

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

К 327

P2-87-542

А.Н.Квинихидзе*, А.М.Хведелидзе*

**О РАЗЛОЖЕНИИ ОПЕРАТОРА БУСТА
ПО СТЕПЕНЯМ КОНСТАНТЫ СВЯЗИ**

Направлено в журнал "Теоретическая
и математическая физика"

* Математический институт АН ГрузССР, Тбилиси

Анализ S - матрицы рассеяния составных частиц во многом определяется решением проблемы учёта полного импульса связанного состояния. Как известно, в квантовой теории поля не только относительное движение, но и движение составной системы как целого зависит от динамики взаимодействия. В работе /1/ показано, что эти две проблемы можно разделить, и для решения последней развивается теория возмущений по константе связи. Основой метода является представление для оператора буста U_λ , соответствующего чистому преобразованию Лоренца $\Lambda_\lambda = (1, \vec{0})$, ($\lambda^2 = 1, \lambda^0 > 0$), действие которого на вектор состояния частицы с четырехимпульсом P и спином S задается в виде

$$U_\lambda |p, s\rangle = \mathcal{D}^{(s)}(R(\Lambda_\lambda, p)) |\Lambda_\lambda p, s\rangle, \quad (1)$$

$\mathcal{D}^{(s)}(R(\Lambda_\lambda, p))$ - известная матричная функция, определяющая трансформационные свойства состояния при вращениях R . $R(\Lambda_\lambda, p)$ - вращение Вигнера. В теории поля, с плоскостью начальных условий $x^0 = 0$, для U_λ имеем

$$U_\lambda = \overset{\circ}{U}_\lambda \cdot A(\lambda), \quad (2)$$

где $\overset{\circ}{U}_\lambda$ - соответствующий тому же преобразованию Лоренца унитарный оператор в **отсутствии** взаимодействия. $A(\lambda)$ есть оператор эволюции $U(\lambda x=0, x^0=0)$ от поверхности $x^0 = 0$ к поверхности $\lambda \cdot x = 0$, для которого в /1/ получено разложение по степеням константы взаимодействия:

$$A(\lambda) \equiv U(\lambda x=0, x^0=0) = \prod_x \exp\left(i \int_{\Omega} d^4x \varepsilon(x^0) \mathcal{H}_1(x)\right). \quad (3)$$

В (3) \prod_x - символ упорядочения по переменной x^0/x ($x = \vec{x} \cdot \vec{\lambda} / |\vec{\lambda}|$), Ω - область пространства-времени, заключенная между плоскостями $x^0 = 0$ и $\lambda \cdot x = 0$, $\varepsilon(x^0) = x^0 / |x^0|$ - знаковая функция и $\mathcal{H}_1(x)$ - плотность гамильтониана взаимодействия.

Разложение (3) было использовано в /2/, где на примере расчета асимптотического поведения фактора мезона с двумя валентными составляющими показано, что такой способ учёта импульса составной системы с помощью теории возмущений по константе связи приводит к правильному результату. В настоящей работе указана другая возможность разложения оператора эволюции $U(\lambda \cdot x=0, x^0=0)$ по степеням константы взаимодействия, представляющая специальный интерес в задачах с большими импульсами $|\vec{k}| \rightarrow \infty$. Она является следствием предельного соотношения

$$\lim_{|\vec{\lambda}| \rightarrow \infty} A(\lambda) = A_{\vec{n}} = U(n \cdot x = 0, x^0 = 0) = T_x \exp(i \int_{\Omega_{\vec{n}}} d^4x \varepsilon(x^0) \mathcal{H}_I(x)), \quad (4)$$

где $A_{\vec{n}}$ - конечный унитарный оператор, связывающий преобразованием подобия теорию поля на нуль-плоскости $n \cdot x = 0$ с обычной. Здесь $\vec{n} = \vec{\lambda}/|\vec{\lambda}|$, $\Omega_{\vec{n}}$ - область, ограниченная плоскостью $x^0 = 0$ и касательной к световому конусу плоскостью $n \cdot x = x^0 - \vec{n} \cdot \vec{x} = 0$ (за-штрихована на рис. I). Считая $A_{\vec{n}}$ известным оператором и пользуясь причинным соотношением

$$A(\lambda) = U^\dagger(n \cdot x = 0, \lambda \cdot x = 0) A_{\vec{n}}, \quad (5)$$

приходим к разложению первого сомножителя в (5) по степеням константы связи:

$$U(n \cdot x = 0, \lambda \cdot x = 0) = T_x \exp(i \int_{\substack{n \cdot x = 0 \\ \lambda \cdot x = 0}} d^4x \varepsilon(x^0) \mathcal{H}_I(x)).$$

Привлекательность данного разложения в том, что при $|\vec{\lambda}| \rightarrow \infty$ благодаря области интегрирования в показателе экспоненты эффективный параметр разложения $g' \sim g/|\vec{\lambda}|$ значительно меньше константы g .

Предлагаемый ниже вариант теории возмущений изучается на примере рассмотрения электромагнитного фактора составной системы. На основе (5) получено

"смешанное" представление, в котором одновременно используются волновые функции связанного состояния обычной теории поля и теории поля на нуль-плоскости.

I. Мгновенная и фронтовая форма динамики в теории поля

Уравнения поля определяются выбором функции Лагранжа. В качестве начальных условий обычно требуют совпадения при $x^0 = 0$ взаимодействующих полей $\Psi(x)$ со свободными $\Psi(x)$. Выбор любой другой плоскости $\lambda \cdot x = 0$, полученной из $x^0 = 0$ преобразованием Лорен-

ца, означал бы переход к эквивалентной теории с полями $\Psi^\lambda(x)$, связь с которой в квантовом случае осуществлял бы унитарный оператор $A(\lambda) = U_\lambda^\dagger U_\lambda = U(\lambda \cdot x = 0, x^0 = 0)$,

$$\Psi^\lambda(x) = A(\lambda) \Psi(x) A^\dagger(\lambda).$$

Нетрудно видеть, что

$$\Psi^\lambda(x) = \Psi(x) \quad \text{при} \quad \lambda \cdot x = 0,$$

если

$$\Psi(x) = \Psi(x) \quad \text{при} \quad x^0 = 0.$$

Пользуясь теоремой Нётер, с начальными условиями по плоскости $\lambda \cdot x = 0$, для генераторов группы Пуанкаре имеем

$$P^\mu = \hat{P}^\mu - \lambda^\mu \int \delta(\lambda \cdot x) \mathcal{L}_I(x) d^4x, \\ M^{\mu\nu} = \hat{M}^{\mu\nu} - \int (\lambda^\mu x^\nu - \lambda^\nu x^\mu) \delta(\lambda \cdot x) \mathcal{L}_I(x) d^4x \quad (6)$$

($\mathcal{L}_I(x)$ - плотность лагранжиана взаимодействия), где \hat{P}^μ , $\hat{M}^{\mu\nu}$ - операторы энергии-импульса и момента количества движения в свободном случае. Следовательно, плоскостью задания начальных условий определяется, какие из генераторов получают добавку при "включении" взаимодействия, иными словами, разделение алгебры Пуанкаре на кинематическую и динамическую части [3, 4].

Предел $|\vec{\lambda}| \rightarrow \infty$ соответствует теории поля на нуль-плоскости $x^0 = \vec{n} \cdot \vec{x}$ с генераторами группы Пуанкаре, полученными из (6) с учетом замены λ^μ на светоподобный вектор $n^\mu = (1, \vec{n})$. Переходя к переменным "светового фронта"

$$V^\mu \rightarrow (V^\pm = \frac{1}{2}(V^0 \mp \vec{n} \cdot \vec{V}), \vec{V}_\perp = \vec{V} - \vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{V})), \quad (7)$$

получаем разбиение генераторов на динамические:

$$P^- = \hat{P}^- + \int \delta(n \cdot x) \mathcal{L}_I(x) d^4x, \\ \vec{E}_{1,-} \equiv \frac{1}{2}(\vec{K}_\perp - [\vec{n} \times \vec{J}_\perp]) = \vec{E}_{1,-} - \int \vec{x}_\perp \delta(n \cdot x) \mathcal{L}_I(x) d^4x$$

и кинематические

$$P^+ = \hat{P}^+, \quad P_\perp = \hat{P}_\perp, \quad \vec{E}_{1,+} \equiv \frac{1}{2}(\vec{K}_\perp + [\vec{n} \times \vec{J}_\perp]) = \vec{E}_{1,+}, \\ J_{\vec{n}} \equiv (\vec{J} \cdot \vec{n}) = \hat{J}_{\vec{n}}, \quad K_{\vec{n}} \equiv (\vec{K} \cdot \vec{n}) = \hat{K}_{\vec{n}}. \quad (8)$$

В (7), (8) величины \vec{J} и \vec{K} определены равенствами

$$J^i = \frac{1}{2} \epsilon^{imn} M_{mn}, \quad K^i = M^{0i}.$$

Связь с обычной теорией поля, как отмечалось выше, осуществляется оператором $\lim_{|\vec{x}| \rightarrow \infty} A(\lambda) = A_{\vec{n}}$ (см. (5)). Для полевых операторов имеет место преобразование подобия

$$\Psi_{\vec{n}}(x) = A_{\vec{n}} \Psi(x) A_{\vec{n}}^{\dagger},$$

а для векторов состояния

$$|\Phi\rangle_{\vec{n}} = A_{\vec{n}} |\Phi\rangle, \quad (9)$$

где индекс \vec{n} указывает на принадлежность соответствующего объекта теории поля на нуль-плоскости $x^0 - \vec{n} \cdot \vec{x} = 0$. Привлекательной особенностью гамильтоновых теорий, использующих нуль-плоскость как поверхность начальных условий, является то, что векторы состояний $|\Phi\rangle_{\vec{n}}$ с произвольным импульсом $Q = (\sqrt{\vec{Q}^2 + M^2}, \vec{Q})$ могут быть получены из состояний $|\vec{0}, M\rangle_{\vec{n}}$ с нулевым трехмерным импульсом $\vec{Q} = 0$ с помощью преобразований

$$U_Q = \exp(-i \frac{\vec{Q}_+ \cdot \vec{E}_{1,+}}{Q_+}) \cdot \exp(-i \ln(\frac{Q_+}{M}) \cdot K_{\vec{n}}), \quad (10)$$

полностью построенных, и кинематических генераторов^{x)} $\vec{E}_{1,+}$, $K_{\vec{n}}$ (8).

2. Релятивистский формфактор составной частицы в "смешанном" представлении

Рассмотрим матричный элемент тока

$$F_{\mu}(P, Q) = \langle P | J_{\mu}(0) | Q \rangle, \quad (11)$$

определяющий формфактор составной системы^{xx)}. Положив для простоты $\vec{Q} = 0$, согласно (1) и (2), имеем

x) Отметим, что взамен возникает трудность при описании обычных вращений, так как соответствующие генераторы динамические $\vec{J} \neq \vec{J}$.

xx) Связанное состояние $|P\rangle$ будем считать бесспиновым,

$$\langle P | Q \rangle = (2\pi)^3 2P^0 \delta^{(3)}(\vec{P} - \vec{Q}).$$

$$F_{\mu}(P, \vec{0}) = \langle \vec{0} | A^{\dagger}(\lambda^{\dagger}) U_{\lambda}^0 J_{\mu}(0) | \vec{0} \rangle, \quad \lambda^{\dagger} = P^{\dagger}/M, \quad \lambda^{\dagger} = (\lambda^0 - \vec{\lambda}). \quad (12)$$

В работе /2/ разложение по константе связи (3) было использовано для изучения поведения мезонного формфактора при больших передачах $t = (P-Q)^2 = 2M^2(1-X) \rightarrow -\infty$. В следующих после нулевого **порядках теории** возмущений было получено степенное падение, соответствующее правилам кваркового счета /5,6/. Важно напомнить, что нулевой порядок оказался недостаточным для выявления ведущей асимптотики. Тем самым была показана корректность такого учёта импульса составной системы, даже когда этот импульс велик $|\vec{\lambda}| \rightarrow \infty$.

Используя соотношение (5), перепишем выражение для формфактора в виде

$$F_{\mu}(P, \vec{0}) = \langle \vec{0} | A_{\vec{n}}^{\dagger} U(n'x=0, \lambda'x=0) U_{\lambda}^0 J_{\mu}(0) | \vec{0} \rangle. \quad (13)$$

Согласно (9),

$$\langle \vec{0} | A_{\vec{n}}^{\dagger} = \langle \vec{0} |_{-\vec{n}}$$

представляет собой вектор состояния составной системы с нулевым импульсом в теории поля на нуль-плоскости $n'x = x_0 + \vec{n} \cdot \vec{x} = 0$.

Таким образом, пользуясь полным набором векторов состояний свободных составляющих в (13), формфактор можно записать в "смешанном" представлении, то есть выразить одновременно через волновую функцию обычной теории

$$\langle P_1, \dots, P_k | \vec{0} \rangle = \delta^{(3)}(\sum_{i=1}^k \vec{P}_i) \Phi_{\vec{0}}(P_1, \dots, P_k) \quad (14)$$

и теории поля на нуль-плоскости

$$\langle P_1, \dots, P_k | \vec{0} \rangle_{-\vec{n}} = \delta^{(2)}(\sum_{i=1}^k \vec{P}_i) \delta(\sum_{i=1}^k P_i^+ - M) \Phi_{-\vec{n}}(\vec{P}_1, P_1^+, \dots, P_k, P_k^+). \quad (15)$$

Обратим внимание на известное отличие состояний $|\vec{0}\rangle_{-\vec{n}}$ и $|\vec{0}\rangle$: их фоковские проекции (14), (15) пропорциональны различным δ -функциям. Как отмечалось выше, при $|\vec{\lambda}| \rightarrow \infty$ в теории возмущений (5) эффективный параметр разложения подавлен множителем $1/|\vec{\lambda}|$ по сравнению с (3). Поэтому в (13) достаточно ограничиться нулевым порядком разложения $U(n'x=0, \lambda'x=0)$:

$$F_{\mu} \approx \langle \vec{0} |_{-\vec{n}} U_{\lambda}^0 J_{\mu}(0) | \vec{0} \rangle = \langle P | J_{\mu}(0) | \vec{0} \rangle. \quad (16)$$

Во втором равенстве (I6) мы учли, что в теории поля на нуль-плоскости $x^0 - \vec{x} \cdot \vec{\lambda} = 0$

$$\vec{U}_\lambda = U_\lambda.$$

В фокковских компонентах (I6) означает

$$\Gamma_M = \sum_{\kappa, e} \int \prod_{i=1}^k \frac{d\vec{p}_i}{2p_i^0} \langle \vec{\sigma} | \Lambda_{p_1} \dots \Lambda_{p_k} \rangle \Gamma_M \langle q_1, \dots, q_e | \vec{\sigma} \rangle \prod_{i=1}^e \frac{dq_i}{2q_i^0}, \quad (I7)$$

где преобразование буста Λ в переменных светового фронта (7) имеет вид

$$(\Lambda p_i)^+ = p_i^+ (\lambda^0 - |\vec{\lambda}|), \quad (\Lambda p_i)_\perp = \vec{p}_{i\perp}, \quad p_i^2 = m_i^2,$$

Γ_M - простая вершинная функция,

$$\Gamma_M \equiv \langle p_1, \dots, p_k | J_M(0) | q_1, \dots, q_e \rangle \prod_{i=1}^k \mathcal{D}^{(s)}(R(\Lambda p_i, p_i)),$$

$\mathcal{D}^{(s)}(R(\Lambda p_i, p_i))$ - функции возникают при действии оператора буста \vec{U}_λ на состояния свободных частиц:

$$\vec{U}_\lambda \langle \vec{\sigma} | U_\lambda | p_1, \dots, p_k \rangle = \prod_{i=1}^k \mathcal{D}^{(s)}(R(\Lambda p_i, p_i)) \langle \vec{\sigma} | \Lambda p_1, \dots, \Lambda p_k \rangle.$$

Выражение (I7) содержит вклады трех типов, соответствующие диаграммам рис. 2. Сравнение этих вкладов в асимптотическое поведение формфактора при $|\vec{\lambda}| \rightarrow \infty$ показывает, что ведущий изображен на рис. 2В.

В диаграммах типа А учет лишь валентных составляющих, например для псевдоскалярного мезона, дает (Приложение А)

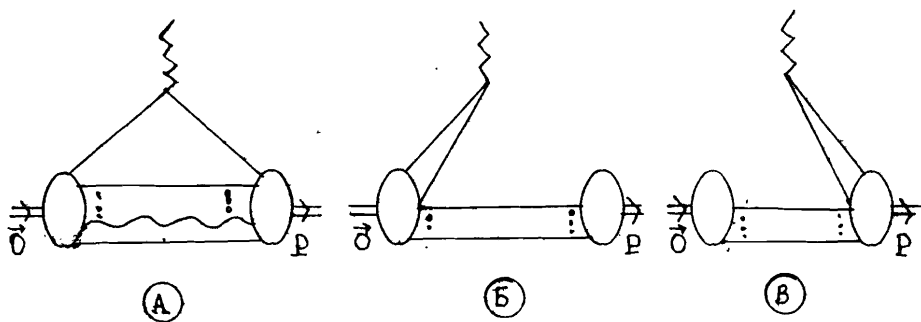


Рис. 2

$$F(t) = \frac{1}{t} \left\{ \frac{e_1}{(2\pi)^9} \int \frac{d\vec{p}}{2p^0} \text{Sp}(\vec{\Gamma}_{-\vec{n}}^{(1)}(\Lambda p) \gamma^+ \gamma^- \gamma^5) \Phi_{\vec{\sigma}}(\vec{p}) + \frac{e_2}{(2\pi)^9} \int \frac{d\vec{p}}{2p^0} \text{Sp}(\vec{\Gamma}_{-\vec{n}}^{(2)}(\Lambda p) \gamma^- \gamma^+ \gamma^5) \Phi_{\vec{\sigma}}(\vec{p}^2) \right\},$$

$$\vec{\Gamma}_{-\vec{n}}^{(1)} \equiv v^j(\Lambda p) \Phi_{-\vec{n}_j}^*(\Lambda p^+, \vec{p}_\perp) \bar{U}_i(p), \quad \vec{\Gamma}_{-\vec{n}}^{(2)}(\Lambda p) \equiv v^j(p') \Phi_{-\vec{n}_j}^*(\Lambda p^+, p_\perp) \bar{U}_i(\Lambda p),$$

$$\Phi_{\vec{\sigma}_j}^i(\vec{p}) = 2p^0 \delta_j^i \Phi_{\vec{\sigma}}(\vec{p}^2), \quad (\Lambda p)^+ + p'^+ = M, \quad \vec{p}'_\perp = -\vec{p}_\perp, \quad (I8)$$

где мы выбрали (+)-компоненту электромагнитного тока для определения формфактора

$$\vec{F}_M(p, Q) = (p + Q)_M F(t).$$

При $t \rightarrow -\infty$, выделяя в (I8) область конечных $|\vec{p}'| \sim m$ (вклад от оставшейся области интегрирования из-за сильного падения $\Phi_{\vec{\sigma}}(\vec{p}^2)$ при $|\vec{p}'| \rightarrow \infty$ оказывается пренебрежимо мал), находим асимптотику $F(t)$, которая таким образом задается поведением волновой функции связанного состояния в теории поля на нуль-плоскости (I4) при $p^+ \sim m/|\vec{\lambda}| \rightarrow 0$. Однако полученная на основе анализа уравнений КХД на связанные состояния асимптотическая оценка волновой функции $\Phi_{-\vec{n}}^i(p^+, \vec{p}_\perp)$ при $p^+ \rightarrow 0$ в фейнмановской калибровке (Приложение Б) приводит к более сильному падению формфактора $F(t) \sim t^{-2}$, чем общепринятое в настоящее время $F(t) \sim t^{-1}$, согласующееся с правилами кваркового счета^{5,6}. В аксиальной калибровке в работе⁷ получено асимптотическое поведение волновых функций K -валентных кварков $(1-x_i)^{\frac{1}{2}(2n-3)+|\Delta\lambda|}$, где $\Delta\lambda$ - разность между спиральностью составной системы и спирального кварка с $Q_i \rightarrow 1$. Соответствующее поведение для формфактора

$$F(t) \sim t^{-(n-1)-|\Delta\lambda|} \quad \text{в случае бариона}$$

и

$$F(t) \sim t^{-n} \quad \text{в случае мезона.}$$

Отсюда видно, что лишь в случае барионов со спином 1/2 диаграмма прямого рассеяния фотона на кварке вносит ведущий вклад в асимптотику формфактора. Таким образом, важны вклады от диаграмм с рождением фотоном пары (рис. 2 Б, В), которые с необходимостью содержат невалентные составляющие. Оценим вклад диаграмм рис. 2 Б, В. Учет одной дополнительной кварк-антикварковой пары приводит к выражению

$$F_M^{(B)} = (2\pi)^{-12} \int \frac{d\vec{p}_1 \dots d\vec{p}_4}{2p_1^0 \dots 2p_4^0 - \vec{p}} \langle \vec{0} | \Lambda_{P_3} \Lambda_{P_4} \rangle \langle \text{vac} | J_M(0) | P_1 \vec{p}_2 \rangle \langle P_1 \dots \vec{p}_4 | \vec{0} \rangle \mathcal{D}(R_3) \mathcal{D}(R_4), \quad (19)$$

$$F_M^{(C)} = (2\pi)^{-12} \int \frac{d\vec{p}_1 \dots d\vec{p}_4}{2p_1^0 \dots 2p_4^0 - \vec{p}} \langle \vec{0} | \Lambda_{P_3} \dots \Lambda_{P_4} \rangle \langle P_1 \vec{p}_2 | J_M(0) | \text{vac} \rangle \langle P_3 \vec{p}_4 | \vec{0} \rangle \mathcal{D}(R_1) \mathcal{D}(R_2) \mathcal{D}(R_3) \mathcal{D}(R_4) \quad (20)$$

фигурирующие в (19) и (20) 4-частичные невалентные волновые функции выразим через валентные с помощью метода выделения 2-частично-неприводимых диаграмм (см., например, /1/)

$$\langle P_1 \dots \vec{p}_4 | \vec{0} \rangle = (2\pi)^{-6} \int \langle P_1 \dots \vec{p}_4 | \frac{1}{M - M_0 - H_I(1 - \mathcal{P}_2)} H_I | q_1, \vec{q}_2 \rangle \frac{d\vec{q}_1 d\vec{q}_2}{2q_1^0 2q_2^0} \langle q_1, \vec{q}_2 | \vec{0} \rangle, \quad (21)$$

$$\langle P_1 \dots \vec{p}_4 | \vec{0} \rangle = (2\pi)^{-6} \int \langle P_1 \dots \vec{p}_4 | \frac{1}{M - \hat{P} - P_I(1 - \mathcal{P}_2)} P_I^- | q_1, \vec{q}_2 \rangle \frac{d\vec{q}_1 d\vec{q}_2}{2q_1^0 2q_2^0} \langle q_1, \vec{q}_2 | \vec{0} \rangle, \quad (22)$$

где \mathcal{P}_2 - проекционный оператор на состояния двух свободных частиц. В низшем порядке по константе взаимодействия для 2-частично-неприводимых ядер в (21) и (22)

$$(2\pi)^6 2q_1^0 \delta(\vec{p}_1 - \vec{q}_1) \delta(\vec{P}_1 - \vec{q}_2) \bar{W} \equiv \langle P_1 \dots \vec{p}_4 | [M - M_0]^{-1} H_I(1 - \mathcal{P}_2) [M - M_0]^{-1} H_I | q_1, \vec{q}_2 \rangle,$$

$$(2\pi)^6 2q_1^0 \delta(\vec{p}_1 - \vec{q}_1) \delta(\vec{P}_1 - \vec{q}_2) \bar{W} \equiv \langle P_1 \dots \vec{p}_4 | [M - \hat{P}]^{-1} P_I^-(1 - \mathcal{P}_2) [M - \hat{P}]^{-1} P_I^- | q_1, \vec{q}_2 \rangle$$

получаем (рис. 3) $(H_I = g \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi G_\mu^a \tau_a)$

$$W = g^2 C_F \frac{\bar{U}(R_3) \delta^0 \nu(P_2) \bar{U}(q_2) \delta_0 \nu(P_4)}{2|\vec{p}_4 - \vec{q}_2| (M - \sum_1^4 p_i^0)} \left\{ \frac{1}{M - p_1^0 - |\vec{p}_4 - \vec{q}_2| - p_4^0} + \frac{1}{M - p_1^0 - p_2^0 - p_3^0 - |\vec{p}_4 - \vec{q}_2| - q_2^0} \right\}, \quad (23)$$

$$W_{\vec{p}} = g^2 C_F \frac{\bar{U}(R_3) \delta^0 \nu(P_2) \bar{U}(q_2) \delta_0 \nu(P_4)}{2|p_4^+ - q_2^+| (M - \sum_1^4 p_i^-)} \left\{ \frac{\Theta(q_2^+ - p_4^+)}{M - p_1^- - \frac{(q_2^+ - p_4^+)^2}{q_2^+ - p_4^+} - p_4^-} + \frac{\Theta(p_4^+ - q_2^+)}{M - p_1^- - p_2^- - p_3^- - \frac{(q_2^+ - p_4^+)^2}{p_4^+ - q_2^+} - q_2^-} \right\} \quad (24)$$

В (23) и (24) мы не выписали члены, отличающиеся перестановкой импульсов составляющих, и опустили несвязные части (рис. 4). Отметим, что второе слагаемое в (24) исчезает из-за наличия Θ -функции, что характерно для теории поля на нуль-плоскости. Применяя (23), (24) в соотношениях (19) и (20), убеждаемся в том, что ведущая асимптотика содержится в диаграмме рис. 5А,

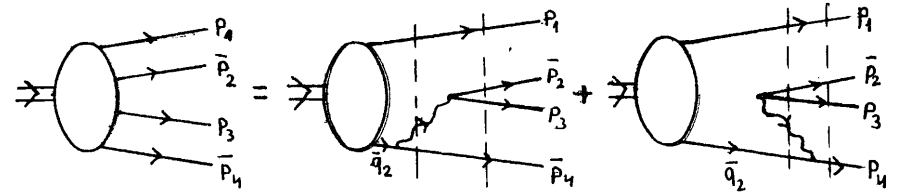


Рис. 3

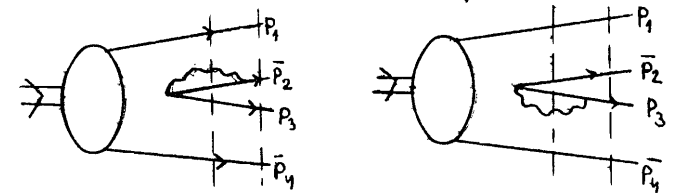


Рис. 4

$$F(t) = -\frac{1}{t} 8\pi d_5 C_F e \text{Sp} \left(\bar{\Gamma}_{\vec{p}} \frac{\delta^+ \gamma^-}{2} \Gamma_0 \frac{\gamma^- \delta^+}{2} \right), \quad \text{где } d_5 = \frac{g^2}{4\pi}, \quad (25)$$

$$\bar{\Gamma}_{\vec{p}} = \int \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2}{2p_1^0 2p_2^0 (2\pi)^6} \delta(p_1^+ + p_2^+ - M) \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) U^j(p_2) \Phi_{\vec{p}_j}^i(p_1, p_2) \bar{U}_i(p_1) \left(\frac{1}{p_2^+} \right),$$

$$\Gamma_0 = \int \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2}{2p_1^0 2p_2^0 (2\pi)^6} \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) U^j(p_1) \Phi_{\vec{p}_j}^i(p_1, p_2) \bar{U}_i(p_2) \left(\frac{1}{p_2^- (p_1^0 + p_2^0)} \right).$$

Что касается диаграмм рис. 5Б и 5В, то они вносят вклад в перенормировку фотонной вершины.

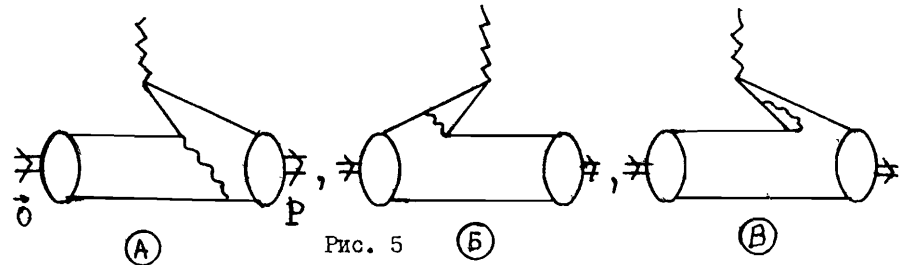


Рис. 5

Здесь уместно отметить, что вклад невалентных составляющих рис. 2а (см. рис. 6)

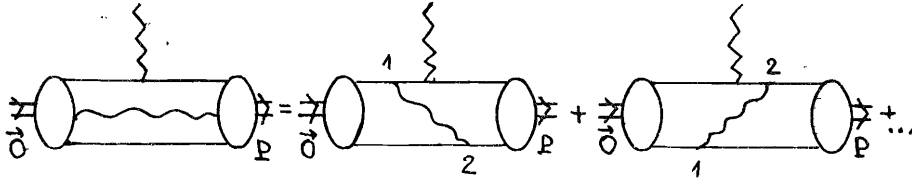


Рис. 6

подавлен по сравнению с (25), несмотря на внешнее подобие соответствующих им диаграмм. Следует обратить внимание на тот факт, что в вершинах 1 и 2 рис. 6 4-импульс не сохраняется в направлении различных векторов $(1, \vec{0})$ и \vec{n} . Представляет интерес обсудить связь выражений (16), (17) для фактора составной частицы в "смешанном" представлении с известной формой записи в терминах волновых функций в теории поля на нуль-плоскости [8]

$$F_M(P, Q) = \langle P | J_M(0) | Q \rangle_{\vec{n}} = \langle \vec{0} | \hat{U}_P J_M(0) U_Q | \vec{0} \rangle_{\vec{n}}, \quad (26)$$

где мы воспользовались трансформационным свойством (10). (Заметим, что в (26) вектор \vec{n} может не совпадать ни с одним из направлений $\vec{P}/|\vec{P}|$ и $\vec{Q}/|\vec{Q}|$). Учитывая тот факт, что в теории поля на нуль-плоскости лоренц-преобразования (10) не зависят от взаимодействия, вместо (17) имеем

$$F_M(P, Q) = \sum_{k, m} \left(\prod_{i=1}^k \frac{d\vec{p}_i}{2p_i^0} \right) \langle \vec{0} | L_P p_1 \dots L_P p_k \rangle \Gamma_M \langle L_Q q_1 \dots L_Q q_m | \vec{0} \rangle \prod_{i=1}^m \frac{dq_i}{2q_i^0}, \quad (27)$$

где преобразование L в переменных светового фронта (7) имеет вид

$$(L_Q p_i)^+ = \frac{p_i^+}{Q^+} M, \quad (L_Q p_i)_\perp = \vec{p}_{i\perp} - \frac{p_i^+}{Q^+} \vec{Q}_\perp,$$

и

$$\Gamma_M = (2\pi)^{-3(k+m)} \langle p_1 \dots p_k | J_M(0) | q_1 \dots q_m \rangle \prod_{i=1}^k \mathcal{D}(R_i) \prod_{j=1}^m \mathcal{D}(R_j)$$

Графическое изображение, соответствующее (29), аналогично рис. 2 с заменой волновой функции начального состояния $\Phi_{\vec{0}}$ на $\Phi_{\vec{n}}$. Как известно, чтобы подавить вклад диаграмм типа Б и В необходимо выбрать систему отсчета, в которой передача импульса $q = (P - Q)$

чисто поперечная, т.е. $q^+ = 0$. В случае $q^+ > 0$ ($q^+ < 0$) необходим учет диаграмм с рождением фотоном пары из вакуума, т.е. типа Б, В. Этим объясняется наиболее распространенный выбор системы отсчета $P_2 \rightarrow \infty$ чисто поперечной передачей импульса $q^+ = 0$. Так как в (17) $q^+ \neq 0$, то для сравнения с выражением (27) необходимо рассмотреть именно случаи продольной передачи импульса. Переписывая (27) для случая $\vec{P}_\perp = \vec{Q}_\perp$

$$F_M(P, Q) = \sum_{k, m} \left(\prod_{i=1}^k \frac{d\vec{p}_i}{2p_i^0} \right) \langle \vec{0} | L_P p_1 \dots L_P p_k \rangle \Gamma_M \langle q_1 \dots q_m | \vec{0} \rangle \prod_{i=1}^m \frac{dq_i}{2q_i^0}, \quad (28)$$

$$(L_P p_i)^+ = p_i^+ Q^+ / P^+, \quad (L_P p_i)_\perp = \vec{p}_{i\perp}$$

видим, что аналогично (17) при $t = 2M^2 - M^2(P^+/Q^+ + Q^+/P^+) \approx -P^+/Q^+ \cdot M^2 \rightarrow -\infty$ для диаграммы рис. 2А основной вклад в интеграл (28) дает область конечных p_i^+, q_i^+ , и асимптотика $F(t)$ определяется поведением волновой функции $\Phi_{\vec{n}}(p_i^+, \vec{p}_{i\perp})$ при $p_i^+ \rightarrow 0$. Поэтому ведущая асимптотика вновь содержится в диаграммах типа рис. 2В.

Авторы благодарны Г.П. Джорджадзе, Б.А. Маградзе, В.А. Матвееву, А.Н. Тавхелидзе за полезные обсуждения.

Приложение А

Фактор составного бесспинового мезона в "смешанном" представлении

В нулевом приближении (16) вклад от кварк-антикварковых пар в промежуточных состояниях имеет вид

$$F_M = (2\pi)^{-9} \int \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2}{2p_1^0 2p_2^0} \Phi^{\dagger j_1}(\vec{p}_1) \delta(\Lambda_{p_1}^+ (\Lambda_{p_2}^+ - M)) \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \Gamma_{M, j_1 j_2}^{\dagger 2 \gamma_1} \delta(\vec{q}_1 + \vec{q}_2) \Phi_{\vec{0}}^{\tau_2}(q) \frac{dq_1^+ dq_2^+}{2q_1^0 2q_2^0} \quad (A.1)$$

(в (A.1) подразумевается суммирование по повторяющимся спиновым (проекции спина на ось Z) индексам), где

$$\Gamma_{M, j_1 j_2}^{\dagger 2 \gamma_1} = \mathcal{D}_{d_1}^{\dagger j_1}(R(\Lambda_{p_1}, p_1)) \mathcal{D}_{d_2}^{\dagger j_2}(R(\Lambda_{p_2}, p_2)) \left\{ e_1 2q_2^0 \delta^{(j_1)}(\vec{q}_2 - \vec{p}_2) \bar{U}_{i_1}(p_1) \delta_{\mu}^{\tau_1} U^{\tau_1}(q_1) \delta_{i_2}^{j_2} + e_2 2q_1^0 \delta^{(j_2)}(\vec{q}_1 - \vec{p}_1) \bar{U}_{i_2}(q_2) \delta_{\mu}^{\tau_2} U^{\tau_2}(p_2) \delta_{i_1}^{j_1} \right\} \quad (A.2)$$

В (A.2) воспользуемся представлением для \mathcal{D} - функции

$$\mathcal{D}_j^{\dagger}(R(\Lambda, p)) = \frac{1}{2m} \bar{U}_j(\Lambda p) S(\Lambda) U^{\dagger}(p), \quad p^2 = m^2$$

$(S(\Lambda))$ - известная 4x4-матрица, реализующая преобразования Лоренца в пространстве дираковских спиноров, и введем новые (4x4) волновые функции

$$\Gamma_{\vec{0}} = \frac{U^i(\vec{p}_2)}{\sqrt{2p_2^0}} \Phi_{\vec{0}\tau_1}^{\tau_2} \bar{U}_{\tau_2}(\vec{p}_2), \quad \bar{\Gamma}_{\vec{n}} = U^j(\Lambda p_1) \Phi_{-\vec{n}j}^i(\Lambda p_2) \bar{U}_i(\Lambda p_2),$$

тогда вместо (A.1) получим

$$F_M = (2\pi)^{-9} \int \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2}{2p_1^0 2p_2^0} \delta((\Lambda p_1)^+ + (\Lambda p_2)^+ - M) \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \Gamma_M,$$

где

$$\Gamma_M = \frac{e_1}{2m_2} \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_2) S(\Lambda) \gamma_M \gamma^0 \Gamma_{\vec{0}}(\vec{p}_2) S^{-1}(\Lambda)) + \\ + \frac{e_2}{2m_1} \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_1) S(\Lambda) \Gamma_{\vec{0}}(\vec{p}_1) \gamma^0 \gamma_M S^{-1}(\Lambda)), \quad \bar{\Gamma}_{\vec{n}} = \gamma^0 \Gamma_{\vec{n}} \gamma^0.$$

Рассмотрим случаи псевдоскалярного мезона

$$\Phi_{\vec{0}\tau_1}^{\tau_2}(\vec{p}) = 2p^0 \delta_{\tau_1}^{\tau_2} \Phi^{\text{PS}}(\vec{p}^2),$$

скалярного мезона

$$\Phi_{\vec{0}\tau_1}^{\tau_2}(\vec{p}) = 2(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})_{\tau_1}^{\tau_2} \Phi^{\text{S}}(\vec{p}^2),$$

$$\Gamma_M^{\text{PS}} = e_1 \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_2) S(\Lambda) \gamma_M \gamma^0 S^{-1}(\Lambda) \gamma^5) \Phi^{\text{PS}}(\vec{p}_2^2) + \\ + e_2 \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_1) S(\Lambda) \gamma^0 \gamma_M S^{-1}(\Lambda) \gamma^5) \Phi^{\text{PS}}(\vec{p}_1^2),$$

$$\Gamma_M^{\text{S}} = e_1 \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_2) S(\Lambda) \gamma_M \gamma^0 (\hat{p}_2 + m_2) \gamma^0 S^{-1}(\Lambda)) \frac{\Phi^{\text{S}}(\vec{p}_2^2)}{\sqrt{\vec{p}_2^2 + m_1^2}} + \\ + e_2 \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_1) S(\Lambda) \gamma^0 (\hat{p}_1 - m_1) \gamma^0 \gamma_M S^{-1}(\Lambda)) \frac{\Phi^{\text{S}}(\vec{p}_1^2)}{\sqrt{\vec{p}_1^2 + m_2^2}}. \quad (\text{A.3})$$

В (A.3) использовано соотношение

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})_j^i = \frac{1}{2} \bar{U}_j^i(p) \gamma^0 U^i(p).$$

Для (+)-компоненты электромагнитного тока имеем

$$\Gamma_+^{\text{PS}} = \frac{1}{2} e_1 \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_2) \gamma^+ \gamma^- \gamma^5) \Phi^{\text{PS}}(\vec{p}_2^2) + \\ + \frac{1}{2} e_2 \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_1) \gamma^- \gamma^+ \gamma^5) \Phi^{\text{PS}}(\vec{p}_1^2),$$

$$\Gamma_+^{\text{S}} = \frac{1}{2} e_1 \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_2) \gamma^+ \gamma^- S(\Lambda) (\hat{p}_2 + m_2) \gamma^0 S^{-1}(\Lambda)) \frac{\Phi^{\text{S}}(\vec{p}_2^2)}{\sqrt{\vec{p}_2^2 + m_1^2}} + \\ + \frac{1}{2} e_2 \text{Sp}(\bar{\Gamma}_{\vec{n}}(\Lambda p_1) S(\Lambda) \gamma^0 (\hat{p}_1 - m_1) \gamma^- \gamma^+ S^{-1}(\Lambda)) \frac{\Phi^{\text{S}}(\vec{p}_1^2)}{\sqrt{\vec{p}_1^2 + m_2^2}}.$$

Приложение Б

Уравнение для волновой функции связанного состояния кварк-антикварка в теории поля на нуль-плоскости

Вектор состояния, описывающий составную частицу с 4-импульсом $P = (P^+, P^-, \vec{P}_\perp^2)/P^+$ в теории поля на нуль-плоскости, удовлетворяет уравнению

$$|P\rangle_{\vec{n}} = [P^- - \hat{P}^-]^{-1} \hat{P}_\perp^- |P\rangle_{\vec{n}}, \quad (\text{B.1})$$

и $\hat{P}_\perp^- = \hat{P}^- - \hat{P}^-$ играет роль гамильтониана взаимодействия

$$\hat{P}_\perp^- = - \int \delta(n \cdot x) \mathcal{L}_\perp(x) d^4x.$$

Исходя из уравнения (B.1), вектор состояния $|P\rangle_{\vec{n}}$ можно выразить только через m -частичные проекции $\langle p_1 \dots p_m | P \rangle_{\vec{n}}$:

$$|P\rangle_{\vec{n}} = [P^- - \hat{P}^- - \hat{P}_\perp^- (1 - \mathcal{Q}_m)]^{-1} \hat{P}_\perp^- \mathcal{Q}_m |P\rangle_{\vec{n}},$$

\mathcal{Q}_m - проекционный оператор на состояния m -свободных составляющих. Таким образом, уравнение для m -частичной волновой функции связанного состояния в теории поля на нуль-плоскости имеет следующий вид

$$\Phi_{\vec{n}}(p_1 \dots p_m) = \frac{1}{M - \sum_1^m \frac{\vec{p}_i^2 + m_i^2}{p_i^+}} \int \frac{dq_1}{2q_1^0} \dots \frac{dq_m}{2q_m^0} V_{\vec{n}}^{(m)}(q_1 \dots q_m, p_1 \dots p_m) \Phi_{\vec{n}}(q_1 \dots q_m),$$

где m -частично-неприводимое ядро $V_{\vec{n}}^{(m)}$ определено в виде разложения по константе взаимодействия

$$\delta(\sum_1^m (\vec{p}_i - \vec{q}_i)) \delta(\sum_1^m (p^+ - q^+)) V_{\vec{n}}^{(m)} = \langle p_1 \dots p_m | \{ I - \hat{P}_\perp^- (1 - \mathcal{Q}_m) [M - \hat{P}^-]^{-1} \}^{-1} \hat{P}_\perp^- | q_1 \dots q_m \rangle.$$

При $m=2$ для кварк-антикваркового связанного состояния в приближении одноглюонного обмена в калибровке Фейнмана $\alpha_{sp} = -g_{sp}$ имеем

$$\Phi_{\vec{n}_j}^i(p) = \frac{g^2 C_F}{M - p_1^- - p_2^-} \int \frac{d\vec{q}_1 d\vec{q}_2}{16\pi^3 q_1^0 q_2^0} V_{je}^{ik}(p_1, p_2, q_1, q_2) \Phi_{\vec{n}_k}^e(q) \delta(\sum_1 \vec{q}_\perp) \delta(\sum_1 q^+ - M),$$

$$V_{je}^{ik} = \frac{\bar{U}_j(p_1) \delta^{\mu\nu} U^k(q_1) \bar{V}_e(q_2) \delta_{\mu\nu} U^i(p_2)}{|p_2^+ - q_2^+|} \left\{ \frac{\Theta(p_2^+ - q_2^+)}{M - p_1^- - \frac{(\vec{p}_{2\perp} - \vec{q}_{2\perp})^2}{p_2^+ - q_2^+} - q_2^-} + \frac{\Theta(q_2^+ - p_2^+)}{M - p_2^- - \frac{(\vec{p}_{2\perp} - \vec{q}_{2\perp})^2}{q_2^+ - p_2^+} - q_1^-} \right\}. \quad (B.2)$$

При $p_1^+ \rightarrow 0$ асимптотический анализ уравнения (B.2) дает следующее поведение:

$$\Phi_{\vec{n}_j}^i \xrightarrow[p_1^+ \rightarrow 0]{} p_1^+.$$

Литература

1. Квинихидзе А.Н., Матвеев В.А., Хведелидзе А.М. Ковариантный оператор эволюции в составных моделях квантовой теории поля. Препринт ОИЯИ P2-86-219, Дубна, 1986.
2. Квинихидзе А.Н., Маградзе Б.А., Хведелидзе А.М., Сисакян А.Н. Релятивистский формфактор в терминах волновых функций покоящихся составных систем. Препринт ОИЯИ P2-87-532, Дубна, 1981.
3. Dirac P.A.M. - Rev. Mod. Phys., 21, 392-399, 1949.
4. Leutwyler M., Stern J. Annals of Physics 112, 94-164, 1978.
5. Matveev V.A., Muradyan R.M. and Tavkhelidze A.M. Lett Nuovo Cimento 7, 719-723, 1973.
6. Brodsky S.T. and Farrar G.R. Phys. Rev. Lett., 1153-1156, 1973.
7. Gunion J.F. Nason P. and Blankenbecler R. Phys. Rev., D29, No 11, 2491-2511, 1984.
8. Kogut J., Susskind L. Phys. Reports, 8C, No 75-172, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 июля 1987 года.

Квинихидзе А.Н., Хведелидзе А.М. P2-87-542
О разложении оператора буста по степеням константы связи

Дается анализ представления для оператора буста в виде упорядоченной экспоненты. Указан способ разложения этого оператора по степеням константы взаимодействия, представляющий интерес в задачах описания взаимодействия составных систем с большими импульсами. На основе данного разложения получено "смешанное" представление для формфактора составной частицы, в котором одновременно используются волновые функции связанного состояния обычной теории поля и теории поля на нуль-плоскости. На примере вычисления асимптотического поведения обсуждается связь с расчетами в системе $P_z \rightarrow \infty$ с продольной передачей импульса ($q^+ \neq 0$).

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Kvinikhidze A.N., Khvedelidze A.M. P2-87-542
On Expansion of the Boost Operator Over the Coupling Constant Degrees

Representation of the boost operator as an ordered exponent is analysed. A way of expanding this operator over the coupling constant degrees is pointed out which is of interest for the description of interaction of composite systems with large momenta. This expansion was used to obtain a "mixed" representation for the form factor of a composite particle in which the wave functions of a bound state of the usual field theory and the field theory on null-plane are used simultaneously. The relation with the calculations in the system $P_z \rightarrow \infty$ with longitudinal momentum transfer ($q^+ \neq 0$) is shown in calculating the asymptotic behaviour.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987