n} - \frac{1}{n+1} \right) - \frac{7}{6} \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n} - \frac{1}{2} \frac{1}{n+1} - \frac{4}{3} \frac{1}{n^2} - \frac{2}{n^2(n+1)} \right].$

Для нахождения  $C_{L,n}^{(2)\psi}$  рассмотрим произведение:

$$C_{L,n}^{(0)G} Z_{n,\psi}^{(0)G} = \bar{B}_{L,n}^{(0)G} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \bar{\Psi} \right) \frac{\delta_{G\psi}^{(0)n}}{2} + R_{IR,n}^{(2)\psi-NS} \cdot \bar{B}_{L,n}^{(0)\psi}, \quad (31)$$

где  $R_{IR,n}^{(2)\psi-NS} = -\frac{2^3 T_F}{n+2} \left( \frac{1}{n+1} + \frac{2}{(n-1)n} \right) (S_1(n) + 1).$

Подставляя (30) и (31) в (I9) при  $j=\psi$  и учитывая (I4б) и (I4д), получаем для  $R_{L,n}^{(2)\psi} - R_{L,n}^{(2)NS} = R_{L,n}^{(2)\psi-NS}(\Sigma) - R_{IR,n}^{(2)\psi-NS}$  в  $\overline{MS}$  схеме:

$$R_{L,n}^{(2)\psi}(\overline{MS}) = R_{L,n}^{(2)NS}(\overline{MS}) + \frac{2^3 T_F}{(n+1)(n+2)} \left[ S_1(n) \left( -1 - \frac{4}{n-1} + \frac{2}{n} \right) - 1 + \frac{5}{3} \frac{1}{n-1} - \frac{3}{n} + \frac{4}{n+1} + \frac{4}{3} \frac{1}{n+2} - \frac{2}{n^2} \right]. \quad (32)$$

б) Расчет  $B_{L,n}^{(2)G}$

Вклад в продольную синглетную структурную функцию дают также диаграммы, изображенные на рис.5.

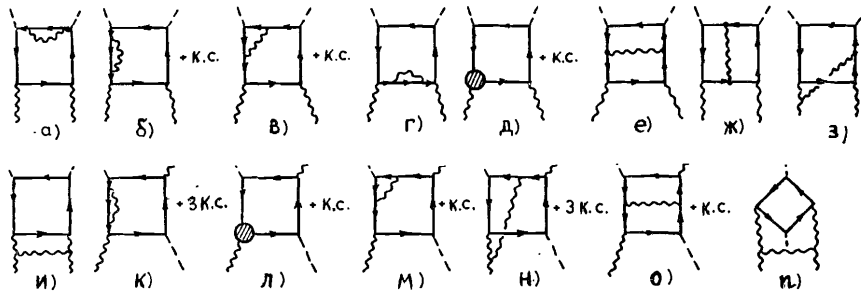


Рис. 5. Диаграммы, дающие вклад в  $\Gamma_{L,n}^{(2)G}$ . Их число удваивается за счет обратного обхода фермионной петли. Диаграммы (а)-(е) удваиваются также за счет кроссинг-симметричных диаграмм.

Суммарный вклад диаграмм можно представить в виде:

$$\Gamma_{L,n}^{(2)G} = \bar{B}_{L,n}^{(2)G} \left[ (\beta_0 + \frac{\gamma_{GG}^{(0)n}}{2}) \bar{\Psi} + \left( \frac{\gamma_{GG}^{(0)n}}{2} + \gamma_G^0 \right) \left( \frac{1}{\varepsilon} + \bar{\Psi} \right) + R_{L,n}^{(2)G}(\Sigma) \right] + \bar{B}_{L,n}^{(2)G} \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2\bar{\Psi} \right) \frac{\gamma_{GG}^{(0)n}}{2}, \quad (33)$$

где

$$R_{L,n}^{(2)G}(\Sigma) = -2C_F \left[ \frac{2}{5} \left\{ \frac{1-\delta_n^2}{n-2} (4K_2(n)-3) + \delta_n^2 (6\zeta(3)-7) \right\} + 2K_2(n) \left( 1 - \frac{4}{5} \frac{1}{n+3} \right) + S_1(n) \left( 2 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1} \right) + \frac{33}{10} - \frac{1}{2} \frac{1}{n} - \frac{1}{2} \frac{1}{n+1} + \frac{6}{5} \frac{1}{n+3} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} \right] + C_A \left[ 6S_1^2(n) - 2S_2(n) + 4K_2(n) + S_L(n) \left( 10 - \frac{8}{n-1} + \frac{8}{n} - \frac{12}{n+1} + \frac{4}{n+2} \right) + 1 + \frac{5}{3} \frac{1}{n-1} - \frac{2}{n} - \frac{3}{n+1} + \frac{59}{12} \frac{1}{n+2} - \frac{4}{n^2} + \frac{4}{(n+1)^2} - \frac{8}{(n+2)^2} \right].$$

Для нахождения коэффициента  $C_{L,n}^{(2)G}$  рассмотрим величину

$$\sum_{\psi, G} C_{L,n}^{(2)G} Z_{n,G}^{(2)G} = \bar{B}_{L,n}^{(2)G} \left[ \left( \gamma_G^0 + \frac{\gamma_{GG}^{(0)n}}{2} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon} + \bar{\Psi} \right) + R_{IR,n}^{(2)G} \right] + \bar{B}_{L,n}^{(2)G} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \bar{\Psi} \right) \frac{\gamma_{GG}^{(0)n}}{2}, \quad (34)$$

где

$$R_{IR,n}^{(2)G} = C_A \left( 4S_1(n) - 2 - \frac{4}{(n-1)n} - \frac{4}{(n-1)(n+2)} \right) (S_1(n)+1) + 2C_F \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right) (S_1(n)+1).$$

Подставляя (39) и (40) в (19б) при  $j=G$  и учитывая (14е), получаем для  $R_{L,n}^{(2)G} = R_{L,n}^{(2)G}(\Sigma) - R_{IR,n}^{(2)G}$  в  $\overline{MS}$ -схеме:

$$R_{L,n}^{(2)G}(\overline{MS}) = -2C_F \left[ \frac{2}{5} \left\{ \frac{1-\delta_n^2}{n-2} (4K_2(n)-3) + \delta_n^2 (6\zeta(3)-7) \right\} + 2K_2(n) \left( 1 - \frac{4}{5} \frac{1}{n+3} \right) + S_1(n) \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) + \frac{14}{5} - \frac{3}{2} \frac{1}{n} + \frac{1}{2} \frac{1}{n+1} + \frac{6}{5} \frac{1}{n+3} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} \right] + C_A \left[ 2S_1^2(n) - 2S_2(n) + 4K_2(n) + 4S_L(n) \left( 2 - \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n} - \frac{2}{n+1} \right) + 3 + \frac{17}{3} \frac{1}{n-1} - \frac{6}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{11}{12} \frac{1}{n+2} - \frac{4}{n^2} + \frac{4}{(n+1)^2} - \frac{8}{(n+2)^2} \right]. \quad (35)$$

Заметим, что рассеяние происходит на реальном глюоне. Учет этого факта подробно проведен в приложении 3. Полученный там результат учтен в выражениях (33,35).

#### §4 Заключение

С помощью метода уникальностей<sup>/15/</sup> мы рассчитали двухпетлевую поправку к продольной структурной функции ГНР. Результат имеет компактный вид, аналогичный аналитическому результату для двухпетлевых поправок к аномальным размерностям вильсоновских операторов<sup>/16,17/</sup>. Нами получено также схемно-инвариантное выражение для моментов структурных функций, используемое в дальнейшем для получения  $R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$ .

Авторы благодарны Д.В.Ширкову, А.В.Виремову, А.В.Радишкину и С.Г.Горюшнему за полезные обсуждения и замечания.

#### Приложение I

I. Поддиаграммный вклад в  $\Gamma_{L,n}^{(2)NS} / \Gamma_{L,n}^{(2)NS}$

а)  $-2C_F \left[ \frac{5}{2} - \frac{1}{n+1} + \bar{\Psi} \right]$

б)  $-C_F \left[ S_1(n) + \frac{3}{2} + \bar{\Psi} \right]$

в)  $\frac{5C_A}{3} \left[ S_1(n) + \frac{107}{30} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} + \bar{\Psi} \right] - \frac{4C_F}{3} \left[ S_1(n) + \frac{19}{6} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} + \bar{\Psi} \right]$



$$\Gamma) (2C_F - C_A) \left[ 2 \left( \frac{1}{n} - 1 \right) \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2\bar{\Psi} \right) + 2 S_1(n) \left( \frac{2}{n} - 1 \right) - \frac{15}{2} + \frac{6}{n} + \frac{3}{n+1} - \frac{2}{n^2} + \bar{\Psi} \right] +$$

$$+ C_A \left[ 2 \left( S_1(n) - 1 \right) \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2\bar{\Psi} \right) + 3 S_1^2(n) - S_2(n) + 2 S_1(n) \left( 2 - \frac{1}{n+1} \right) + \frac{3}{2} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} + 3\bar{\Psi} \right]$$

$$\Delta) -2C_F \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2 S_1(n) + 2\bar{\Psi} \right) \frac{1}{n(n+1)} + \frac{3}{2} \frac{1}{n} - \frac{3}{2} \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} \right]$$

$$\Theta) -2C_F \cdot S_1(n)$$

$$\Xi) (C_A - 2C_F) \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2 S_1(n) + 2\bar{\Psi} \right) \cdot \frac{2}{n} + \frac{3}{n} + \frac{2}{n+1} - \frac{2}{n^2} \right]$$

$$\Sigma) 2C_F \left[ 4 \left( \frac{2}{n+3} - \frac{1}{n+2} \right) \tilde{T}(n) + 4 S_2(n) \left( \frac{1}{n+2} - \frac{3}{n+3} \right) + 2 S_1(n) \left( \frac{1}{n+1} + \frac{2}{n+2} - \frac{5}{n+3} \right) + \frac{1}{2} - \frac{2}{n+1} + \frac{2}{n+3} + \bar{\Psi} \right]$$

$$\Pi) C_A \left[ 4 \left( \frac{1}{n+2} - \frac{2}{n+3} \right) \tilde{T}(n) - 4 S_2(n) \left( \frac{1}{n+2} - \frac{3}{n+3} \right) - S_1(n) \left( 1 + \frac{2}{n+1} + \frac{4}{n+2} - \frac{10}{n+3} \right) + 1 - \frac{2}{n+3} \right]$$

$$\K) (2C_F - C_A) \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2\bar{\Psi} \right) 2 S_1(n) + 4 \left( \frac{1}{n+2} - \frac{2}{n+3} \right) \tilde{T}(n) + 3 S_1^2(n) - S_2(n) \left( 1 + \frac{4}{n+2} - \frac{12}{n+3} \right) + \right.$$

$$\left. + 4 K_2(n) + S_1(n) \left( 5 - \frac{4}{n+1} - \frac{4}{n+2} + \frac{10}{n+3} \right) + 1 - \frac{2}{n+3} \right]$$

$$\Lambda) (2C_F - C_A) \left[ 4 F(n) - \frac{6}{5} \left\{ \frac{1 - \delta_n^2}{n-2} (4 K_2(n) - 3) + \delta_n^2 (6 \zeta(3) - 7) \right\} - 4 K_2(n) \left( 3 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1} - \frac{6}{5} \frac{1}{n+3} \right) - 6 S_1(n) + 3 - \frac{18}{5} \frac{1}{n+3} \right]$$

где  $\tilde{T}(n) = S_3(n) + S_2(n) S_1(n) - 2 T(n) + 6 \zeta(3)$ ,  $T(n) = \sum_{k=1}^n \frac{S_1(k)}{k^2}$

$$F(n) = 2 K_2(n) S_1(n) - 2 Q(n) + K_3(n) - S_3(n) + 3 \zeta(3).$$

2. Поддиаграммный вклад в  $\left( \Gamma_{L,n}^{(2)\Psi} - \Gamma_{L,n}^{(2)NS} \right) / \Gamma_{L,n}^{(2)NS}$

$$a) \frac{8 T_F}{n+2} \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2 S_1(n) + 2\bar{\Psi} \right) \left( \frac{2}{n} - \frac{1}{n+1} \right) + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} \right]$$

$$b) \frac{8 T_F}{n+2} \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2 S_1(n) + 2\bar{\Psi} \right) \cdot \frac{2}{n-1} + \frac{7}{6} \frac{1}{n-1} + \frac{1}{2} \frac{1}{n+1} + \frac{4}{3} \frac{1}{n+2} \right]$$

3. Поддиаграммный вклад в  $\Gamma_{L,n}^{(2)G} / \Gamma_{L,n}^{(2)G}$

а), б) и в) 0

$$\Gamma) C_F \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{n} \right)$$

$$\Delta) (2C_F - C_A) \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2\bar{\Psi} \right) \left( -\frac{n}{2} + \frac{1}{n+1} \right) + S_1(n) \left( -\frac{n}{2} + 1 + \frac{2}{n+1} \right) - \frac{9n}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{n+1} - \frac{1}{(n+1)^2} \right] +$$

$$+ C_A \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2 S_1(n) + 2\bar{\Psi} \right) \left( 1 + \frac{4}{n} - \frac{1}{n+1} \right) + \frac{5}{2} + \frac{4}{n} + \frac{1}{2} \frac{1}{n+1} - \frac{4}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} \right]$$

$$\Theta) -C_F \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2 S_1(n) + 2\bar{\Psi} \right) \left( 1 + \frac{2}{n} \right) + \frac{3}{2} + \frac{1}{n+1} - \frac{2}{n^2} \right]$$

$$\Xi) (C_A - 2C_F) \left[ S_1(n) + \frac{n}{4} + \frac{3}{2} + \frac{2}{n+1} \right]$$

$$\Sigma) -\frac{C_A}{2} \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2 S_1(n) + 2\bar{\Psi} \right) \left( 1 + \frac{4}{n} - \frac{3}{n+1} \right) + \frac{5}{2} + \frac{8}{n} - \frac{9}{2} \frac{1}{n+1} - \frac{4}{n^2} + \frac{3}{(n+1)^2} \right]$$

$$\Pi) \frac{C_A}{2} \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2 S_1(n) + 2\bar{\Psi} \right) \left( -1 + \frac{8}{n} - \frac{4}{n+1} \right) - \frac{5}{2} + \frac{2}{n+1} - \frac{8}{n^2} + \frac{4}{(n+1)^2} \right]$$

$$\K) -2C_F \left[ S_1(n) + 4 - \frac{1}{n+1} - \frac{2}{n+2} + 2\bar{\Psi} \right]$$

$$\Lambda) (C_A - 2C_F) \left[ -\left( \frac{1}{\varepsilon} + 2\bar{\Psi} \right) \frac{n}{2} + S_1(n) \left( 1 - \frac{n}{2} \right) - \frac{9n}{4} - \frac{5}{2} + \frac{1}{n+1} + \frac{2}{n+2} + \bar{\Psi} \right] + C_A \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2\bar{\Psi} \right) \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \left( S_1(n) + \frac{1}{n+1} + \frac{2}{n+2} - 2 \right) + \frac{3}{2} S_1^2(n) - \frac{1}{2} S_2(n) + S_1(n) \left( 1 + \frac{1}{n+1} + \frac{3}{n+2} \right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{n+1} + \frac{5}{n+2} - \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{2}{(n+2)^2} + 3\bar{\Psi} \right]$$

$$\Sigma) -\frac{C_A}{2} \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2 S_1(n) + 2\bar{\Psi} \right) \left( -1 + \frac{8}{n-1} + \frac{4}{n+2} \right) - \frac{8}{5} \left\{ \frac{1 - \delta_n^2}{n-2} (4 K_2(n) - 3) + \delta_n^2 (6 \zeta(3) - 7) \right\} + \right.$$

$$\left. + 2 K_2(n) \left( \frac{8}{3} \frac{1}{n} + \frac{8}{15} \frac{1}{n+3} \right) - \frac{5}{2} - \frac{10}{3} \frac{1}{n-1} + \frac{8}{n+1} + \frac{85}{6} \frac{1}{n+2} - \frac{4}{3} \frac{1}{n+3} - \frac{4}{(n+1)^2} \right]$$

$$\Pi) -2C_F \left[ 2 \tilde{T}(n) \left( 1 - \frac{2}{n+3} \right) + 2 S_2(n) \left( -1 + \frac{3}{n+3} \right) + \frac{2}{5} \left\{ \frac{1 - \delta_n^2}{n-2} (4 K_2(n) - 3) + \delta_n^2 (6 \zeta(3) - 7) \right\} - \right.$$

$$\left. - 2 K_2(n) \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{1}{n} + \frac{32}{15} \frac{1}{n+3} \right) - S_1(n) \left( 2 + \frac{1}{n+1} + \frac{2}{n+2} - \frac{5}{n+3} \right) - \frac{6}{5} + \frac{3}{n+1} - \frac{2}{n+2} + \frac{11}{5} \frac{1}{n+3} + \frac{4}{(n+2)^2} - \bar{\Psi} \right]$$

$$\Theta) C_A \left[ \left( \frac{1}{\varepsilon} + 2\bar{\Psi} \right) \left( 3 S_1(n) - 2 - \frac{1}{n+1} + \frac{2}{n+2} \right) + 2 \tilde{T}(n) \left( 1 - \frac{2}{n+3} \right) + S_2(n) \left( -\frac{7}{2} + \frac{6}{n+3} \right) + \frac{9}{2} S_1^2(n) + \right.$$

$$\left. + S_1(n) \left( 3 - \frac{6}{n+1} - \frac{1}{n+2} + \frac{5}{n+3} \right) - \frac{4}{5} \left\{ \frac{1 - \delta_n^2}{n-2} (4 K_2(n) - 3) + \delta_n^2 (6 \zeta(3) - 7) \right\} - \right.$$

$$\left. - 2 K_2(n) \left( \frac{4}{3} \frac{1}{n} + \frac{16}{15} \frac{1}{n+3} \right) - \frac{13}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{n+1} + \frac{3}{n+2} + \frac{3}{5} \frac{1}{n+3} + \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{2}{(n+2)^2} \right]$$

$$\Sigma) (C_A - 2C_F) \left[ 2 \tilde{T}(n) \left( -1 + \frac{2}{n+3} \right) + 2 S_2(n) \left( 1 - \frac{3}{n+3} \right) + 2 K_2(n) \left( 2 + \frac{8}{3} \frac{1}{n} + \frac{4}{3} \frac{1}{n+3} \right) + \right.$$

$$\left. + S_1(n) \left( 1 + \frac{1}{n+1} + \frac{2}{n+2} - \frac{5}{n+3} \right) - \frac{n}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{n+1} + \frac{2}{n+2} - \frac{1}{n+3} - \frac{4}{(n+2)^2} \right]$$

Приложение 2

При расчете глюонной части структурной функции необходимо иметь в виду, что рассеяние происходит на реальном глюоне. Учесть этот факт можно двумя способами<sup>18/</sup>: либо ввести "физическую" сумму по поляризациям, аналогичную аксиальной калибровке глюонного пропагатора

$$\sum_{\lambda} \varepsilon^{\mu}(\lambda) \varepsilon^{\nu}(\lambda) = -g^{\mu\nu} + \frac{u^{\mu} k^{\nu} + u^{\nu} k^{\mu}}{(u \cdot k)} - \frac{k^{\mu} k^{\nu} u^2}{(u \cdot k)^2}, \quad (A1)$$

где вектор  $u$  удовлетворяет соотношению  $u^2 < 0$ , либо учесть рассеяние на "духах", т.е. к диаграммам (e), (m) рис.5 добавить соответственно диаграммы, изображенные на рис.6.

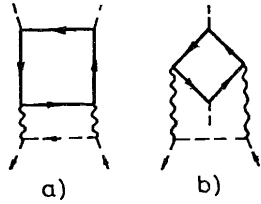
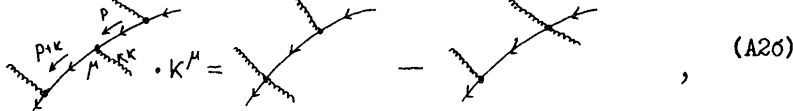


Рис.6. Дополнительные диаграммы, дающие вклад в  $T_{L,n}^{(2)G}$ . Их число увеличивается в 4 раза за счет обратного обхода фермионной и дуговой петель. Диаграмма (а) удваивается еще раз за счет вклада кросс-синг-симметричной диаграммы.

В данной работе учет проведен обоими способами, причем для первого указан способ, позволяющий значительно сократить объем вычислений. Используем простое соотношение

$$(\hat{p} + \hat{k}) \hat{k} \hat{p} = (\hat{p} + \hat{k})^2 \hat{p} - \hat{p}^2 (\hat{p} + \hat{k}), \quad (A2a)$$

которое на диаграммном языке не является столь тривиальным



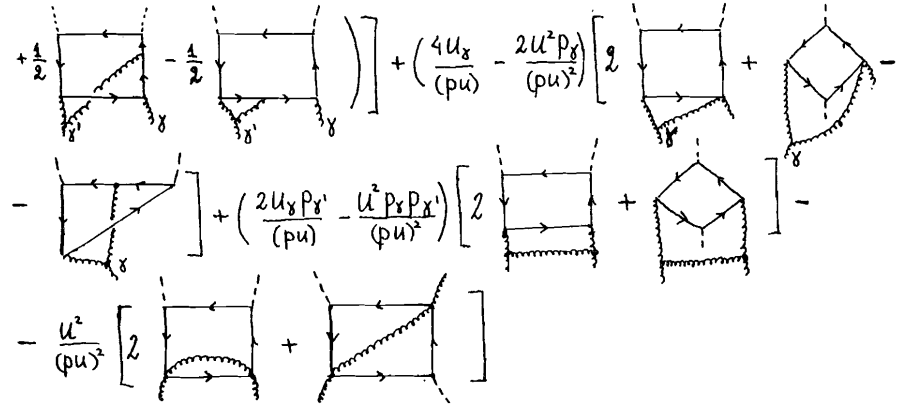
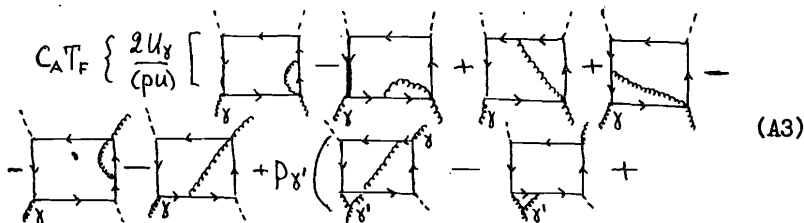
т.е. при домножении глюонно-фермионной вершины диаграммы на импульс входящего в него глюона, можно перейти к новой диаграмме, имеющей на один фермионный пропагатор меньше. Заметим, что в правилах Фейнмана возникла новая вершина:

$$i \text{ (vertex) } = i g^2 T_a T_b.$$

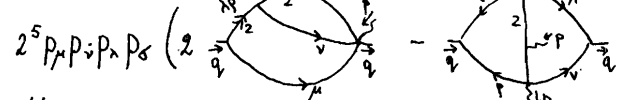
Дополнительный знак  $i$  возник за счет схлопывания ферми-пропагатора.

Рассмотрим дополнительный вклад диаграмм рис.5, возникающий за счет удлинения суммы по поляризациям и применения для их расчета уравнения (A2).

Получаем набор новых, более простых диаграмм, который представим в виде (цветные индексы выделены заранее):



Все диаграммы с точки зрения метода уникальностей являются простыми. Расписывая КХД алгебру для продольной структурной функции (проектор  $p^{\mu} p^{\nu}$ ), получаем вклад дополнительных диаграмм (A3) в виде:



Вектор  $u$  выпал из конечного результата.

Этот результат совпадает с вкладом диаграмм, изображенных на рис.6. Полученные диаграммы уже рассчитаны при вычислении диаграмм (и) и (n) рис. 5.

### Литература

1. D.W.Duke, J.D.Kimel and G.A.Sowell, Phys.Rev. D25 (1982) 71.
2. A.Devoto, D.W.Duke, J.D.Kimel and G.A.Sowell, Phys.Rev. D30(1985) 541.
3. S.H.Coulson and R.E.Ecclestone, Nucl.Phys. B211 (1983) 317.
4. D.I.Kazakov and A.B.Kotikov, JINR preprint E2-86-715.
5. D.Manopoulos and G.Ross, Phys.Lett. 58B (1975) 105; L.F.Abbott, W.B.Atwood and R.M.Barnett, Phys.Rev. D22 (1980) 582.
6. M.Glück and E.Reya, Nucl.Phys. B145 (1978) 24.
7. I.A.Schmidt and R.Blankenbecler, Phys.Rev. D16 (1977) 1318; L.F.Abbott, E.L.Berger, R.Blankenbecler and G.Kane, Phys.Lett. 88B (1978) 157.
8. A.J.Buras, Rev.Mod.Phys. 52(1980) 199.
9. E.Reya, Phys.Rep. 69(1981) 195.
10. G.Grunberg, Phys.Lett. 95B (1980) 70;

- A.Dhar, Phys.Lett. 128B (1983) 307;  
 Д.И.Казаков, Д.В.Ширков, ЯФ, 1985, 42I, 768.
11. S.J.Maximov and V.I.Vovk, ITP preprint ITP-86-155E (Kiev).
12. W.A.Bardeen, A.J.Buras, D.W.Duke and T.Muta, Phys.Rev. D18(1978) 3998.
13. S.G.Gorishny, S.A.Larin and F.V.Tkachov, Phys.Lett.124B (1983) 217;  
 S.G.Gorishny and S.A.Larin, Nucl.Phys. B283 (1987) 452.
14. G.Altarelli, R.K.Ellis and G.Martinelli, Nucl.Phys. B157 (1979) 481.
15. А.Н.Васильев, Ю.М.Письмак, Ю.Р.Хонконен. ТМФ, 1981, 47, 291;  
 Д.И.Казаков, Phys.Lett. 38B (1983) 406;  
 Д.И.Казаков, ТМФ, 1985, 62, 127;  
 Д.И.Казаков and А.В.Котиков, JINR preprint E2-86-204;  
 А.В.Котиков, JINR preprint E2-87-370.
16. E.G.Floratos, D.A.Ross and C.T.Sachrajda, Nucl.Phys. B129 (1977) 66; (E: B139(1978) 545) ;  
 E.G.Floratos, D.A.Ross and C.T.Sachrajda, Nucl.Phys. B152 (1979) 493.
17. A.Conzalez-Arrogo, C.Lopez and F.J.Yndurain, Nucl.Phys B153 (1979) 161;  
 C.Lopez and F.J.Yndurain, Nucl.Phys. B183(1981) 157.
18. J.Balcock and D.Sivers, Phys.Rev. D18 (1978) 162;  
 T.Gottschalk, D.Sivers, Phys.Rev. D21 (1980) 102.

Рукопись поступила в издательский отдел  
 27 августа 1987 года.

## ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
D1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
D10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программирования и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
D17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
D11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
D13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
D4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
D3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
-	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984, /2 тома/	13 р.50 к.
D1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.
D9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. /2 тома/	13 р.45 к.
D7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986	7 р.10 к.
D2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа-86". Дубна, 1986	4 р.45 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Казakov Д.И., Котиков А.В.

P2-87-656

Полная  $\alpha_S$ -поправка к отношению сечений глубоконеупругого рассеяния  $R = \sigma_L / \sigma_T$  в КХД. Расчет продольной структурной функции

Вычислена  $\alpha_S$ -поправка к продольной структурной функции глубоконеупругого рассеяния /GPR/ при использовании разложения Вильсона и ренормгруппы. Расчет проводился для безмассовых, лежащих на массовой поверхности, кварков и глюонов в  $\overline{MS}$ -схеме. Вычисления всех диаграмм выполнены аналитически.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Kazakov D.I., Kotikov A.V.

P2-87-656

Total  $\alpha_S$  Correction to Deep Inelastic Scattering Cross Section Ratio.  $R = \sigma_L / \sigma_T$  in QCD. Calculation of Longitudinal Structure Function

Total  $\alpha_S$ -correction to the longitudinal structure function of deep inelastic scattering is calculated using the Wilson expansion and renormalization group. The calculation is performed for massless quarks and gluons on shell in the  $\overline{MS}$  renormalization scheme. All the diagrams are evaluated analytically.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987