сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-87-426

Дао Вонг Дык, Нгуен Тхи Хонг

КОГОМОЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАТОРЫ НА СУПЕРСТРУННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ФОРМАХ

1987

1. ВВЕДЕНИЕ

Теория суперструны [1-4] связывает в единое целое различные идеи и методы физики элементарных частиц. Она имеет замечательную математическую структуру и претендует на то, чтобы стать серьезным кандидатом для последовательной единой теории всех взаимодействий.

Важным шагом по пути приближения теории суперструны к калибровочным теориям поля является недавно развитый подход, при котором калибровочные симметрии и лоренц-ковариантность выступают явным образом [5-9]. Во всех построениях такого рода фундаментальную роль играют духи Фаддеева-Попова и БРСТ-симметрия. По данному направлению больших успехов добились Сигель и Цвилбах [5,6], которые сформулировали лоренц- БРСТ-инвариантную струнную теорию поля. При нахождении инвариантных уравнений для струнного функционала оказывается очень удобным формализм, основанный на когомологическом вычислении в пространстве дифференциальных форм, при этом духи рассматриваются как дифференциалы.

Так, Банксу, Пешкину и другим [7,8-12] удалось вывести уравнения струны, заменяя громоздкую алгебру генераторов Вирасоро и соответствующие супералгебры на связанные с ними когомологические операторы. В частности, ими было показано, что все теории свободной струны могут быть сформулированы как теории струнных дифференциальных форм, определяемых в подходящих пространствах.

Цель настоящей работы - дать общие выражения когомологических операторов для струнных дифференциальных форм произвольного порядка, связанных с алгеброй Вирасоро для бозонных струн и с супералгебрами Неве -Шварца и Рамонда для суперструн.

2. БОЗОННЫЕ СТРУННЫЕ ФОРМЫ

Основным инструментом для изучения калибровочной симметрии теории бозонных струн являются операторы Вирасоро [13] L_0, $L_{\pm n}$/ $n = 1,2,\dots$/, удовлетворяющие алгебре:

$$[L_n, L_m] = V^k_{nm} L_k \quad ,$$

$$[L_n, L_{-m}] = W^k_{nm} L_k + W^k_{mn} L_{-k} + \eta_{nm}\left(2L_0 + \frac{D_0}{12}(n^2-1)\right), \qquad /2.1/$$

$$[L_{-n}, L_{-m}] = V^k_{mn} L_{-k} ,$$

$$[L_0, L_{\pm m}] = \mp m \; L_{\pm m} ,$$

где D_0 - число измерений пространства-времени для струны,

$$V^k_{nm} = (n-m)\,\delta_{k,n+m} , \quad W^k_{nm} = (n+m)\,\delta_{k,n-m} , \quad \eta_{nm} = n\,\delta_{nm}. \qquad /2.2/$$

Алгебра /2.1/ приводит к следующим тождествам Якоби:

$$V^q_{nm} V^k_{pq} + V^q_{mp} V^k_{nq} + V^q_{pn} V^k_{mq} = 0 , \qquad /2.3/$$

$$V^q_{nm} W^k_{pq} - W^q_{pm} W^k_{qn} + W^q_{pn} W^k_{qm} = 0 , \qquad /2.4/$$

$$(W^q_{mp} V^k_{qn} - W^q_{np} V^k_{qm}) - (W^q_{pm} W^k_{nq} - W^q_{pn} W^k_{mq}) - V^q_{mn} W^k_{qp} =$$
$$= 2k\,(\eta_{mp}\,\delta^k_n - \eta_{np}\,\delta^k_m). \qquad /2.5/$$

Струнная дифференциальная $\binom{p}{q}$-форма определяется выражением [10,12,14]

$$\omega^{(p)}_{(q)} \equiv \omega^{m_1 \dots m_p}_{n_1 \dots n_q}\, e_{m_q} \dots . \, e_{m_p}\, e^{n_1} \dots e^{n_q} , \qquad /2.6/$$

где $\{e_m\}$, $\{e^n\}$ - наборы дуальных базисов $\binom{1}{0}$- и $\binom{0}{1}$-форм соответственно, с правилом умножения

$$e_{m_1} e_{m_2} = - e_{m_2} e_{m_1}, \quad e^{n_1} e^{n_2} = - e^{n_2} e^{n_1}, \quad e_m e^n = - e^n e_m ,$$

$\omega^{m_1 \dots m_p}_{n_1 \dots n_q}$ - функционалы от координат струны $x^\mu(\sigma)$, их можно считать полностью антисимметричными по индексам m и по индексам n. Обычное струнное поле ψ рассматривается как $\binom{0}{0}$-форма.

Рассмотрим внешний дифференциальный оператор d. Принимая, что

$$d\psi = L_n \psi \cdot e^n ,$$

$$de_m = W^\ell_{mk}\, e^k e_\ell , \qquad /2.7/$$

$$de^n = -\frac{1}{2} V^n_{mk}\, e^m e^k$$

и правило Лейбница

$$d\left[\omega^{(p_1)}_{(q_1)} \cdot \omega^{(p_2)}_{(q_2)}\right] = d\omega^{(p_1)}_{(q_1)} \cdot \omega^{(p_2)}_{(q_2)} + (-1)^{p_1+q_1}\, \omega^{(p_1)}_{(q_1)} \cdot d\omega^{(p_2)}_{(q_2)} , \qquad /2.8/$$

нетрудно найти действие d на форму произвольного порядка /2.6/:

$$d\omega^{(p)}_{(q)} = (-1)^{p+q} \Big[L_{n_{q+1}}\, \omega^{m_1 \dots m_p}_{n_1 \dots n_q} + pW^{m_p}_{k n_{q+1}}\, \omega^{m_1 \dots m_{p-1} k}_{n_1 \dots n_q} -$$
$$- \frac{1}{2} q V^k_{n_{q+1} n_1}\, \omega^{m_1 \dots m_p}_{k n_2 \dots n_q} \Big] e_{m_1} \dots e_{m_p}\, e^{n_1} \dots e^{n_{q+1}} . \qquad /2.9/$$

С помощью /2.3/ и /2.4/ легко доказать нильпотентность оператора d, $d^2 = 0$.

Рассмотрим также оператор $\bar{d}$, отличающийся от d лишь заменой L_n на $-L_{-n}$ при действии на $\binom{0}{0}$-форму, а именно:

$$\bar{d}\omega^{(p)}_{(q)} = (-1)^{p+q} \Big[-L_{-n_{q+1}}\, \omega^{m_1 \dots m_p}_{n_1 \dots n_q} + pW^{m_p}_{k n_{q+1}}\, \omega^{m_1 \dots m_{p-1} k}_{n_1 \dots n_q} -$$
$$- \frac{1}{2} q V^k_{n_{q+1} n_1}\, \omega^{m_1 \dots m_p}_{k n_2 \dots n_q} \Big] e_{m_1} \dots e_{m_p}\, e^{n_1} \dots e^{n_{q+1}} . \qquad /2.10/$$

Как и d, $\bar{d}$ является нильпотентным, $\bar{d}^2 = 0$.

Пусть Ω_N - пространство всех $\binom{p}{q}$-форм с $p, q \le N$ и коэффициентами $\omega^{m_1 \dots m_p}_{n_1 \dots n_q}$, удовлетворяющими условию

$$L_{-k_1} \dots L_{-k_r}\, \omega^{m_1 \dots m_p}_{n_1 \dots n_q} = 0 \qquad /r\text{- любое}/, \qquad /2.11/$$

если хотя бы один из индексов k, m, n принимает значение, превышающее N.

Нетрудно показать, что это определение Ω_N инвариантно относительно оператора $\bar{d}$, а именно: если $\omega^{(p)}_{(q)} \in \Omega_N$, то $\bar{d}\omega^{(p)}_{(q)} \in \Omega_N$.

В пространстве Ω_N определим дуальное преобразование $\underset{(N)}{*}$ следующим образом:

$$\underset{(N)}{*}\omega^{(p)}_{(q)} = \frac{1}{(N-p)!\,(N-q)!}\,\epsilon_{m_1\dots m_p m_{p+1}\dots m_N}\,\epsilon^{n_1\dots n_q n_{q+1}\dots n_N}\times$$

$$\times\,\omega^{m_1\dots m_p}_{n_1\dots n_q}\,e_{n_{q+1}}\dots e_{n_N}\,e^{m_{p+1}}\dots e^{m_N}, \qquad /2.12/$$

где $\epsilon_{m_1\dots m_N}$ $(\epsilon^{n_1\dots n_N})$ - полностью антисимметричный по $m(n)$ с $\epsilon_{12\dots N}$ $(\epsilon^{12\dots N}) = 1$ и равен нулю, если иначе.

Из определения /2.12/ видно, что под действием $\underset{(N)}{*}\binom{p}{q}$ - форма $\in\Omega_N$ переходит в $\binom{N-q}{N-p}$ -форму $\in\Omega_N$. В частности, имеем

$$\underset{(N)}{*}1 = e_1\dots e_N\,e^1\dots e^N\,, \qquad \underset{(N)}{*}e_1\dots e_N\,e^1\dots e^N = 1\,.$$

Из /2.12/ следует также

$$\underset{(N)}{*}\,\underset{(N)}{*}\,\omega^{(p)}_{(q)} = (-1)^{(p+q)(N+1)}\,\omega^{(p)}_{(q)}\,. \qquad /2.13/$$

Определим теперь кодифференциальный оператор D следующим образом:

$$D\omega^{(0)}_{(q)} = 0\,,$$

$$D\omega^{(p)}_{(q)} = -(-1)^{(p+q)N}\,\frac{1}{p}\,\underset{(N)}{*}\,\bar{d}\,\underset{(N)}{*}\,\omega^{(p)}_{(q)}\,. \qquad /2.14/$$

Прямое вычисление дает

$$D\omega^{(p)}_{(q)} = (-1)^{p-1}\,[L_{-k}\,\omega^{m_1\dots m_{p-1}k}_{n_1\dots n_q} - \frac{1}{2}(p-1)\,V^{m_{p-1}}_{k\ell}\,\omega^{m_1\dots m_{p-2}\ell k}_{n_1\dots n_q} + \qquad /2.15/$$

$$+\,qW^{\ell}_{n_1 k}\,\omega^{m_1\dots m_{p-1}k}_{\ell n_2\dots n_q}\,]\,e_{m_1}\dots e_{m_{p-1}}\,e^{n_1}\dots e^{n_q}\,.$$

Таким образом, D переводит $\binom{p}{q}$-форму в $\binom{p-1}{q}$-форму и его явный вид не зависит от N.

Нильпотентность оператора D, $D^2 = 0$, следует из определения /2.14/, уравнения /2.13/ и нильпотентности $\bar{d}$.

Если определить внутреннее произведение форм $\alpha^{(p)}_{(q)}$ и $\beta^{(q)}_{(p)}$ как

$$\langle\alpha^{(p)}_{(q)}\cdot\beta^{(q)}_{(p)}\rangle \equiv (\alpha^{m_1\dots m_p}_{n_1\dots n_q}\,|\,\beta^{n_1\dots n_q}_{m_1\dots m_p}) \qquad /2.16/$$

со свойством

$$(\alpha^{m_1\dots m_p k}_{n_1\dots n_q}\,|\,L_k\beta^{n_1\dots n_q}_{m_1\dots m_p}) = (L_{-k}\alpha^{m_1\dots m_p k}_{n_1\dots n_q}\,|\,\beta^{n_1\dots n_q}_{m_1\dots m_p})\,, \qquad /2.17/$$

то мы имеем следующее дуальное соотношение:

$$\langle D\alpha^{(p)}_{(q)}\cdot\beta^{(q)}_{(p-1)}\rangle = (-1)^q\,\langle\alpha^{(p)}_{(q)}\cdot d\beta^{(q)}_{(p-1)}\rangle\,. \qquad /2.18/$$

При значении $D_0 = 26$ имеем следующее антикоммутационное соотношение для d и D [7,10-12]:

$$\{d, D\} = 2KT, \qquad /2.19/$$

где действие K и T на форму $\omega^{(p)}_{(q)}$ определяется по формулам

$$K\omega^{(p)}_{(q)} = (L_0 - 1 + \sum_{i=1}^{p} m_i + \sum_{j=1}^{q} n_j)\,\omega^{m_1\dots m_p}_{n_1\dots n_q}\,e_{m_1}\dots e_{m_p}\,e^{n_1}\dots e^{n_q}\,, \qquad /2.20/$$

$$T\omega^{(p)}_{(q)} = \omega^{m_1\dots m_p}_{n_1\dots n_q}\,\eta_{m_p k}\,e_{m_1}\dots e_{m_{p-1}}\,e^k e^{n_1}\dots e^{n_q}\,, \qquad /2.21/$$

K и T коммутируют друг с другом и с d и D,

$$[K, T] = [K, d] = [K, D] = [T, d] = [T, D] = 0\,. \qquad /2.22/$$

3. КОГОМОЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАТОРЫ В СЕКТОРЕ НЕВЕ -ШВАРЦА

Градуированную алгебру Вирасо для сектора Неве -Шварца составляют "четные" генераторы L_0, $L_{\pm n}$ /n = 1,2,.../ и "нечетные" генераторы $G_{\pm\lambda}$ $(\lambda = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots)$, удовлетворяющие коммутационным и антикоммутационным соотношениям:

$$[L_n, L_m] = V^k_{nm}\,L_k\,,$$

$$[L_n, L_{-m}] = W^k_{nm} L_k + W^k_{mn} L_{-k} + \eta_{nm}\left(2L_0 + \frac{D_0}{8}(n^2-1)\right),$$

$$[L_{-n}, L_{-m}] = V^k_{mn} L_{-k},$$

$$[L_0, L_{\pm m}] = \mp m L_{\pm m},$$

$$\{G_\lambda, G_\sigma\} = V^k_{\lambda\sigma} L_k,$$

$$\{G_\lambda, G_{-\sigma}\} = W^k_{\lambda\sigma} L_k + W^k_{\sigma\lambda} L_{-k} + \delta_{\lambda\sigma}\left(2L_0 + \frac{D_0}{2}\left(\lambda^2 - \frac{1}{4}\right)\right),$$

$$\{G_{-\lambda}, G_{-\sigma}\} = V^k_{\sigma\lambda} L_{-k}, \qquad /3.1/$$

$$[L_n, G_\lambda] = V^\tau_{n\lambda} G_\tau,$$

$$[L_n, G_{-\lambda}] = W^\tau_{n\lambda} G_\tau + W^\tau_{\lambda n} G_{-\tau},$$

$$[G_\lambda, L_{-n}] = W^\tau_{\lambda n} G_\tau + W^\tau_{n\lambda} G_{-\tau},$$

$$[L_{-n}, G_{-\lambda}] = -V^\tau_{n\lambda} G_{-\tau},$$

$$[L_0, G_{\pm\lambda}] = \mp\lambda G_{\pm\lambda},$$

где

$$V^p_{\lambda\sigma} = 2\delta_{p,\lambda+\sigma}, \quad V^\tau_{n\lambda} = -V^\tau_{\lambda n} = \left(\frac{n}{2} - \lambda\right)\delta_{\tau,n+\lambda},$$

$$W^p_{\lambda\sigma} = 2\delta_{p,\lambda-\sigma}, \quad W^\tau_{n\lambda} = \left(\frac{n}{2} + \lambda\right)\delta_{\tau,n-\lambda}, \quad W^\tau_{\lambda n} = \left(\frac{n}{2} + \lambda\right)\delta_{\tau,\lambda-n}. \qquad /3.2/$$

Вводя супериндексы $A \equiv n, \lambda$ и супергенераторы F_A с идентификацией $F_n \equiv L_n$, $F_\lambda \equiv G_\lambda$, перепишем /3.1/ в следующем компактном виде:

$$[F_A, F_B\}_{-(A,B)} = V^C_{AB} F_C,$$

$$[F_A, F_{-B}\}_{-(A,B)} = W^C_{AB} F_C + W^C_{BA} F_{-C} + \eta_{AB}\mathcal{F}(A), \qquad /3.3/$$

$$[F_{-A}, F_{-B}\}_{-(A,B)} = V^C_{BA} F_{-C}, \quad [L_0, F_{\pm A}] = \mp A F_{\pm A}.$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$[F_A, F_B\}_{-(A,B)} \equiv F_A F_B - (A,B) F_B F_A, \ldots,$$

$$(A) \equiv (-1)^{[A]}, \quad (A,B) \equiv (-1)^{[A]\cdot[B]},$$

$$(A_1 A_2 \ldots, B_1 B_2 \ldots) \equiv (-1)^{([A_1]+[A_2]+\ldots)\cdot([B_1]+[B_2]+\ldots)},$$

$[A]$ - градуировка индекса A, а именно: $[n] = 0$, $[\lambda] = 1$,

$$\mathcal{F}(A) \equiv 2L_0 + \frac{D_0}{8}[A^2\delta(A) - 1],$$

$$\delta(A) = \begin{cases} 1, & A = n, \\ 4, & A = \lambda, \end{cases} \qquad /3.4/$$

$$\eta_{nm} = n\delta_{nm}, \quad \eta_{\lambda\sigma} = \delta_{\lambda\sigma}, \quad \eta_{n\lambda} = \eta_{\lambda n} = 0.$$

Ненулевые значения структурных констант даны в /2.2/ и /3.2/.

Отметим, что V^C_{AB} обладает свойством симметрии

$$V^C_{AB} = -(A,B) V^C_{BA}, \qquad /3.5/$$

в то время как

$$U_{AB,C} \equiv \frac{1}{2}(A,B)\eta_{CD} V^D_{AB} + \eta_{BD} W^D_{CA} \qquad /3.6/$$

обладает обратной симметрией:

$$U_{AB,C} = (A,B) U_{BA,C}. \qquad /3.7/$$

Применяя обобщенное тождество Якоби для супергенераторов F_A /15/

$$[F_C, [F_A, F_B\}_{-(A,B)}\}_{-(AB,C)} + (AB,C)[F_A, [F_B, F_C\}_{-(B,C)}\}_{-(BC,A)} +$$
$$+ (CA,B)[F_B, [F_C, F_A\}_{-(C,A)}\}_{-(CA,B)} = 0 \qquad /3.8/$$

к алгебре /3.3/, можно вывести следующие тождества для структурных констант:

$$V^D_{AB} V^E_{CD} + (AB,C) V^D_{BC} V^E_{AD} + (CA,B) V^D_{CA} V^E_{BD} = 0, \qquad /3.9/$$

$$V_{CA}^{D} W_{BD}^{E} - W_{BA}^{D} W_{DC}^{E} + (A,C) W_{BC}^{D} W_{DA}^{E} = 0, \qquad /3.10/$$

$$V_{CD}^{E} W_{AB}^{D} - (A,C) V_{AD}^{E} W_{CB}^{D} - V_{CA}^{D} W_{DB}^{E} + W_{CD}^{E} W_{BA}^{D} -$$

$$- (A,C) W_{AD}^{E} W_{BC}^{D} = 2E[(A,C)\eta_{CB}\delta_{A}^{E} - \eta_{AB}\delta_{C}^{E}], \qquad /3.11/$$

$$\eta_{BD} V_{CA}^{D} - \eta_{CD} W_{BA}^{D} + (A,C)\eta_{AD} W_{BC}^{D} = 0, \qquad /3.12/$$

$$\eta_{BD} V_{CA}^{D} B^2\delta(B) - \eta_{CD} W_{BA}^{D} C^2\delta(C) + (A,C)\eta_{AD} W_{BC}^{D} A^2\delta(A) = 0. \qquad /3.13/$$

Отметим также полезное тождество

$$(C,D) W_{AC}^{D} W_{BD}^{C} = \frac{1}{4}\eta_{AB}[5A^2\delta(A) - 8A - 1]. \qquad /3.14/$$

Суперструнные формы определяются как обобщение /2.6/:

$$\omega^{(p)}_{(q)} \equiv \omega^{A_1\dots A_p}_{B_1\dots B_q}\, e_{A_1}\dots e_{A_p}\, e^{B_1}\dots e^{B_q}, \qquad /3.15/$$

где дуальные базисы $\{e_A\}$, $\{e^B\}$ подчиняются правилу умножения:

$$e_{A_1} e_{A_2} = -(A_1,A_2)\, e_{A_2} e_{A_1}, \quad e^{B_1} e^{B_2} = -(B_1,B_2)\, e^{B_2} e^{B_1}, \quad e_A e^B = -(A,B)\, e^B e_A,$$

ввиду чего всегда можно считать, что функционалы $\omega^{A_1\dots A_p}_{B_1\dots B_q}$ обладают свойством симметрии:

$$\omega^{\dots A\ A_{i+1}\dots}_{\dots B_j B_{j+1}\dots} = -(A_i,A_{i+1})\,\omega^{\dots A_i A_{i+1}\dots}_{\dots B_j B_{j+1}\dots} = -(B_j,B_{j+1})\,\omega^{\dots A_i A_{i+1}\dots}_{\dots B_{j+1} B_j\dots}.$$

Дифференциальный оператор d определяется его действием на $\binom{0}{0}$-форму и на базисы e_A, e^B:

$$d\psi = F_A\psi\cdot e^A,$$

$$de_A = (B,C) W_{AB}^{C}\, e^B e_C, \qquad /3.16/$$

$$de^A = -\frac{1}{2} V_{BC}^{A}\, e^B e^C,$$

и правилом Лейбница /2.8/.

Результат вычисления приводит к следующей общей формуле:

$$d\omega^{(p)}_{(q)} = (-1)^{p+q}(B_1\dots B_q, B_{q+1})[(A_1\dots A_p, B_{q+1}) F_{B_{q+1}}\,\omega^{A_1\dots A_p}_{B_1\dots B_q} +$$

$$+ pW_{CB_{q+1}}^{A_p}\,\omega^{A_1\dots A_{p-1}C}_{B_1\dots B_q} - \frac{1}{2} q V_{B_{q+1}B_1}\,\omega^{A_1\dots A_p}_{CB_2\dots B_q}]\, e_{A_1}\dots e_{A_p} e^{B_1}\dots e^{B_{q+1}}, \qquad /3.17/$$

которая является обобщением /2.9/. Нильпотентность оператора d доказывается с помощью /3.9/ и /3.10/.

Для кодифференциального оператора D мы получаем следующее обобщение /2.15/:

$$D\omega^{(p)}_{(q)} = (-1)^{p-1}[F_{-C}\,\omega^{A_1\dots A_{p-1}C}_{B_1\dots B_q} - \frac{1}{2}(p-1) V_{CD}^{A_{p-1}}\,\omega^{A_1\dots A_{p-2}DC}_{B_1\dots B_q} +$$

$$+ (C, DA_1\dots, A_{p-1})\, qW_{B_1C}^{D}\,\omega^{A_1\dots A_{p-1}C}_{DB_2\dots B_q}]\, e_{A_1}\dots e_{A_{p-1}} e^{B_1}\dots e^{B_q}. \qquad /3.18/$$

При значении $D_0 = 10$ имеем антикоммутационное соотношение /2.19/:

$$\{d, D\} = 2KT. \qquad /3.19/$$

При этом

$$K\omega^{(p)}_{(q)} = (L_0 - \frac{1}{2} + \sum_i A_i + \sum_j B_j)\,\omega^{A_1\dots A_p}_{B_1\dots B_q}\, e_{A_1}\dots e_{A_p} e^{B_1}\dots e^{B_q}, \qquad /3.20/$$

$$T\omega^{(p)}_{(q)} = (A_1\dots A_{p-1}, A_p)\,\omega^{A_1\dots A_p}_{B_1\dots B_q}\,\eta_{A_pC}\, e_{A_1}\dots e_{A_{p-1}} e^C e^{B_1}\dots e^{B_q}, \qquad /3.21/$$

K и T по-прежнему коммутируют друг с другом и с d и D.

4. КОГОМОЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАТОРЫ В СЕКТОРЕ РАМОНДА

Супералгебра Вирасо для сектора Рамонда состоит из четных генераторов L_0, $L_{\pm n}$ / $n = 1,2,\dots$/ и нечетных генераторов G_0, $G_{\pm n}$, удовлетворяющих коммутационным и антикоммутационным соотношениям:

$$[L_n, L_m] = V_{nm}^{k} L_k,$$

$$[L_n, L_{-m}] = W^k_{nm} L_k + W^k_{mn} L_{-k} + \eta_{nm}\left(2L_0 + \frac{D_0}{8} n^2\right),$$

$$[L_{-n}, L_{-m}] = V^k_{mn} L_{-k},$$

$$\{G_{\underline{n}}, G_{\underline{m}}\} = V^k_{\underline{n}\underline{m}} L_k,$$

$$\{G_{\underline{n}}, G_{-\underline{m}}] = W^k_{\underline{n}\underline{m}} L_k + W^k_{\underline{m}\underline{n}} L_{-k} + \delta_{nm}\left(2L_0 + \frac{D_0}{2} n^2\right),$$

$$\{G_{-\underline{n}}, G_{-\underline{m}}] = V^k_{\underline{n}\underline{m}} L_{-k},$$

$$\{G_0, G_{\pm\underline{m}}\} = 2L_{\pm m}, \qquad G_0^2 = L_0,$$

$$[L_n, G_{\underline{m}}] = V^{\underline{k}}_{n\underline{m}} G_{\underline{k}}, \qquad /4.1/$$

$$[L_n, G_{-\underline{m}}] = W^{\underline{k}}_{n\underline{m}} G_{\underline{k}} + W^{\underline{k}}_{\underline{m}n} G_{-\underline{k}} + \delta_{nm}\frac{3n}{2} G_0,$$

$$[G_{\underline{m}}, L_{-n}] = W^{\underline{k}}_{\underline{m}n} G_{\underline{k}} + W^{\underline{k}}_{n\underline{m}} G_{-\underline{k}} + \delta_{mn}\frac{3n}{2} G_0,$$

$$[L_{-n}, G_{-\underline{m}}] = -V^{\underline{k}}_{n\underline{m}} G_{-\underline{k}},$$

$$[L_0, G_{\pm\underline{m}}] = \mp m G_{\pm\underline{m}},$$

$$[G_0, L_{\pm m}] = \mp \frac{m}{2} G_{\pm\underline{m}},$$

$$[G_0, L_0] = 0,$$

где

$$V^k_{\underline{n}\underline{m}} = 2\delta_{k,n+m}, \quad V^{\underline{k}}_{n\underline{m}} = -V^{\underline{k}}_{\underline{m}n} = \left(\frac{n}{2} - m\right)\delta_{k,n+m}, \qquad /4.2/$$

$$W^k_{\underline{n}\underline{m}} = 2\delta_{k,n-m}, \quad W^{\underline{k}}_{n\underline{m}} = \left(\frac{n}{2} + m\right)\delta_{k,n-m}, \quad W^{\underline{k}}_{\underline{m}n} = \left(\frac{n}{2} + m\right)\delta_{k,m-n}.$$

Введя обозначения: $A \equiv n, \underline{n}$, $F_n \equiv L_n$, $F_{\underline{n}} \equiv G_{\underline{n}}$, перепишем /4.1/ в следующем виде:

$$[F_A, F_B]_{-(A,B)} = V^C_{AB} F_C,$$

$$[F_A, F_{-B}]_{-(A,B)} = W^C_{AB} F_C + W^C_{BA} F_{-C} + \eta_{AB}\mathcal{F}(A) + \lambda_{AB} G_0,$$

$$[F_{-A}, F_{-B}]_{-(A,B)} = V^C_{BA} F_{-C},$$

$$[L_0, F_{\pm A}]_- = \mp A F_{\pm A}, \qquad /4.3/$$

$$[G_0, F_A]_{-(A)} = r^B_A F_{-B}, \qquad [F_A, G_0]_{-(A)} = r^B_A F_B,$$

$$[L_0, G_0]_- = 0, \qquad G_0^2 = L_0,$$

где

$$\mathcal{F}(A) \equiv 2L_0 + \frac{D_0}{8} A^2 \delta(A),$$

$$\delta(A) = \begin{cases} 1, & A = n, \\ 4, & A = \underline{n}, \end{cases} \qquad [A] = \begin{cases} 0, & A = n, \\ 1, & A = \underline{n}, \end{cases} \qquad /4.4/$$

$$\eta_{nm} = n\delta_{nm}, \quad \eta_{\underline{n}\underline{m}} = \delta_{nm}, \quad \eta_{n\underline{m}} = \eta_{\underline{m}n} = 0,$$

$$\lambda_{n\underline{m}} = \lambda_{\underline{m}n} = \frac{3}{2} n\delta_{nm}, \quad \lambda_{nm} = \lambda_{\underline{n}\underline{m}} = 0,$$

$$r^{\underline{n}}_m = \frac{m}{2}\delta_{mn}, \quad r^n_{\underline{m}} = 2\delta_{mn}, \quad r^n_m = r^{\underline{n}}_{\underline{m}} = 0.$$

Ненулевые структурные константы даны в /2.2/ и /4.2/.

Свойства симметрии /3.5/ - /3.7/ остаются в силе и в этом секторе. Остаются без изменения и тождества /3.9/, /3.10/, /3.12/, /3.13/, а вместо /3.11/ имеем

$$V^E_{CD} W^D_{AB} - (A,C) V^E_{AD} W^D_{CB} - V^D_{CA} W^E_{DB} + W^E_{CD} W^D_{BA} - (A,C) W^E_{AD} W^D_{BC} = \qquad /4.5/$$

$$= 2E\left[(A,C)\,\eta_{CB}\,\delta^E_A - \eta_{AB}\,\delta^E_C\right] + (A,C)\,\lambda_{CB}\, r^E_A - \lambda_{AB}\, r^E_C.$$

Кроме того, имеем

$$V^D_{CA}\lambda_{BD} - W^D_{BA}\lambda_{CD} + (A,C) W^D_{BC}\lambda_{AD} = 0. \qquad /4.6/$$

Для практических вычислений полезно использовать также следующие тождества:

$$(C, D)\, W^{D}_{AC} W^{C}_{BD} = \frac{5}{4}\eta_{AB}\, \delta(A)\, A(A-1),$$

$$\lambda_{AB}\lambda_{BC} = \frac{9}{4} A^2 \delta_{AC}, \qquad r^{D}_{B} r^{A}_{D} = A\delta^{A}_{B},$$

$$\lambda_{AB} = \frac{3}{4} r^{C}_{A} \eta_{CB}\, \delta(C), \qquad \delta(A)\lambda_{AB} = 3 r^{C}_{A}\eta_{CB},$$

$$r^{A}_{D}\lambda_{AB} = \frac{3}{4}\eta_{DB} B\delta(B), \qquad (A)\, r^{A}_{D}\lambda_{AB} = -\frac{3}{4}(B)\,\eta_{DB} B\delta(B),$$

$$\delta(A)\, r^{A}_{D}\lambda_{AB} = 3\eta_{BD} B,$$

$$(B_1 B_2 \dots B_r, A)(B_1)(B_2)\dots(B_r)\lambda_{AC} = (B_1 B_2 \dots B_r, C)\lambda_{AC}, \qquad /4.7/$$

$$(B_1 B_2 \dots B_r, A)(B_1)(B_2)\dots(B_r)\, r^{C}_{A} = (B_1 B_2 \dots B_r, C)\, r^{C}_{A},$$

$$V^{A}_{BE} r^{E}_{C} + (C)\, V^{A}_{EC} r^{E}_{B} - r^{A}_{E} V^{E}_{BC} = 0,$$

$$W^{A}_{BE} r^{E}_{C} - W^{A}_{EC} r^{E}_{B} + (C)\, r^{A}_{E} W^{E}_{BC} = 0,$$

$$r^{C}_{B}\eta_{CA} - r^{C}_{A}\eta_{CB} = (A)\lambda_{AB} = -(B)\lambda_{AB}.$$

В силу того, что тождества /3.9/ и /3.10/ остаются без изменения, нильпотентные операторы d и D можно по-прежнему определить по формулам /3.17/ и /3.18/. Однако антикоммутатор $\{d, D\}$ теперь отличается от /3.19/, а именно /при значении $D_0 = 10$/:

$$\{d, D\} = 2kT + SR, \qquad /4.8/$$

где

$$K\omega^{(p)}_{(q)} = (L_0 + \Sigma A_i + \sum_j B_j)\,\omega^{A_1\dots A_p}_{B_1\dots B_q}\, \theta_{A_1}\dots\theta_{A_p}\theta^{B_1}\dots\theta^{B_q},$$

$$R\omega^{(p)}_{(q)} = [(A_1)\dots(A_p)(B_1)\dots(B_q)\, G_0\,\omega^{A_1\dots A_p}_{B_1\dots B_q} +$$

$$/4.9/$$

$$+ p(B_1)\dots(B_q)\, r^{A_1}_{D}\,\omega^{DA_2\dots A_p}_{B_1\dots B_q} + q\, r^{D}_{B_q}\,\omega^{A_1\dots A_p}_{B_1\dots B_{q-1}D}]\, \theta_{A_1}\dots\theta_{A_p}\theta^{B_1}\dots\theta^{B_q},$$

$$S\omega^{(p)}_{(q)} = (A_1\dots A_{p-1}, A_p)(A_p)(B_1)\dots(B_q)\,\omega^{A_1\dots A_p}_{B_1\dots B_q}\,\lambda_{A_p C}\, \theta_{A_1}\dots\theta_{A_{p-1}}\theta^{C}\theta^{B_1}\dots\theta^{B_q},$$

T по-прежнему определяется уравнением /3.21/.

Имеют место следующие соотношения коммутации:

$$R^2 = K, \quad [R, T] = S, \quad \{S, R\} = 0,$$

$$/4.10/$$

$$[d, S] = [D, S] = [d, R] = [D, R] = 0,$$

K и T по-прежнему коммутируют друг с другом и с d и D.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schwartz J.H. - Phys.Rep., 1982, 89C, p.223.
2. Polyakov A.M. - Phys.Lett., 1981, 103B, p.207, 211.
3. Green M.B., Schwartz J.H. - Phys.Lett., 1984, 149B, p.117.
4. Gross D.J. et al. - Nucl.Phys., 1985, B256, p.253.
5. Siegel W. - Phys.Lett., 1985, 151B, p.391, 396.
6. Siegel W., Zwielbach B. - Nucl.Phys., 1986, B263, p.105.
7. Banks T., Peskin M. - Nucl.Phys., 1986, B264, p.513.
8. Neveu A., Nikolai H., West P.C. - Phys.Lett., 1986, 167B, p.303; Nucl.Phys., 1986, B264, p.573.
9. Neveu A., West P.C. - Nucl.Phys., 1986, B268, p.126.
10. Floratos E.G., Kazama Y., Tamvakis K. - Phys.Lett., 1986, 166B, p.295.
11. Pfeffer D., Ramond P., Rodgers V.G.J. Preprint UFTP 85-19, 1985.
12. Aratyn H., Zimerman A.H. - Phys.Lett., 1986, B168, p.75.
13. Virasoro M. - Phys.Rev., 1970, D1, p.2933.
14. Kazama Y. CERN Preprint TH 4518/86, 1986.
15. Dao Vong Duc, Nguyen Thi Hong. - Ann.Inst.Henri Poincare, 1982, v.36, p.211.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июня 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/	13 р.50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.
Д9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. /2 тома/	13 р.45 к.
Д7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986	7 р.10 к.
Д2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа-86". Дубна, 1986	4 р.45 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Дао Вонг Дык, Нгуен Тхи Хонг Р2-87-426

Когомологические операторы на суперструнных дифференциальных формах

Выводятся явные формулы когомологических операторов для суперструнных дифференциальных форм произвольного порядка. Эти формулы применяются для изучения калибровочной инвариантности уравнений суперструнных полевых функционалов. Приводятся также различные тождества для структурных констант соответствующих супералгебр.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Dao Vong Duc, Nguyen Thi Hong P2-87-426

Comology Operators on Superstring Differential Forms

The explicite formulae are derived for cohomology operators on superstring differential forms of arbitrary order. These formulae are used for the study of the gauge invariance of equations of the string field functionals. Various identities for the structure constants of the associated superalgebras are also given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987