объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-87-448

М.Д.Вардиашвили*, В.А.Матвеев, Л.А.Слепченко*

ЗАДАЧА КУЛОНА
В СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Направлено в журнал
"Теоретическая и математическая физика"

* Институт физики высоких энергий ТГУ, Тбилиси

1987

I. Введение

В работе Виттена [I] была предложена модель суперсимметричной квантовой механики (ССКМ), описывающая движение частицы со спином I/2 в одномерном пространстве. Обобщения на многомерный случай проводились в различных работах [2-5]. В настоящей работе предложен один из вариантов ССКМ для $d = 2$ (d -число пространственных степеней свободы).

Известно, что динамическая симметрия контролирует спектры точно решаемых задач квантовой механики (атом водорода, гармонический осциллятор [6,7]).

Динамической симметрией для d-мерной кулоновской задачи является конформная группа $SO(d+1,2)$, для гармонического осциллятора - симплектическая группа $Sp(2d)$, содержащая для $d = 4$ подалгебру $so(4,2)$. Группа $SO(4,2)$ содержит в качестве подгрупп $SO(4)$ и $SO(2,1)$, а группа $Sp(8)$ содержит прямое произведение $Sp(2)\otimes SO(4)$. Т.к. алгебры $so(2,1)$ и $sp(2)$ изоморфны друг другу, две квантово-механические системы осциллятор/Кулон имеют в основе общую симметрию. Заметим также, что потенциал $1/r^2$ конформно-инвариантной квантовой механики обладает алгеброй, генерирующей спектр $so(2,1)$, т.е. симметрией бесспиновой частицы в присутствии магнитного монополя [8]. Кроме того, $SO(4,2)$ является группой динамической симметрии системы с электрическим и магнитным зарядами (диона) [9].

Особый интерес представляет рассмотрение динамической суперсимметрии известных квантово-механических систем с потенциалами Кулона и гармонического осциллятора. Суперсимметрия объединяет кулоновскую задачу диона, обобщенный гармонический осциллятор с потенциалом $1/r^2$ в семейство ортосимплектических супералгебр $osp(I/I)$, $osp(I/2)$, $osp(2/2)$ [5,I0-II] .

В настоящей работе рассмотрена двумерная задача Кулона в ССКМ и показано, что алгеброй суперсимметрии радиального уравнения Шредингера для частицы со спином I/2 является $O(2) \otimes pl(I/I)$, а реализацией супералгебры, генерирующей спектр задачи осциллятор/Кулон - $O(2) \otimes osp(2/2)$.

В следующем разделе в рамках суперполевого формализма получены гамильтонианы ССКМ в $d=I$ и $d=2$. Для двумерного случая перечислены задачи Кулона и осциллятора. В третьей части работы найдена алгебра суперсимметрии квантово-механической кулоновской задачи и продемонстрирована суперконформная инвариантность задачи с потенциалами осциллятор/Кулон.

2. Суперсимметричная квантовая механика

Рассмотрим суперпространство с переменными $\{x, \theta, \theta^*\}$, где x - пространственно-временная координата, θ - антикоммутирующий спинор $\{\theta^*, \theta\}=\{\theta, \theta\}=\{\theta^*, \theta^*\}=0$, $[\theta, t]=0$.
Преобразования суперсимметрии определяются следующим образом:

$$(I) \qquad \begin{aligned} t' &= t - i(\theta^*\varepsilon - \varepsilon^*\theta), \\ \theta' &= \theta + \varepsilon, \\ \theta^{*\prime} &= \theta^* + \varepsilon^*, \end{aligned}$$

ε - численный грассманов параметр.

Определим скалярное суперполе как разложение по θ и θ^*:

$$\phi(t) = x(t) + i\theta\psi(t) - i\psi^*(t)\theta^* + \theta^*\theta F(t).$$

Здесь ψ - генератор алгебры Грассмана, представляющий спиновые степени свободы. Преобразования суперсимметрии компонент скалярного поля:

$$(2) \qquad \begin{aligned} \delta x &= -i(\varepsilon^*\psi^* - \psi\varepsilon), \\ \delta\psi &= \varepsilon^*\dot{x} - i\varepsilon^* F, \\ \delta\psi^* &= \varepsilon\dot{x} + i\varepsilon F, \\ \delta F &= \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon\psi + \psi^*\varepsilon^*). \end{aligned}$$

Наиболее общий вид инвариантного действия, после грассмановых интегрирований и исключения компонент вспомогательного поля ($F = -\frac{\partial}{\partial x}W$):

$$(3) \qquad S = \frac{1}{2}\int dt\left(\dot{x}^2 + i[\psi^*\dot{\psi} - \dot{\psi}^*\psi] - W'^2 + \frac{1}{2}W''[\psi^*, \psi]\right).$$

Преобразованиям суперсимметрии (I), (2) отвечают следующие сохраняющиеся нетеровские заряды:

$$(4) \qquad Q = -2\frac{\delta L}{\delta\dot{\varepsilon}} = \psi(-i\dot{x} + W'),$$

$$Q^+ = -2\frac{\delta L}{\delta\dot{\varepsilon}^*} = \psi^*(i\dot{x} + W'),$$

которые после квантования $\dot{x} \to p$, $[x, p] = i$, $\{\psi^*, \psi\} = 1$ принимают вид

$$(5) \qquad \begin{aligned} Q &= (ip + W')\psi, \\ Q^+ &= (-ip + W')\psi^+, \end{aligned}$$

и, таким образом, гамильтониан ССКМ для $d=I$ определится следующим образом:

$$(6) \qquad H_{wit} = \frac{1}{2}\{Q^+, Q\} = \frac{1}{2}\left(p^2 + W'^2 - \sigma_3 W''\right), \qquad \sigma_3 = [\psi^+, \psi].$$

Остановимся подробнее на двумерной ($d=2$) ССКМ. Нам будет удобнее пользоваться комплексными переменными

(7) $$x+iy=\sqrt{2}q\,,\quad x-iy=\sqrt{2}q^+\,,\quad p_x+ip_y=\sqrt{2}p\,,\quad p_x-ip_y=\sqrt{2}p^+,$$

причем $[q,p^+]=[q^+,p]=i$, $\ell=i(qp^+-q^+p)$,

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=2qq^+\,,\quad W'=\partial_r W\,.$$

Генераторы суперзаряда примут вид

(8) $$Q^-=(ip+\frac{q}{r}W')\psi^-,$$
$$Q^+=(-ip^++\frac{q^+}{r}W')\psi^+,$$

они приводят к следующему виду для двумерного гамильтониана:

(9) $$H=H^x_{WIT}+H^y_{WIT}-(\ell+\frac{\sigma_3}{2})\frac{W'}{r}=$$
$$=\frac{1}{2}\left[\vec{p}^{\,2}+W'^2-(W''+\frac{W'}{r})\sigma_3-\frac{2\ell W'}{r}\right].$$

Рассмотрим сейчас некоторые реализации ССКМ (6), (9) в зависимости от конкретного выбора суперпотенциала W' , определяющего вид взаимодействия.

А. Обобщенная кулоновская задача [4,12]

Выбор соответствующего суперпотенциала обусловлен методом факторизации Шредингера для кулоновского взаимодействия [13,14]:

(10) $$W=\frac{\alpha}{k}r-k\ln r,$$

$\alpha=e^2$ -постоянная тонкой структуры.

Построенное с помощью (10) радиальное уравнение Шредингера принимает вид

(11) $$\frac{1}{2}\left(p^2+\frac{k^2-k\sigma_3}{r^2}-\frac{2\alpha}{r}+\frac{\alpha^2}{k^2}\right)\psi=E\psi.$$

В бозонном секторе $\sigma_3\psi=\psi$

(12) $$H_+\psi=\frac{1}{2}(p^2+\frac{\ell^2-1/4}{r^2}-\frac{2\alpha}{r})\psi\,,\qquad H_+\psi=\mathcal{E}^+\psi,$$

где собственные значения определяются из уравнения

$$\mathcal{E}^+_m=\frac{\alpha^2}{2}\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right),\quad n=\ell+\frac{1}{2}+m\,,\quad m=0,1,2,\ldots$$

и, в соответствии с требованием суперсимметрии, дают равную нулю энергию основного состояния системы $\mathcal{E}^+_0=0$.

Для полного (углового) уравнения Шредингера имеем

(13) $$H\psi=\frac{1}{2}\left(\vec{p}^{\,2}-\frac{2\bar{\alpha}}{r}+\frac{\epsilon}{r^2}\right)\psi\,,$$
$$\bar{\alpha}=\alpha\left(1+\frac{\ell+\frac{1}{2}\sigma_3}{k}\right),\quad \epsilon=k^2+2\ell k,$$

уравнение (13) приобретает уравнения Шредингера с кулоновским взаимодействием и модифицированным потенциалом $-\frac{a}{r}+\frac{b}{r^2}$, причем свойство $\mathcal{E}^+_0=0$ сохраняется и

$$\mathcal{E}^+_m=\frac{\alpha^2}{2}\left(\frac{1}{k^2}-\frac{2^2}{(m+\frac{1}{2}+\sqrt{\ell^2+\epsilon})^2}\right),\qquad m=0,1,2,\ldots$$

Б. Кулоновский суперпотенциал

(14) $$W=\frac{\alpha}{k}r\,.$$

Постоянные α и k те же, что и в (10).

Уравнение Шредингера в данном случае принимает вид

(15) $$\frac{1}{2}\left(p^2+\frac{\ell^2-1/4}{r^2}-\frac{2\bar{\alpha}}{r}\right)\psi=\mathcal{E}\psi,$$

где $\bar{\alpha}=\frac{\alpha}{k}\left(\ell+\frac{1}{2}\sigma_3\right)$

и в бозонном секторе $\sigma_3\psi=\psi$ уравнение (15) совпадает с обычным уравнением Шредингера (I2) кулоновской задачи $\bar{\alpha} \Rightarrow \alpha$.

В. Суперконформная квантовая механика [5,II]

$$W = -k\ln r. \tag{I6}$$

Гамильтониан (компактный операторв R) ССКМ строится из двух операторов Н,К:

$$\begin{aligned} &H=\frac{1}{2}\{Q^+,Q^-\}, \qquad K=\frac{1}{2}\{S^+,S^-\},\\ &H=\frac{1}{2}\left(p^2+\frac{k^2-k\sigma_3}{x^2}\right), \quad K=\frac{1}{2}x^2,\\ &R=aH+\frac{1}{a}K, \qquad [a]=L, \end{aligned} \tag{I7}$$

и соответствующее уравнение Шредингера принимает вид

$$Ru(x)=4u(x), \qquad \frac{1}{a}=\sqrt{-8E},$$

$$\left[\frac{d^2}{dx^2}-\frac{k^2-k\sigma_3}{x^2}+8(Ex^2+1)\right]u(x)=0. \tag{I8}$$

Отметим, что уравнение (I8) принимает в бозонном секторе вид уравнения Шредингера для обобщенного радиального гармонического осциллятора.

3. Динамическая симметрия задачи осциллятор/Кулон

Рассматривая проблему вырождения уровней системы осциллятор/Кулон в двумерной квантовой механике, Яух и Хилл [I5] пришли к выводу о том, что единая симметрия $SU(2)$ ($SU(1,1)$ для связанных состояний) управляет спектрами обеих задач.

В ССКМ кулоновская задача определяется следующими генераторами:

$$\begin{aligned} &Q^-=\left(ip+\frac{\alpha q}{kr}\right)\psi^-=L^-\psi^-, \qquad W'=\alpha/k,\\ &Q^+=\left(-ip^++\frac{\alpha q^+}{kr}\right)\psi^+=L^+\psi^+, \end{aligned} \tag{I9}$$

образующими $N=2$ супералгебру $sqm(2)$.

$$\begin{aligned} &\{Q^+,Q^-\}=H, \qquad \{Q^+,Q^+\}=\{Q^-,Q^-\}=0,\\ &[H,Q^+]=[H,Q^-]=0. \end{aligned} \tag{20}$$

Инвариантность задачи относительно двумерных вращений приводит к

$$[H,\ell]=0, \quad [Q^+,\ell]=Q^+, \quad [Q^-,\ell]=Q^- \quad \text{и}$$

к супералгебре $O(2)\otimes p\ell(I/I)$, где $p\ell(I/I)$ есть общая линейная супералгебра в классификации [I6].

Расширим $sqm(2)$ введением двух спинорных генераторов $S^\pm$ и трех четных генераторов D, K, Y:

$$\begin{aligned} &S^-=iq\psi^-, \qquad S^+=-iq^+\psi^+, \qquad K=\{S^+,S^-\}=\frac{r^2}{2},\\ &\{S^-,S^-\}=\{S^+,S^+\}=0, \qquad [K,S^+]=[K,S^-]=0,\\ &Y=\frac{1}{2}(\ell+\sigma_3-rW')=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\ell-rW'+1 & 0\\ 0 & \ell-rW'-1\end{pmatrix},\\ &D=\frac{1}{2}(qp^++q^+p-i). \end{aligned} \tag{2I}$$

Отметим, что бозонные заряды H, K, D, Y – блок-диагональны и, следовательно, преобразуют друг в друга состояния одинакового спина. С другой стороны, суперзаряды $Q^\pm$, $S^\pm$ являются антидиагональными операторами и преобразуют состояния со спином 0 в состояния со спином I/2 и наоборот.

Выпишем коммутационные (антикоммутационные) соотношения генераторов (20), (2I):

$$(22)\qquad \{Q^-,S^+\}+\{Q^+,S^-\}=2D,$$

$$\{Q^-,S^+\}-\{Q^+,S^-\}=2iY,$$

$$[Y,S^\pm]=\pm\frac{1}{2}S^\pm,\quad [Y,Q^\pm]=\pm\frac{1}{2}Q^\pm,$$

$$[K,Q^\pm]=iS^\pm,\quad [S^\pm,D]=\frac{i}{2}S^\pm,\quad [D,Q^\pm]=\frac{i}{2}Q^\pm,$$

$$[K,H]=2iD,\quad [K,D]=iK.$$

Рассмотрим коммутаторы Гамильтониана с генератором дилатации D и введенным спинорным генератором $S^\pm$:

$$(23)\qquad [D,H]=iH+iH_0,\qquad H_0=\frac{1}{2}\left(\vec{p}^{\,2}-\frac{\alpha^2}{K^2}\right),$$

$$[S^\pm,H]=iQ_0^\pm,\qquad Q_0^+=-ip^+\psi^+,\quad Q_0^-=ip\psi^-,$$

$$[q,H]=L^-,\qquad [q^+,H]=L^+,\quad Q^\pm=L^\pm\psi^\pm.$$

Коммутаторы (23) являются аномальными в том смысле, что выводят нас из подалгебры $so(2,1)$, образованной зарядами H, K, D, и 8-мерной супералгебры с образующими $H, K, D; Y, Q^\pm, S^\pm$. Заметим также, что операторы H_0 и $Q_0^\pm$ представляют свободный гамильтониан и суперзаряд соответственно. Коммутационные соотношения последней отрочки (23) означают явное нарушение суперсимметрии.

Перейдем сейчас к задаче суперконформной квантовой механики [5, II] и свяжем с ней взаимодействие осциллятор/Кулон. Рассмотрим следующие суперзаряды:

$$(24)\qquad Q^-=\left(ip-\frac{K}{x}\right)\psi^-,\qquad Q^+=-\left(ip+\frac{K}{x}\right)\psi^+,$$

$$S^-=ix\psi^-,\qquad S^+=-ix\psi^+.$$

Соответствующие антикоммутаторы имеют вид (I7), и уравнение Шредингера задачи осциллятор/Кулон запишется в виде (I8).

Рассмотрим связь задач с потенциалами гармонического осциллятора и Кулона. В бозонном секторе $\sigma_3 u=u$ имеем: $K^2-K=4\ell^2-1/4$, $K=2\ell+1/2$. Тогда уравнение (I8) в бозонном секторе предоставляет уравнение Шредингера для радиального двумерного гармонического осциллятора:

$$(25)\qquad \left[\frac{d^2}{dx^2}-\frac{4\ell^2-1/4}{x^2}+8(Ex^2+1)\right]u=0,$$

соответствующие собственные функции и собственные значения 2-осциллятора имеют следующий вид:

$$U_{N,|\ell|}=\sqrt{\frac{2(N-|\ell|)!}{\Gamma(N+1)^3}}\;x^{|\ell|}\,e^{-\frac{x^2}{2}}\,L_N^{|\ell|}(x^2),$$

$$(26)\qquad E-1-|\ell|=2N,$$

где $L_N^{|\ell|}(x^2)$ – обобщенные полиномы Лаггера [I7].

Следующая замена переменных:

$$x^2=r,\quad u(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}R(r),$$

переводит уравнение осциллятора в кулоновское.

Действительно,

$$\frac{dR}{dr}=\frac{u(x)}{4x^{3/2}}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\frac{du}{dx},$$

$$\frac{d^2u}{dx^2}=4x^{3/2}\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{3}{4x^{5/2}}R,$$

и,т.о., мы получаем уравнение Шредингера двумерной кулоновской задачи (I2):

$$(27)\qquad \left(\frac{d^2}{dr^2}-\frac{\ell^2-1/4}{r^2}+\frac{2}{r}+2E\right)R(r)=0,$$

со спектром $m+\ell+\frac{1}{2}=\frac{1}{\sqrt{-2E}}$, $m=0,1,2,\dots$

Заметим, что соответствующие значения параметра k в обоих случаях: $k_{осц.}=2\ell+\frac{1}{2}$, $k_{кул.}=\ell+\frac{1}{2}$; соответствующие (27) собственные функции имеют вид

(28) $$R_{n|\ell|}(r)=\sqrt{\frac{2(n-2|\ell|)!}{(n-|\ell|+\frac{1}{2})^3\Gamma(n+1)^3}}\;\rho^{|\ell|}e^{-\rho/2}L_n^{2|\ell|}(\rho),$$

где $\rho=\sqrt{-8E}\,r$, $\frac{1}{\sqrt{-2E}}=n+\ell+\frac{1}{2}$.

Сохраняющиеся четные заряды (I7) H, K, D, Y:

$$D=\frac{1}{4}(xp+px),\quad Y=\frac{1}{2}\left(K+\frac{\sigma_3}{2}\right)=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}K+1/2 & 0\\ 0 & K-1/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\ell+1/2 & 0\\ 0 & \ell\end{pmatrix},$$

и спинорные генераторы $Q^{\pm}, S^{\pm}$ (24) удовлетворяют следующей супералгебре [2,I6]:

(29) $$\{Q^+,Q^-\}=2H,\quad \{S^+,S^-\}=2K,$$
$$\{Q^+,Q^+\}=\{Q^-,Q^-\}=0,\quad \{S^+,S^+\}=\{S^-,S^-\}=0,$$
$$[H,Q^+]=[H,Q^-]=0,\quad [K,S^+]=[K,S^-]=0,$$
$$\{Q^+,S^-\}=2D+2iY,\quad \{Q^-,S^+\}=2D-2iY,$$

с подалгеброй, генерирующей спектр so (2,I):

$$[D,H]=iH,\quad [H,K]=-2iD,\quad [K,D]=iK$$

(30) и

$$[Y,H]=[Y,D]=[Y,K]=0,$$
$$[S^{\pm},H]=iQ^{\pm},\quad [K,Q^{\pm}]=iS^{\pm},$$

$$[D,Q^{\pm}]=\frac{i}{2}Q^{\pm},\quad [S^{\pm},D]=\frac{i}{2}S^{\pm},$$
$$[Y,Q^{\pm}]=\pm\frac{1}{2}Q^{\pm},\quad [Y,S^{\pm}]=\pm\frac{1}{2}S^{\pm}.$$

Таким образом, коммутационные (антикоммутационные) соотношения (29), (30) образуют конформную ортосимплектическую супералгебру $osp(2/2)\sim su(1,1/1)$.

Инвариантность системы относительно плоских (p,W') вращений

(3I) $$[H,\ell]=0,\quad [K,\ell]=[D,\ell]=[Y,\ell]=0,$$
$$[\ell,Q^{\pm}]=\mp Q^{\pm},\quad [\ell,S^{\pm}]=\mp S^{\pm}$$

дает окончательно супералгебру инвариантности

$$O(2)\otimes osp(2/2)\subset O(2)\otimes so(2,1)\otimes U(1)$$

с операторами Казимира, определяющими эту цепочку:

$$C=\frac{1}{2}\{H,K\}-D^2=\frac{1}{4}(K^2-K\sigma_3)=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}K^2-K & 0\\ 0 & K^2+K\end{pmatrix}.$$

Поскольку $osp(2/2)$ является супералгеброй второго ранга, она имеет два оператора Казимира: квадратичный

$$C_2=C-Y^2+\frac{1}{4}\left([Q^+,S^-]+[Q^-,S^+]\right)=\frac{3}{16}$$

и кубичный

$$C_3=Y\left\{C_2+\frac{1}{8}[Q^+,S^-]+\frac{1}{8}[Q^-,S^+]-\frac{5}{16}\right\}-\frac{1}{8}[Q^-,S^+]D+\frac{1}{8}[Q^+,S^-]D-$$
$$-\frac{1}{8}[Q^+,Q^-]K-\frac{1}{8}[S^+,S^-]H=\frac{3}{16}K,\quad K=2\ell+\frac{1}{2}.$$

При этом мы воспользовались следующими коммутаторами:

$$[Q^+, S^-] + [Q^-, S^+] = -4i Y \sigma_3 ,$$
$$[Q^+, S^-] - [Q^-, S^+] = 4 D \sigma_3 ,$$
$$[Q^+, Q^-] = H \sigma_3 \quad , \quad [S^+, S^-] = K \sigma_3 .$$

4. Заключение

Таким образом, в рамках ССКМ показано существование динамической $N = 2$ суперсимметрии **квантово-механической системы** с потенциалами осциллятор/Кулон. При фиксированном орбитальном моменте вся динамика содержится в неприводимом представлении osp (2/2). Открытым вопросом остается величина значений орбитального момента ℓ , которая не определяется алгеброй osp (2/2) и будет рассмотрена отдельно.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность А.Н. Тавхелидзе за интерес к работе и поддержку, Ш.И. Вашакидзе, Е.А. Иванову, Р.М. Мир-Касимову, В.Г. Кадышевскому, М.В. Савельеву, А.Н. Сисакяну за весьма полезные обсуждения.

Литература

1. Witten E. Nucl.Phys., 1981, B185, N. 3, 513-554.
2. de Crombrugghe M., Rittenberg V. Annals of Phys., 1983, 151, N. 1, 99-126; Balantekin A.B. Annals of Phys., 1985, 164, N.2, 277-287.
3. Андрианов А.А., Борисов Н.В., Иоффе М.В., Эйдес М.И. ТМФ, 1984, т. 61, №. 1, 17-28.
4. Слепченко Л.А. О динамической суперсимметрии атома водорода. ОИЯИ, Р2-86-148, Дубна, 1986.
5. Fubini S., Rabinovici E. Nucl.Phys., 1984, B245, N.1, 17-44.
6. Fock V. Z.Phys., 1935, 98, 145-150; Bargmann V. Z.Phys., 1936, 99, 576-580.
7. Wybourne B. Classical groups for physicists. New York, Wiley, 1974; Englefield M.J. Group theory and Coulomb problem. New York, Wiley, 1972; Barut A.O. Dinamical groups and generalized symmetries in quantum theory. New Zealand, Cristchurch, 1972; Аронсон Э.Б., Малкин И.А., Манько В.И. ЭЧАЯ, 1974, 5, вып. 1, 122-171.
8. Jackiw R. Annals of Phys., 1980, 129, N. 1, 183-200; de Alfaro V., Fubini S., Furlan G. Nuovo Cim., 1976, 34A, N. 4, 569-613.
9. Schwinger J. Phys.Rev., 1966, 144, N. 4, 1087-1093; 1968, 173, N. 5, 1536-1544; Barut A.O., Bornzin J.L. Journ.Math.Phys., 1971, 12, N. 5, 841-846.
10. D'Hoker E., Vinet L. Nucl.Phys., 1985, B260, N. 1, 79-102.
11. Акулов В.П., Пашнев А.И. ТМФ, 1983, т. 56, 3, 344-349.

12. Kostelecky V.A., Nieto M.M., Truax D.R. Phys.Rev., 1985, D32, N. 10, 2627-2633.
13. Schrodinger E. Proc.Irish.Acad., 1940, 46A, 9;
Infeld L., Hull T.E. Rev.Mod.Phys., 1951, 23, N. 1, 21-68.
14. Грин Х. Матричная квантовая механика. Москва, Мир, 1968.
15. Jauch J.M., Hill E.L. Phys.Rev., 1940, 57, N. 7, 641-645.
16. Rittenberg V. Lecture Notes in Physics, N. 79, New York, 1978; Lecture in Mathematics, N. 716, New York, 1979.
17. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. Москва, Наука, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 июня 1987 года.

Вардиашвили М.Д., Матвеев В.А., Слепченко Л.А. P2-87-448

Задача Кулона в суперсимметричной квантовой механике

Рассмотрена двумерная кулоновская задача в суперсимметричной квантовой механике. Получена алгебра суперсимметрии радиального уравнения Шредингера частицы со спином 1/2 и супералгебра, генерирующая спектр задачи осциллятор/Кулон.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Г.Г.Сандуковской

Vardiashvili M.D., Matveev V.A., Slepchenko L.A. P2-87-448

Coulomb Problem in Supersymmetric Quantum Mechanics

The two dimensional Coulomb problem in supersymmetric quantum mechanics is considered. The supersymmetry algebra of the radial Schrodinger equation and spectrumgenerating superalgebra for the oscillator/Coulomb problem are obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987