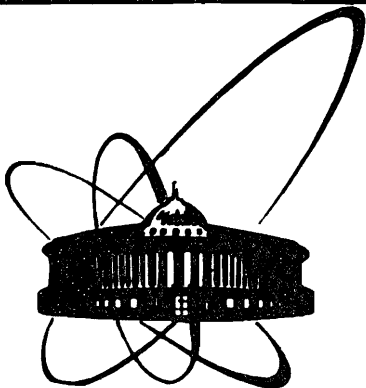


87-451



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P2-87-451

Л.С.Давтян\*, Г.С.Погосян\*, А.Н.Сисакян,  
В.М.Тер-Антонян\*

**МЕХАНИЗМ**

**ДВУКРАТНОГО ЛАУДОНОВСКОГО ВЫРОЖДЕНИЯ**

Направлено в "Journal of Physics A:  
Letters to the Editor"

---

\* Ереванский государственный университет

**1987**

Почти тридцать лет назад Лаудон<sup>/1/</sup> на примере потенциала  $V(x) = -\alpha/|x|$  было опровергнуто встречающееся до сих пор в учебниках квантовой механики<sup>/2/</sup> утверждение о невырожденности дискретного энергетического спектра одномерных квантовых систем. Открытый Лаудон<sup>ом</sup> эффект недавно нашел математическое объяснение в рамках разработанной в<sup>/3/</sup> теории скрытой симметрии одномерного атома водорода. В настоящей заметке предложено физически более естественное объяснение этому удивительному и красивому результату.

Суть нашего наблюдения сводится к использованию замены переменной

$$|x| = u^2, \quad (1)$$

которая приводит уравнение Шредингера для одномерного атома водорода к виду

$$\frac{d^2\psi}{du^2} - \frac{1}{u} \frac{d\psi}{du} + 8(1 + Eu^2)\psi = 0. \quad (2)$$

Здесь приняты атомные единицы ( $\mu = e = \hbar = 1$ ).

Для более высоких размерностей аналогии преобразования (1) довольно сложны и образуют класс так называемых небиективных квадратичных преобразований<sup>/4/</sup>, интенсивно используемых в последние годы во многих задачах физики водородоподобных систем<sup>/5-8/</sup>.

Отметим, что уравнение (2) отличается от уравнения Шредингера для одномерного гармонического осциллятора присутствием члена с первой производной. В случае более высоких размерностей пространства такого члена не возникает и водородная задача переходит в чисто осцилляторную. В этом отношении наличие в уравнении (2) первой производной — это специфика одномерия.

Следующий шаг в нашей схеме заключается в использовании подстановки

$$\psi = \sqrt{u} \cdot \varphi,$$

позволяющей ликвидировать в уравнении (2) член с первой производной.

Таким образом, преобразование (1) связывает одномерные задачи с потенциалами

$$V(x) = -1/|x|,$$

$$\tilde{V}(u) = \left( au - \frac{b}{u} \right)^2, \quad a = 2\sqrt{-E'}, \quad b = \sqrt{3}/2\sqrt{2}.$$

При  $E < 0$  сказанное иллюстрируется рисунком.

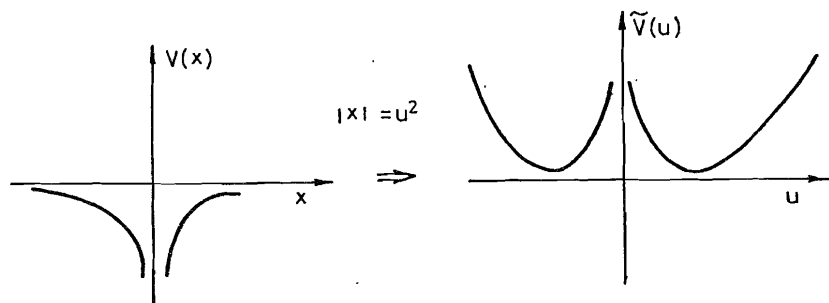


Иллюстрация к механизму двукратного лаудоновского выражения.

Мы видим, что ликвидация в (2) члена с первой производной порождает добавочное к осциллятору взаимодействие, имеющее сингулярный характер в начале координат. Это взаимодействие создает между двумя симметрично расположенными ямами непроницаемый барьер и тем самым выступает в качестве физической причины возникновения лаудоновских двукратно вырожденных уровней энергии.

Мы благодарим С.И.Виницкого, Л.И.Пономарева, Л.Г.Мардояна и И.В.Луценко за полезные обсуждения

#### Литература

1. London R., Am. J. Phys., 27, 649-55, 1959.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. "Наука", М., 1974.
3. Davtyan L.S., Pogosyan G.S., Sissakian A.N., Ter-Antonyan V.M. J. Phys., A 20, 1987.
4. Жевлаков К.Л., Слинъко А.М., Шестаков И.П., Ширшов А.И. Кольца, близкие к ассоциативным, "Наука", М., 1978.
5. Kibler M., Negadi T., Croatica Chemica Acta, ССАСАА 57(6), 1509, 1984.

6. Давтян Л.С., Мардоян Л.Г., Погосян Г.С., Сисакян А.Н., Тер-Антонян В.М. Препринт ОИЯИ, P2-86-393, Дубна, 1986.
7. Kibler M., Ronveaux A., Negadi T. J. Math. Phys. 27(6), 1986.
8. Давтян Л.С., Мардоян Л.Г., Погосян Г.С., Сисакян А.Н., Тер-Антонян В.М. Препринт ОИЯИ, P2-87-211, Дубна, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 июня 1987 года.

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Давтян Л.С. и др.  
Механизм двукратного лаудоновского вырождения

P2-87-451

Открытый Лаудоном эффект недавно нашел математическое объяснение в рамках теории скрытой симметрии одномерного атома водорода. В настоящей заметке предложено физически более естественное объяснение этому удивительному результату.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Davtyan L.S. et al.  
Mechanism of the Laudon Double Degeneration

P2-87-451

The Laudon effect of double degeneration has been mathematically explained within the framework of theory of hidden symmetry of a one-dimensional hydrogen atom. In this note a more natural physical explanation of this surprising phenomenon is proposed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987