объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-87-520

Нгуен Суан Хан

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ОПЕРАТОРНОЕ КВАНТОВАНИЕ СКАЛЯРНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Направлено в журнал "Nuovo Cimento, A"

1987

ВВЕДЕНИЕ

Электродинамика заряженных скалярных частиц играет важную роль в создании единой теории слабо-электромагнитных взаимодействий [1,2]. Однако при квантовании этой теории давно существуют следующие вопросы [3-5]:

1/ вывод самосогласованных уравнений движения для квантовой теории,

2/ последовательная формулировка представления взаимодействия для операторного квантования.

В настоящей работе мы исследуем эти вопросы в рамках схемы гамильтонова квантования, которая основана на явном решении уравнения связи и использовании принципа калибровочной теории для выбора лагранжиана, тензора энергии импульса и физических переменных [6,7].

План изложения следующий. В разделе 1 дается конструкция калибровочно-инвариантных физических переменных. В разделе 2 обсуждается проблема квантования и исследуется механизм восстановления релятивистской инвариантности гамильтонова квантования. В разделе 3 излагается последовательная формулировка представления взаимодействия для операторного квантования. В разделе 4 применяется данный подход для рассмотрения абелевой модели спонтанного нарушения симметрии.

1. КОНСТРУКЦИЯ КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Рассмотрим лагранжиан скалярной электродинамики:

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{2}F^2_{\mu\nu} + (D_\mu \phi)^* D_\mu \phi - m^2 \phi^* \phi , \quad S = \int d^4x \, \mathcal{L}(x) ,$$

/1/

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu , \quad D_\mu = \partial_\mu + ie A_\mu = \partial_\mu + \hat{A}_\mu .$$

Соответствующие уравнения движения имеют вид:

$$(D^2_\mu + m^2)\, \phi(x) = 0 , \quad (D^{*2}_\mu + m^2)\, \phi^*(x) = 0 ,$$

/2/

$$\partial_\nu F_{\nu\mu} = J_\mu , \quad J_\mu = ie[\phi^* D_\mu \phi - (D_\mu \phi)^* \phi] .$$

Очевидно, что в силу последнего уравнения величина J_μ и есть сохраняющийся ток. Несмотря на то, что A_μ входит в J_μ, ясно, что J_μ - истинный вектор во всех калибровках [8,9]. Лагранжиан /1/ и уравнения /2/ инвариантны относительно калибровочных преобразований

$$\hat{A}^g_\mu = g(\hat{A}_\mu + \partial_\mu) g^{-1}, \quad g = \exp\{ie\lambda(x)\},$$
$$\phi^g = g\phi, \quad \phi^{*g} = \phi^* g^{-1}. \qquad /3/$$

Построение гамильтониана теории /1/, как правило, основано на различной трактовке компонент A_0 и A_i. Так как в лагранжиане /1/ отсутствует производная по времени от A_0, классическое уравнение Гаусса

$$\frac{\delta S}{\delta A_0} = 0 \implies \Delta A_0 + \partial_i \dot{A}_i - j_0 = 0,$$
$$\dot{A}_i = \frac{\partial}{\partial t} A_i, \quad \Delta = 2e^2|\phi|^2 - \partial_i^2, \quad j_0 = ie[\phi^*\dot{\phi} - \phi\dot{\phi}^*], \qquad /4/$$

используется как уравнение связи, выражающее A_0 в терминах других динамических переменных A_i, ϕ следующим образом:

$$A_0 = \frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_i \dot{A}_i + \frac{1}{\Delta}(j_c - 2e|\phi|^2 \frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_i \dot{A}_i),$$
$$(\frac{1}{\vec{\partial}^2} f(x) = -\frac{1}{4\pi}\int d^3y \frac{f(\vec{y})}{|\vec{x} - \vec{y}|}). \qquad /5/$$

Введем обозначение $A^T_c = A_c - \frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_i \dot{A}_i$, и на решениях /5/ выберем динамические переменные A^T_i, ϕ^T, нелокально зависящие от исходных полей

$$\hat{A}^T_i = v(\hat{A}_i + \partial_i) v^{-1} = (\delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_j) A_j = \delta^T_{ij} A_j, \quad \phi^T = v\phi, \qquad /6/$$

где калибровочный фактор $v(A)$ удовлетворяет уравнению

$$\partial_0 v = v \cdot \frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_i \dot{A}_i, \quad (v(A) = T\exp[\int^t dt' \frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_i \partial_{0'} A_i]) \qquad /7/$$

и имеет следующие трансформационные свойства относительно преобразований /3/

$$v(A^g) = v(A)^g = v(A) g^{-1}, \qquad /8/$$

в силу которых нелокальные переменные /6/ инвариантны относительно преобразований /3/

$$A^T_i(A^g) = A^T_i(A), \quad \phi^T(A^g, \phi^g) = \phi^T(A, \phi). \qquad /9/$$

Это означает, что переменные /6/ содержат только физические степени свободы и не зависят от чисто калибровочных компонент $g(\vec{x}, t)$. Нетрудно увидеть, что требование калибровочной инвариантности эквивалентно условию поперечности

$$\partial_i \dot{A}^T_i = 0, \quad \partial_i A^T_i = 0, \qquad /10/$$

которое не является здесь исходным предположением и меняется при релятивистских преобразованиях.

Выражая лагранжиан /1/ в терминах этих переменных A^T_i, ϕ^T, мы получаем окончательное выражение

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{2} F^2_{0i}(A^T) - \frac{1}{4} F^2_{ij}(A^T) + (D^T_\mu \phi^T)^* D^T_\mu \phi^T - m^2|\phi^T|^2, \qquad /11/$$

где $F_{0i}(A^T)$, A^T_0, j^T_0 и J^T_0 определяются формулами

$$F_{0i}(A) = \dot{A}^T_i - \partial_i A^T_0 = \delta^T_{ij}\dot{A}_j - \partial_i A^T_0, \qquad /12/$$
$$A^T_0 = \frac{1}{\Delta} j^T_0 = -\frac{1}{\vec{\partial}^2} J^T_0, \qquad /13/$$
$$j^T_0 = ie[\phi^{T*}\dot{\phi}^T - \dot{\phi}^{T*}\phi], \qquad /14/$$
$$J^T_0 = ie[\phi^{T*} D^T_0 \phi^T - (D^T_0 \phi^T)^* \phi^T]. \qquad /15/$$

Найденный лагранжиан /9/ зависит только от калибровочно-инвариантных поперечных переменных A^T_i, ϕ^T и совпадает с лагранжианом в кулоновской калибровке.

Из лагранжиана /11/ следуют уравнения

$$\Box A^T_i(x) = \delta^T_{ij} J^T_j, \qquad /16/$$
$$(D^{T2}_\mu + m^2)\phi^T(x) = 0, \quad (D^{*T2}_\mu + m)\phi^{*T}(x) = 0. \qquad /17/$$

Эти уравнения /16, 17/ эквивалентны исходным уравнениям /2/ и составляют основные уравнения в кулоновской калибровке. Они могут быть также получены непосредственно из исходных уравнений /2/, за исключением временной и продольной компонент, которые основаны на явном решении уравнения связи [10].

Далее, используя стандартные правила, построим соответствующие канонические сопряженные импульсы

$$F_{0i}(A^T) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_i^T} = \dot{A}_i^T - \partial_i A_0^T = E_i^T - \partial_i A_0^T ,$$

$$\pi^T = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}^T} = (D_0^T \phi^T)^* = \dot{\phi}^{*T} - ieA_0^T \phi^{*T} , \qquad /18/$$

$$\pi^{*T} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}^{*T}} = D^T \phi^T = \dot{\phi}^T + ieA^T \phi^T .$$

В отличие от спинорной электродинамики, лагранжиан взаимодействия содержит производные полей по времени. Поэтому канонические импульсы /18/ меняются по сравнению с теорией свободных полей. Как было отмечено вначале, это приводит к трудностям в выводе самосогласованных уравнений движения и формулировке представления взаимодействия данной теории.

Физические наблюдаемые /гамильтониан, импульс и т.д./ можно выразить только в терминах калибровочно-инвариантных переменных A_i^T, ϕ^T и ϕ^{*T}, если использовать для их построения калибровочно-инвариантный тензор энергии импульса Белинфанте:

$$T_{\mu\nu} = F_{\mu\lambda} F_{\lambda\nu} + (D_\mu \phi)^* D_\nu \phi + D_\mu \phi (D_\nu \phi)^* - g_{\mu\nu} \mathcal{L}. \qquad /19/$$

Величины H, P_k, M_{0k}, M_{ik} имеют вид

$$H = \int d^3x\, T_{00} = \int d x [\frac{1}{2} F_{0i}^2 + \frac{1}{4} F_{ij}^2 + \pi^T \pi^{*T} + (D_i^T \phi^T)^* D_i^T \phi^T + m^2 |\phi^T|^2],$$

$$P_k = \int d^3x\, T_{0k} = \int d^3x [F_{0i} F_{ki} + \pi^T D_k^T \phi^T + \pi^{*T} (D_k^T \phi^T)^*] , \qquad /20/$$

$$M_{0k} = x_k H - t P_k + \int d^3y (y_k - x_k) T_{00} ,$$

$$M_{ik} = \int d^3x [x_i T_{0k} - x_k T_{0i}]$$ — оператор углового момента.

2. КВАНТОВАНИЕ И ТРАНСФОРМАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ПОЛЕЙ

Прежде чем обобщить классическую теорию на квантовый случай, сделаем одно замечание, относящееся к использованию нормальных произведений в теории поля для исключения псевдофизических величин типа нулевой энергии, нулевого заряда и т.д.

Как было показано в [11,12], запись гамильтониана взаимодействия в виде N-произведения является излишней в спинорной электродинамике и вообще противоречит калибровочной инвариантности в скалярной электродинамике и в теории Янга - Миллса, т.е. в теории, где гамильтониан взаимодействия содержит контактные члены. Поэтому для таких теорий нужно использовать вейлевское квантование. В частности, в скалярной электродинамике достаточно провести симметризацию операторов, не коммутирующих между собой по вейлевскому упорядочению. Именно этому рецепту мы и будем следовать в дальнейшем.

В соответствии с предписанием канонического квантования мы выберем следующие коммутационные соотношения при равных временах $x_0 = y_0 = t$:

$$i[E_i^T(\vec{x},t), A_j^T(\vec{y},t)] = \delta_{ij}^T \delta^3(\vec{x} - \vec{y}),$$

$$i[\pi^T(\vec{x},t), \phi^T(\vec{y},t)] = \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), \qquad /21/$$

$$i[\pi^{*T}(\vec{x},t), \phi^{*T}(\vec{y},t)] = \delta^3(\vec{x} - \vec{y}).$$

Скалярный потенциал A_0^T не является независимым, а определяется через ϕ^T, A_i^T посредством соотношения /13/ и поэтому удовлетворяет коммутационным соотношениям

$$[A_0^T(\vec{x},t), \phi^T(\vec{y},t)] = -\frac{e}{4\pi|\vec{x} - \vec{y}|} \phi^T(y,t), \qquad /22/$$

остальные коммутационные соотношения равняются нулю.

Используя коммутационные соотношения /21, 22/, легко показать, что операторы H, P_k, M_{ik}, M_{0k} удовлетворяют алгебре коммутаторов полной группы Пуанкаре в физическом секторе калибровочных полей.

В такой теории выполняются соотношения Гейзенберга

$$i[P_\mu, A_i^T(x)] = \partial_\mu A_i^T(x),$$

$$i[P_\mu, \phi^T(x)] = \partial_\mu \phi^T(x) \qquad /23/$$

и критерий лоренц-инвариантности Швингера [13]

$$i[T_{00}(x), T_{00}(y)] = [T_{0i}(x) + T_{0i}(y)] \partial_i \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), \qquad /24/$$

что доказывается непосредственным вычислением. Совершая бесконечно малый лоренц-поворот/генерируемый бустом M_{0k}/, можно увидеть, что операторы A_i^T, ϕ^T приобретают дополнительную калибровочную добавку $\partial_i \Lambda$:

$$i\epsilon_k[M_{0k}, A^T_j(x)] = \delta^0_L A^T_j(x) + \partial_j \Lambda(x),$$
$$i\epsilon_k[M_{0k}, \phi^T(x)] = \delta^0_L \phi^T(x) + i\Lambda\phi^T(x), \qquad /25/$$

здесь δ^0_L - обычные преобразования Лоренца, а

$$\Lambda(x) = \frac{\epsilon_k}{\vec{\partial}^2}(\dot{A}^T_k + \partial_k A^T_0),$$
$$A^T_0 = -\frac{1}{\vec{\partial}^2} J^T_0, \quad J^T_0 = ie[\overset{*}{\phi}{}^T \overset{*}{\pi}{}^T - \pi^T \phi^T] \qquad /26/$$

есть дополнительное калибровочное преобразование, которое превращает поле A^T_i в поперечное в новой системе координат $\ell^0_\mu = \ell^0_\mu + \delta^0_L \ell^0_\mu$, $\ell^0_\mu = (1,0,0,0)$; $\partial_\mu A^{T\ell}_\mu = 0$ $(B^\ell_\mu = B_\mu - \ell_\mu(B\ell);\ B_\mu = \partial_\mu, A^T_\mu)$.

Динамическая система квантовых полей ϕ^T, A^T_μ следует за поворотом оси времени и ее калибровка совпадает с кулоновской калибровкой $\partial_i A^T_i = 0$ только в единственной лоренцевой системе отсчета, в которой $\ell^0_\mu x_\mu = t$.

В отличие от обычного канонического квантования [3], гамильтониан, полученный от тензора энергии-импульса Белинфанте, и нелокальные коммутационные соотношения /21, 22/ дают правильные уравнения в гамильтоновой форме

$$\dot{\phi}^T(x) = i[H, \phi^T(x)] = \pi^{*T}(x) - ieA^T_0(x)\phi^T(x),$$
$$\dot{\pi}^T(x) = i[H, \pi(x)] = D^{T2}\phi^T(x) - m^2\phi^T(x) - ieA^T_0(x)\pi^{*T}(x), \qquad /27/$$

которые после исключения $\pi^{*T}(x)$ совпадают с уравнениями в лагранжевой форме /17/. Следует добавить, что тензор Белинфанте, как было показано в работах [7, 13], необходим для релятивистской ковариантности гамильтонова квантования.

Таким образом, предлагаемый здесь операторный метод квантования, основанный на явном решении уравнения связи и выборе калибровочно-инвариантных переменных, является последовательным, так как он находится в соответствии с принципами калибровочной и релятивистской инвариантности.

3. ПЕРЕХОД В ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Выше мы получили уравнения для операторов поля /2, 17/ в гейзенберговском представлении. Векторы состояния в этом представлении подчиняются уравнению движения

$$\frac{\partial\psi^h(t)}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial\psi^h(x)}{\partial\sigma(x)} = 0, \qquad /28/$$

где σ - любая пространственно-подобная поверхность, частным случаем которой является поверхность $t = \mathrm{const}$. Теперь мы перейдем в представление взаимодействия, в котором операторы поля по определению подчиняются свободным уравнениям. Для этого подвергнем гейзенберговские операторы $A^{Th}_i(x)$ и $\phi^{Th}(x)$ преобразованию

$$A^{TB}_i(x) = S(t, t_0) A^{Th}_i(x) S^{-1}(t, t_0),$$
$$\phi^{TB}_i(x) = S(t, t_0)\phi^{Th}(x) S^{-1}(t, t_0), \qquad /29/$$

где теперь оператор $S(t, t_0)$ выберем в форме

$$S(t, t_0) = T\exp\{i\int_{t_0}^{t} d^4x [j^{TB}_i(x) A^{TB}_i(x) - e^2 A^{TB}_i(x)|\phi^{TB}(x)|^2 + \frac{1}{2} J^{TB}_0(x)\frac{1}{\vec{\partial}^2} J^{TB}_0(x)]\}. \qquad /30/$$

Преобразование удобно производить, используя

$$\frac{\partial F^B}{\partial t} = S\frac{\partial F^h}{\partial T}S^{-1} + i[F^B, V(t)],$$
$$\frac{\partial^2 F^B}{\partial t^2} = S\frac{\partial^2 F^h}{\partial t^2}S^{-1} + i[S\frac{\partial F^h}{\partial t}S^{-1}, V(t)] + i\frac{\partial}{\partial t}[F^B, V(t)], \qquad /31/$$

где $F(x)$ - любой оператор и $V(t)$ определяется формулой

$$V(t) = i\frac{\partial S}{\partial t}S^{-1} = -\int d^3x [j^{TB}_i(x) A^{TB}_i(x) - e^2 A^{TB}_i(x)|\phi^{TB}(x)|^2 + \frac{1}{2} J^{TB}_0(x)\frac{1}{\vec{\partial}^2} J^{TB}_0(x)]. \qquad /32/$$

С помощью /30-32/ нетрудно убедиться, что коммутационные соотношения имеют аналогичный вид /21/, отличаясь от последнего только каноническими импульсами, соответствующими заряженным скалярным полям $\pi^{TB}(x) = \dot{\phi}^{*TB}(x)$ и $\overset{*}{\pi}{}^{TB}(x) = \dot{\phi}^{TB}(x)$, а уравнения /16/, /17/ превратятся в

$$\Box A^{TB}_i(x) = 0,$$

$$(\partial_\mu^2 + m^2)\phi^{TB}(x) = 0, \quad (\partial_\mu^2 + m^2)\phi^{*TB}(x) = 0. \qquad /33/$$

Это и есть уравнения движения для операторов в представлении взаимодействия. Уравнение движения для гейзенберговских векторов состояния /28/ с учетом /33/ переходит в

$$\frac{\partial\psi^B(t)}{\partial t} = \int d^3x\,[j_i^{TB}(x)A_i^{TB}(x) - e^2A_i^{TB}(x)\,|\phi^{TB}(x)|^2 + \qquad /34/$$

$$+\frac{1}{2}J_0^{TB}(x)\frac{1}{\vec{\partial}^2}J_0^{TB}(x)]\,\psi^B(t).$$

Как видно из /34/, оператор $S(t,t_0)$ является калибровочно-инвариантной S-матрицей, так как она была построена калибровочно-инвариантным путем.

Наш подход близок подходу Меттьюза в формализме Клейна - Гордона /14/, но отличается от последнего тем, что калибровочная инвариантность S-матрицы не требует переопределения T-произведения.

3. МОДЕЛЬ СПОНТАННОГО НАРУШЕНИЯ СИММЕТРИИ

Теперь мы обобщим предлагаемый метод квантования на модели спонтанного нарушения симметрии, в частности, на абелеву модель Хиггса /15/ с лагранжианом

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + (D_\mu\phi)^*D_\mu\phi - V(|\phi|^2), \qquad /35/$$

где $V(|\phi|^2)$ - некоторая функция, представляющая собой полином от функции поля ϕ /и не содержащая их производных/, потенциал $V(|\phi|^2)$ и, следовательно, лагранжиан /35/ инвариантны относительно локальных преобразований

$$\hat{A}_\mu(x) \to \hat{A}_\mu^g(x) = g(\hat{A}_\mu + \partial_\mu)g^{-1}, \qquad /36/$$

$$\phi(x) \to \phi^g(x) = g\phi(x).$$

Следуя методу, изложенному в первом разделе, мы выбираем калибровочно-инвариантные переменные A^T, ϕ^T

$$\hat{A}_i^T = v(\hat{A}_i + \partial_i)v^{-1}, \quad \phi^T = v\phi, \qquad /37/$$

где $v(A)$ определяется формулой /7/, и переменные /37/ в данном случае являются поперечными физическими и не зависят от чисто калибровочных $g(\vec{x},t)$:

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{2}F_{0i}^2(A^T) - \frac{1}{4}F_{ij}^2(A^T) + (D_\mu^T\phi^T)^*D_\mu^T\phi^T - V(|\phi^T|^2), \qquad /38/$$

$$F_{0i}(A^T) = \dot{A}_i^T - \partial_i A_0^T, \quad A_0^T = -\frac{1}{\vec{\partial}^2}J_0^T, \qquad /39/$$

где J_0^T определяется формулой /15/.

Тензор энергии-импульса Белинфанте для этой системы полей имеет вид

$$T_{\mu\nu} = F_{\mu\lambda}(A^T)F_{\lambda\nu}(A^T) + (D_\mu^T\phi^T)^*D_\nu^T\phi^T + D_\mu^T\phi^T(D_\nu^T\phi^T)^* - g_{\mu\nu}\mathcal{L}. \qquad /40/$$

При описании спонтанного нарушения симметрии удобно перейти к двум вещественным скалярным полям ϕ_a^T, $a = 1,2$

$$\phi^T = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1^T + i\phi_2^T), \quad \phi^{*T} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1^T - i\phi_2^T). \qquad /41/$$

Канонические импульсы, соответствующие ϕ_1^T, ϕ_2^T, в данном случае равны

$$\pi_{\phi_1}^T = \frac{1}{\sqrt{2}}(\dot{\phi}_1^T - eA_0^T\phi_2^T), \qquad /42/$$

$$\pi_{\phi_2}^T = \frac{1}{\sqrt{2}}(\dot{\phi}_2^T + eA_0^T\phi_1^T).$$

Лагранжиан /38/ в терминах вещественных скалярных полей записывается в форме

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{2}F_{0i}^2(A^T) - \frac{1}{4}F_{ij}^T(A^T) - (D_\mu^T\phi_a^T)^2 - V(\phi_a^{T2}), \qquad /43/$$

где $D_\mu^T\phi_a^T$ определяются следующими формулами:

$$D_\mu^T\phi_1^T = \partial_\mu\phi_1^T - eA_\mu^T\phi_2^T, \quad D_\mu^T\phi_2^T = \partial_\mu\phi_2^T + eA_\mu^T\phi_1^T, \qquad /44/$$

$$A_\mu^T = \{A_0^T = -\frac{1}{\vec{\partial}^2}J_0^T, \quad A_i^T = \delta_{ij}^T A_j\},$$

$$J_0^T = e[\pi_{\phi_1}^T\phi_2 - \pi_{\phi_2}^T\phi_1]. \qquad /45/$$

Гамильтониан системы имеет вид

$$\mathcal{H} = T_{00} = \frac{1}{2}[(\dot{A}_i^T)^2 + \frac{1}{2}F_{ij}^2 + \pi_{\phi_1}^{T2} + \pi_{\phi_2}^{T2} + (\partial_i A_0^T)^2 + \qquad /46/$$

$$+(\partial_i\phi_1^T - eA_0^T\phi_2^T)^2 + (\partial_i\phi_2^T + eA_i^T\phi_1^T)^2] + V(\phi_a^{T2}).$$

Найденное выражение для гамильтониана системы полей $\mathcal{H}$ /46/ указывает на то, что функция V может быть отождествлена с плотностью потенциальной энергии, ее называют потенциальной функцией или потенциалом поля.

Если выберем теперь потенциал V в виде

$$V = V(|\phi|^2) = \frac{\mu^2}{2}(\phi^*\phi) - \frac{f^2}{8}(\phi^*\phi)^2 = V(\phi_\alpha^{T2}), \qquad /47/$$

то классическая система, описываемая лагранжианом /35/ с учетом явной формы потенциала /47/, не имеет устойчивого состояния равновесия при $\phi = 0$, $A = 0$, так как эти значения ϕ, A не соответствуют минимуму энергии системы. Устойчивое состояние системы полей соответствует установлению во всем пространстве постоянного поля $|\phi| = 2\mu^2/f^2$), причем векторное поле $A = 0$.

Переход к квантовой теории совершается аналогичным путем, как в случае квантования скалярной электродинамики и с учетом замены комплексных переменных ϕ^*, ϕ на вещественные переменные $\phi_\alpha^* = \phi_\alpha$, $\alpha = 1,2$. Отличие состоит только в неисчезающем среднем значении ϕ_α^{T2} по вакууму

$$\langle 0|(\phi_1^{T2} + \phi_2^{T2})|0\rangle = \frac{2\mu^2}{f^2}. \qquad /48/$$

В данном случае вакуумное состояние, отвечающее минимуму энергии системы полей, бесконечно выражено. Поэтому выбор одного из этих состояний является случайным и произвольным. Например, без потери общности мы можем положить

$$\langle 0|\phi_1^T|0\rangle = \sqrt{2}\frac{\mu}{f} = \frac{M}{e}, \quad \langle 0|\phi_2^T|0\rangle = 0. \qquad /49/$$

Очевидно, что после этого симметрия теории между компонентами ϕ_1^T и ϕ_2^T нарушается.

Квантовому описанию системы соответствует квантование ее колебаний около положения равновесия. Поэтому для правильного квантово-механического описания нам нужно переопределить поля Φ_α, $\alpha = 1,2$ относительно нового вакуума /49/ следующим образом:

$$\Phi_1 = \phi_1^T - \sqrt{2}\frac{\mu}{f}, \quad \Phi_2 = \phi_2^T, \qquad /50/$$

так что

$$\langle 0|\Phi_1|0\rangle = \langle 0|\Phi_2|0\rangle = 0. \qquad /51/$$

После перехода к новым переменным полям /50/ выражения для гамильтониана /46/ принимают вид

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}E_i^{T2} + \frac{1}{4}F_{ij}^2 + \frac{1}{2}M^2 A_i^{T2} + \frac{1}{2}\pi_{\Phi_1}^{T2} + \frac{1}{2}(\partial_i\Phi_1 - eA_i^T\Phi_2) + \frac{\mu^2}{2}\Phi_1^2 +$$
$$+ \frac{1}{2}\pi_{\Phi_2}^T + \frac{1}{2}(\partial_i\Phi_2 + eA_i^T\Phi_1)^2 + eMA_i^{T2}\Phi_1 - \frac{1}{2}A_0^T\partial_i^2 A_0^T + \qquad /52/$$
$$+ \frac{1}{4}f\mu\Phi_1(\Phi_1^2 + \Phi_2^2) + \frac{f^2}{32}(\Phi_1^2 + \Phi_2^2)^2.$$

Здесь был опущен постоянный член μ^4/f^2, и канонические импульсы E_i^T, $\pi_{\Phi_1}^T$, $\pi_{\Phi_2}^T$ даются формулами:

$$E_i^T = \dot{A}_i^T, \quad \pi_{\Phi_1}^T = \frac{1}{\sqrt{2}}(\dot{\Phi}_1 - eA_0^T\Phi_2),$$
$$\pi_{\Phi_2}^T = \frac{1}{\sqrt{2}}(\dot{\Phi}_2 + eA_0^T\Phi_1) + \frac{1}{\sqrt{2}}MA_0^T. \qquad /53/$$

В формулах /52, 53/ A_0^T не является независимой переменной, и она выражается в терминах других переменных, характеризующих системы полей

$$A_0^T = \frac{M\pi_{\Phi_2}^T}{\vec{\partial}^2} - \frac{1}{\vec{\partial}^2}\tilde{J}_0^T,$$
$$\tilde{J}_0^T = e[\pi_{\Phi_1}^T\Phi_2 - \pi_{\Phi_2}^T\Phi_1]. \qquad /54/$$

Введем новые переменные $E_3 = \sqrt{1 - \frac{M^2}{\vec{\partial}^2}}\,\pi_{\Phi_2}^T$, $A_3 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M^2}{\vec{\partial}^2}}}\Phi_2$, перепишем гамильтониан /52/ в следующем виде:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}E_i^{T2} + \frac{1}{2}(\partial_i A_j^T)^2 + \frac{M^2}{2}A_i^{T2} + \frac{1}{2}E_3^2 + \frac{1}{2}(\partial_i A_3)^2 + \frac{M^2}{2}A_3^2 +$$
$$+ \frac{1}{2}\pi_{\Phi_1}^{T2} + \frac{1}{2}\left[\partial_i\Phi_1 - eA_i^T\sqrt{\frac{\vec{\partial}^2 - M^2}{\vec{\partial}^2}}A_3\right]^2 + \frac{\mu^2}{2}\Phi_1^2 + e^2M^2A_i^{T2}\Phi_1 +$$
$$+ \frac{1}{2}e^2A_i^{T2}\Phi_1^2 + \frac{1}{4}f\mu\Phi_1\left[\Phi_1^2 + \left(\sqrt{\frac{\vec{\partial}^2 - M^2}{\vec{\partial}^2}}A_3\right)^2\right] +$$

$$+\frac{f^2}{32}[\Phi_1^2+(\sqrt{\frac{\vec{\partial}^2-M^2}{\vec{\partial}^2}}A_3)^2]^2-\frac{1}{2}\tilde{J}_0^T\frac{1}{\vec{\partial}}\tilde{J}_0^T+ \qquad /55/$$

$$+\sqrt{\frac{\vec{\partial}^2}{\vec{\partial}^2-M^2}}E_3\frac{M}{\vec{\partial}^2}\tilde{J}_0^T,$$

$$\tilde{J}_0^T=e[\pi^T_{\Phi_1}(\sqrt{\frac{\vec{\partial}^2-M^2}{\vec{\partial}^2}}A_3)-(\sqrt{\frac{\vec{\partial}^2}{\vec{\partial}^2-M^2}}E_3)\Phi_1]. \qquad /56/$$

После спонтанного нарушения симметрии гамильтониан описывает действительное скалярное поле Φ_1 с массой μ и массовное векторное поле с массой $M=\sqrt{2}e\mu/f$; все нелинейные взаимодействия этих полей $(\Phi_1^3, \Phi_1 A_i^{T2}, \Phi_2^2 A_i^{T2})$ перенормируемы. Мы видим, что в результате спонтанного нарушения симметрии произошло перераспределение полей: одно из двух реальных полей Φ_2, образующих комплексное скалярное поле, превратилось в продольную компоненту векторной частицы, которая, в свою очередь, из двухкомпонентного фотона Максвелла превратилась в массивный трехкомпонентный бозон.

В этом формализме состояния векторных частиц со спиральностью ± 1 описываются полями A_i^T со свободной функцией Грина в импульсном пространстве

$$D^T_{ij}(q) = \frac{1}{q^2-M^2}(\delta_{ij}-q_i\frac{1}{\vec{q}^2}q_j). \qquad /57/$$

Состояние векторной частицы с нулевой спиральностью /продольная компонента/ описывается полем $\phi_2=\Phi_2$ /или A_3/, которое имеет функцию Грина

$$D_3(q) = \frac{1}{q^2-M^2}(1+\frac{M^2}{\vec{q}^2}). \qquad /58/$$

Наконец, скалярная частица с массой μ описывается полем Φ_1, которое имеет функции Грина

$$D_s(q) = \frac{1}{q^2-\mu^2}. \qquad /59/$$

Из выписанных функций Грина видно, что степень расходимости фейнмановских диаграмм не увеличивается с ростом порядков теории возмущений.

Таким образом, при спонтанном нарушении локальной симметрии голдстоуновский бозон не возникает; как видно из рассуждений выше, он превращается в продольную компоненту векторной частицы. При этом калибровочное векторное поле приобретает массу.

Что касается теоремы Голдстоуна в модели Хиггса в кулоновской калибровке, то в литературе /16/ имеется мнение о том, что причиной нарушения теоремы Голдстоуна является отсутствие явной лоренц-ковариантности теории в кулоновской калибровке. Мы показали здесь, что минимальная схема квантования, при использовании нелокальных калибровочных инвариантных переменных и нелокальных коммутационных соотношений является ковариантной. В нашем подходе, основанном на явном решении уравнения связи и нелокальных переменных, ясна физическая причина нарушения теоремы Голдстоуна. Этой физической причиной является нелокальность коммутационных соотношений, которая нарушает одно из условий теоремы Голдстоуна /17/.

В заключение автор хотел бы поблагодарить Б.М.Барбашова, Г.В.Ефимова, В.В.Нестеренко, В.Н.Первушина за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Glashow S.M. - Nucl.Phys., 1961, 22, p.579; Weinberg S. Phys.Rev.Lett., 1967; 19, p.1264.
2. Salam A., Proc. 8 th Nodel Symp. Ed. N. Svartholm Stockholm. 1968, p.367.
3. Wentzel G. Quantum Theory of field, New York Interscience Publishers Inc. 1949.
4. Bjorken J.D., Drell S.D. Relativistic Quantum Fields - New York Mc Gram - Hill 1964-1965.
5. Itzykson C., Zuber J.B. Quantum field theory Mc Graw - Hill, 1978.
6. Nguyen Suan Han, Pervushin V. On Operator of Functional Integral in Non-Abelian Gauge Theory. Preprint JINR P2-86-645, Dubna, 1986. Modern Physics Letters A, v.2, No.6, 1987.
7. Илиева Н.П., Нгуен Суан Хан, Первушин В.Н. - Ядерная физика, 1987, 45, с.1169.
8. Brown L.S. - Phys.Rev., 1966, 150, p.1338.
9. Zumino B.J. - Math.Phys., 1960, 1, p.1.
10. Полубаринов И.В. Препринт ОИЯИ Р2-2421, Дубна, 1965.
11. Хриплович И.Б. - Ядерная физика, 1969, 10, с.409.
12. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля ИИЛ, 1963.

13. Schwinger J. - Phys.Rev., 1962, 127, p.324.
14. Rohrlich F. - Phys.Rev., 1950, 80, p.666.
15. Higgs P. - Phys.Lett., 1964, 12, p.132.
Phys.Rev., 1966, 145, p.1156.
Gurlnik G., Hagen C.R., Kibble T.W.B. - Phys.Lett., 1964, 13, p.585.
Kibble T.W.B. - Phys.Rev., 1967, 155, p.1554.
16. Bernstein J. - Rev.Mod.Phys., 1974, 46, No.1, p.7.
17. Kaster D., Robinson D.W., Swieca A. - Comm.Math., 1966, 2, p.108.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 июля 1987 года.

Нгуен Суан Хан P2-87-520
Релятивистское операторное квантование
скалярной электродинамики

При квантовании скалярной электродинамики давно существуют следующие вопросы: 1. Вывод самосогласованных уравнений движения для квантовой теории. 2. Последовательная формулировка представления для операторного квантования. В данной работе предлагается решение этих проблем в рамках калибровочно-инвариантной и релятивистской ковариантности схемы канонического квантования, основанной на явном решении уравнений связи. В качестве приложения рассматривается теория со спонтанным нарушением симметрии.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Nguyen Suan Han P2-87-520
Relativistic Operator Quantization
of the Scalar Electrodynamics

There are two well-known problems in quantization of the scalar electrodynamics: 1. Derivation of the self-consistent equations of motion for quantum theory; 2. Consistent formulation of the interaction representation for the operator quantization. In this work we propose the solution to these problems in the framework of a gauge-invariant, Lorentz covariant scheme of canonical quantization based on the explicit solution of constraint equations. As an application, the theory with spontaneously broken symmetry is considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987