

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

К 327

P2-87-244

А.Н.Квинихидзе*, А.Н.Сисакян, А.М.Хведелидзе*

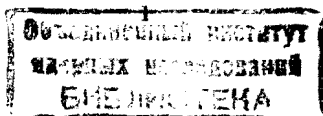
**ОПИСАНИЕ ГЛУБОКОНЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ
В ТЕРМИНАХ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ
ПОКОЯЩИХСЯ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ**

Направлено в журнал "Ядерная физика"

* Математический институт АН ГССР, Тбилиси

Процессы взаимодействия при высоких энергиях и больших передачах импульса занимают важное место в изучении динамики сильных взаимодействий и структуры элементарных частиц. Регулярным методом описания таких процессов в настоящее время является теория возмущений, применимость которой обеспечивается свойством асимптотической свободы квантовой хромодинамики. Однако учет составной структуры адронов приводит к представлению, в котором по теории возмущений вычисляется лишь часть, соответствующая рассеянию высвобожденных из связанного состояния составляющих^{/1/}. В полном выражении для сечения эта часть интегрируется в произведении с волновыми функциями связанного состояния, задача определения которых, как известно, выходит за рамки теории возмущений. В квантовой теории поля такого рода функции, описывающие переход физической частицы в составляющие, содержат зависимость от переменной полного импульса, определяемую динамикой взаимодействия. Вообще эту зависимость можно учитывать методом теории возмущений по константе связи, предложенным в^{/2/}. Однако в случае глубокоупругих процессов проблема решается выбором системы отсчета. С этой целью обычно используют систему "бесконечного импульса" $P_z \rightarrow \infty$ ^{/3,4/}. В таком подходе все физические величины выражаются через волновые функции составной частицы, движущейся с бесконечным импульсом.

В настоящей работе глубокоупругий процесс изучается в системе покоя составной частицы, в результате чего соответствующее сечение выражается через более привычные с точки зрения нерелятивистской квантовой механики волновые функции. Предложен новый вариант разложения структурных функций в ряд по константе связи, каждый член которого обладает свойством спектральности благодаря правильному учёту закона сохранения энергии в любом порядке теории возмущений. Рассмотрено импульсное приближение, сравнение которого с обычной партонной картиной указывает на важность учета виртуальности взаимодействующего кварка^{/5/}. Проведенный анализ показывает, что в системе покоя связанного состояния ($\vec{P} = 0$) импульсное приближение недостаточно для корректного описания упругого предела $X_{Bj} \rightarrow 1$, в отличие от системы $P_z \rightarrow \infty$. Для получения ведущих в асимптотической области $X_{Bj} \rightarrow 1$ членов необходим учет взаимодействия составляющих в конечном состоянии. Указаны соответствующие диаграммы, расчет которых в модели КХД находится в согласии с ранее полученными результатами^{/4,6/}.



§ I. Теория возмущений

Рассмотрим процесс глубоконеупругого рассеяния электрона на адроне. Сечение такого процесса определяется тензором

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} \int d^4x \exp(iq \cdot x) \langle P | J_\mu(x) J_\nu(0) | P \rangle, \quad (1)$$

где $|P\rangle$ - собственное состояние полного гамильтониана H ¹⁾, соответствующее адрону с 4-импульсом P ($P^2 = M^2$), нормированное условием $\langle P | P \rangle = (2\pi)^3 2P_0 \delta(\vec{P} - \vec{P}')$, J_μ - электромагнитный ток в представлении Гейзенберга. Для определенности условимся, что в нулевой момент времени картины Гейзенберга и взаимодействия совпадают:

$$J_\mu(x) = J_\mu(x) \quad \text{при } x_0 = 0.$$

Если "одетый" ток $J_\mu(x)$ разложить по константе взаимодействия

$$J_\mu(\vec{x}, t) = \left\{ T \exp i \int_0^t H_I(t') dt' \right\}^+ J_\mu(\vec{x}, t) \left\{ T \exp i \int_0^t H_I(t') dt' \right\}, \quad (2)$$

получим один из возможных вариантов теории возмущений для структурных функций глубоконеупругого рассеяния. В нулевом порядке имеем известное выражение со свободными токами

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} \int d^4x \exp(iq \cdot x) \langle P | J_\mu(x) J_\nu(0) | P \rangle, \quad (3)$$

выявляющее основной недостаток теории возмущений (2) - в ней нет такого важного свойства структурных функций, как спектральность, связанное с правильным учетом закона сохранения энергии при составлении сечения глубоконеупругого рассеяния. Действительно, можно проверить, что в нулевом приближении (3) $W_{\mu\nu} \neq 0$ ниже порога $(P_0, q)^2 = M^2$, $x_{Bj} = -q^2/2Pq > 1$. Ясно, что никакой полный набор состояний $|N\rangle$ между токами в (3) не приведет к δ -функции по энергии в выражении

$$T_\mu = \int d^4x \exp(iq \cdot x) \langle P | J_\mu(x) | N \rangle, \quad (4)$$

1) Ниже для обозначения импульсов собственных векторов полного и свободного гамильтонианов будем использовать заглавные и прописные буквы соответственно.

так как $|P\rangle$ - собственное состояние полного гамильтониана H , а временные трансляции тока $J_\mu(x)$ задаются свободным гамильтонианом. Поскольку нарушение свойства спектральности заведомо означает искажение поведения структурных функций в окрестности $x_{Bj} \sim 1$, представление (3) становится непригодным для изучения этой области. Для восстановления свойства спектральности в (3) используют партонную картину, в которой важны два момента - переход к системе $P_z \rightarrow \infty$, предположение об ограниченности поперечного движения кварков в адроне. При этом существенны проекционные свойства волновой функции связанного состояния по продольной фракции импульса составляющих, имеющие место только в системе $P_z \rightarrow \infty$. Поскольку ниже рассмотрение ведется в системе покоя составной частицы, необходимо иметь теорию возмущений, в которой свойство спектральности сохранено в каждом члене разложения.

Тензор $W_{\mu\nu}$ перепишем в виде

$$W_{\mu\nu} = \int d^3\vec{x} \exp(-i\vec{q} \cdot \vec{x}) \langle P | J_\mu(\vec{x}, 0) \delta(P_0, q_0 - \hat{H}) J_\nu(0) | P \rangle. \quad (5)$$

Символическая запись δ -функции с операторным аргументом расширяется с помощью замены в (5):

$$\delta(z - \hat{H}) \Leftrightarrow \sum_N \delta(z - E_N) |N\rangle \langle N|,$$

где $|N\rangle$ - полный набор собственных состояний гамильтониана H . Поскольку оба тока в (5) свободны, построение теории возмущений сводится к разложению δ -функции по константе связи. Для этого воспользуемся представлением

$$2\pi i \delta(z - \hat{H}) = [z - \hat{H} - i\epsilon]^{-1} - [z - \hat{H} + i\epsilon]^{-1},$$

определением оператора \hat{T} -матрицы

$$[z - \hat{H} + i\epsilon]^{-1} = [z - \hat{H}_0 + i\epsilon]^{-1} + [z - \hat{H}_0 + i\epsilon]^{-1} \hat{T}(z) [z - \hat{H}_0 + i\epsilon]^{-1},$$

$$[z - \hat{H} - i\epsilon]^{-1} = [z - \hat{H}_0 - i\epsilon]^{-1} + [z - \hat{H}_0 - i\epsilon]^{-1} \hat{T}^\dagger(z) [z - \hat{H}_0 - i\epsilon]^{-1}$$

и условием унитарности²⁾

2) При наличии в теории связанных состояний $|\beta\rangle$ в правой части условия унитарности (6) имеется дополнительный член $2\pi i \sum_\beta (z - H_\beta) |\beta\rangle \langle \beta| \times \delta(z - E_\beta) \langle \beta | (z - H_0)$. Более того, в одной из возможных схем записания кварков именно это слагаемое оказывается существенным. Обсуждение этих вопросов будет проведено в другом месте.

$$\hat{T}^+(\vec{z}) - \hat{T}(\vec{z}) = 2\pi i \hat{T}(\vec{z}) \delta(\vec{z} - \hat{H}_0) \hat{T}^+(\vec{z}). \quad (6)$$

Тогда после несложных выкладок получим

$$W_{\mu\nu} = \int d^3\vec{x} \exp(-i\vec{q}\cdot\vec{x}) \langle P | J_\mu(\vec{x}, 0) \{ I + [z - \hat{H}_0 + i\epsilon]^{-1} \hat{T}(\vec{z}) \} * \delta(\vec{z} - \hat{H}_0) * \{ I + [z - \hat{H}_0 + i\epsilon]^{-1} \hat{T}(\vec{z}) \}^+ J_\nu(0) | P \rangle. \quad (7)$$

Если воспользоваться полным набором голых состояний $|n\rangle$ (т.е. собственных состояний гамильтониана H_0) и проинтегрировать по $d^3\vec{x}$, имеем

$$W_{\mu\nu} = (2\pi)^3 \sum_n \delta^{(4)}(P + q - P_n) T_\mu T_\nu^+, \quad (8)$$

где

$$T_\mu = \langle P | J_\mu(0) \{ I + [z - \hat{H}_0 + i\epsilon]^{-1} \hat{T}(\vec{z}) \} | n \rangle,$$

P_n - полный 4-импульс состояния $|n\rangle$. Мы предлагаем теорию возмущений для функций $W_{\mu\nu}$, основанную на разложении по константе связи оператора $\hat{T}(\vec{z})$ в соотношениях (7) или (8). Тогда наличие в (8) четырехмерной δ -функции в любом порядке предложенного варианта теории возмущений обеспечивает сохранение вышеуказанного свойства спектральности.

§ 2. Импульсное приближение

Представим связанное состояние $|P\rangle$ в виде фокковского столбца компонентами $\Psi_P^{(n)}(p_1, \dots, p_n)$, которые ниже будем называть n -частичными волновыми функциями:

$$\langle p_1, p_2, \dots, p_n | P \rangle = \delta^{(3)}(\vec{P} - \sum_{e=1}^n \vec{p}_e) \Psi_P^{(n)}(p_1, \dots, p_n).$$

Выпишем (8) в импульсном приближении, соответствующем $\hat{T}(\vec{z}) = 0$:

$$W_{\mu\nu} = \sum_i \int \frac{d\vec{p}_i}{2p_i^0} Q_P^i(\vec{p}_i, \alpha) \langle P_i' | J_\mu(0) | P_i' \rangle \langle P_i' | J_\nu(0) | P_i \rangle (2p_i^0)^{-1}, \quad (9)$$

где $\vec{p}_i' = \vec{p}_i + \vec{q}$, $\alpha = P^+ P^+ (q^- + p_i^- - p_i'^-)$, $p_i^2 = m_i^2$, $p^\pm = p^0 \pm p^3$.

Величина $Q_P^i(\vec{p}_i, \alpha)$, определенная формулой

$$Q_P^i(\vec{p}_i, \alpha) = \sum_n \frac{-3(n+1)}{2p_i^0 P^+} \int \prod_{e \neq i} \frac{d\vec{p}_e}{2p_e^0} \delta(\alpha - (\sum_1^n p_e)^2) \delta^{(3)}(\vec{P} - \sum_1^n \vec{p}_e) \left| \Psi_P^{(n)}(p_1, \dots, p_n) \right|^2, \quad (10)$$

дает вероятность того, что i -я составляющая адрона P имеет импульс в интервале \vec{p}_i , $\vec{p}_i + d\vec{p}_i$, а квадрат эффективной массы всех составляющих заключен в интервале α , $\alpha + d\alpha$, причем выполняется условие нормировки

$$\int d\alpha \int d\vec{p}_i Q_P^i(\vec{p}_i, \alpha) = 1.$$

Матричные элементы свободного электромагнитного тока спинорных составляющих имеют простой вид:

$$\langle P_i' | J_\mu(0) | P_i \rangle = e_i \bar{U}(P_i') \gamma_\mu U(P_i).$$

Отметим, что отсутствие недиагональных членов в (9) оправдано в области больших передач $-q^2 \rightarrow \infty$.

Возникновение распределения (10) и (9) указывает на необходимость учета виртуальности i -й частицы, мерой которой может служить величина

$$(P - \sum_{e \neq i} p_e)_0 - \sqrt{\vec{P}_i^2 + m_i^2} = \Delta / P^+$$

или

$$(P - \sum_{e \neq i} p_e)^2 - m_i^2 = \frac{p_i^+}{P^+} \Delta = x_i \Delta, \quad (11)$$

где $\Delta = \alpha - P^2$. Заметим, что партонная модель соответствует пренебрежению в пределе высоких энергий и больших передач импульса величиной виртуальности Δ и предположению о быстрой сходимости интеграла по поперечным импульсам, т.е.

$$\int d\vec{p}_i Q_P^i(\vec{p}_i, \alpha) = \delta(\alpha - M^2) Q_{P_i}^i(x_i). \quad (12)$$

Очевидно, что получаемые таким образом масштабные закономерности имеют лишь приближенный характер и в значительной степени зависят от законности сделанных при этом предположений. Анализ эффектов квантовой хромодинамики приводит, в частности, к выводу о существенной роли поперечного движения составляющих в адроне и больших виртуальностей, т.е. $\langle \vec{P}_i^2 \rangle \sim \langle \Delta \rangle \sim \alpha_s Q^2$. Поэтому представляет интерес изучение асимптотического поведения структурных функций на основе формулы (9) без дополнительных предположений типа (12).

Перепишем формулу (9) в более компактном виде:

$$W_{\mu\nu} = \sum_i \int \mathcal{Q}_P^i(p) \delta^{(+)}((P+q-p)^2 - m_i^2) \omega_{\mu\nu} d^4p, \quad (13)$$

где $\mathcal{Q}_P^i(p)$ - функция от четырехмерного аргумента $p = (p_0, \vec{p})$, связанная с распределением (10) следующим образом:

$$\mathcal{Q}_P^i(p) = \mathcal{Q}_P^i(\vec{P}-\vec{p}, (p_0 + \sqrt{(\vec{P}-\vec{p})^2 + m_i^2})^2).$$

Величина $\mathcal{Q}_P^i(p)$ есть вероятность того, что в адроне с импульсом P суммарный четырехимпульс всех составляющих, кроме i -й, находится в интервале $p, p+d p$:

$$\mathcal{Q}_P^i(p) = \sum_k (2\pi)^{-3(n+1)} \int \prod_{e=1}^n \frac{d^4p_e}{2p_e^0} \delta^{(+)}(p - \sum_{e \neq i} p_e) \left| \Psi_P^{(n)}(p_1, \dots, p_{i-1}, p_{i+1}, \dots, p_n) \right|^2 \delta(\vec{P} - \sum_{e=1}^n \vec{p}_e) \quad (14)$$

Чтобы избавиться от сложной зависимости волновых функций от импульса адрона P , определяемой динамикой взаимодействия, ограничимся рассмотрением специальных систем отсчета $\vec{P} = 0$ и $P_z \rightarrow \infty$. Произведем вначале самые грубые оценки выражения (13), приводящие к обычной партонной картине взаимодействия. В системе $\vec{P} = 0$ без ограничения общности можно направить ось Z вдоль вектора \vec{q} ($q_z = |\vec{q}|$), тогда δ -функция в (13) примет вид

$$\begin{aligned} \delta((P+q-p)^2 - m_i^2) &= \delta(W^2 - \frac{W^2}{M_\xi} p^- - M_\xi p^+ + p^2 - m_i^2) = \\ &= \frac{M_\xi}{W^2} \delta(p^- - M_\xi + \frac{M_\xi}{W^2} (M_\xi p^+ + m_i^2 - p^2)), \end{aligned}$$

где $W^2 = (P+q)^2$, $M_\xi = M + V - |\vec{q}|$. Пренебрежение третьим слагаемым в аргументе δ -функции соответствует партонной модели. Поскольку отброшенный член $M_\xi(M_\xi p^+ + m_i^2 - p^2)/W^2$ имеет порядок малости $\langle N^2 \rangle / V$, то партонная модель означает переход к пределу $V \rightarrow \infty$ и структурный тензор принимает вид

$$W_{\mu\nu} = \frac{M_\xi}{W^2} \sum_i \int \mathcal{Q}_P^i(p) \delta(p^- - M_\xi) \omega_{\mu\nu} d^4p. \quad (15)$$

Снятие интеграла в (15) по угловым переменным вектора \vec{p} , от которых $\mathcal{Q}_P^i(p)$ не зависит, приводит к следующему выражению:

$$W_{\mu\nu} = \pi \frac{M_\xi}{W^2} \sum_i \int_0^\infty dp^2 \int_{p^2/2M_\xi}^\infty d p_0 \mathcal{Q}_P^i(p_0, p^2) \omega_{\mu\nu}. \quad (16)$$

Аналогичные выкладки в случае системы $P_z \rightarrow \infty$ ($q^+ < 0, \vec{q}_\perp = 0$) приводят к известному партонному распределению по продольным фракциям импульсов:

$$W_{\mu\nu} = \pi \frac{M_\xi}{W^2} \sum_i \mathcal{Q}_\infty^i(1-\xi) W_{\mu\nu}, \quad (17)$$

где

$$\mathcal{Q}_\infty^i(x) = \int_0^\infty dp^2 \int_0^\infty d p_1^2 \mathcal{Q}_\infty^i(p^+, \vec{p}_\perp^2, p^2). \quad (18)$$

Заметим, что согласно представлению (14) $\mathcal{Q}_P^i(p)$ является функцией двух аргументов $(p_0, |\vec{p}|)$, а в системе $P_z \rightarrow \infty$ \mathcal{Q}_∞^i зависит от трех аргументов $p^+, \vec{p}_\perp^2, p^2$, инвариантных относительно вращений в плоскости, перпендикулярной оси Z . Приближенные представления (15), (17), соответствующие хорошо известной партонной картине, получены формальным пренебрежением малыми слагаемыми (порядка $\langle N^2 \rangle / V$) в аргументе δ -функции (13). Для выяснения цены приближения, приводящего к масштабным свойствам (16), (18), необходим более аккуратный анализ с сохранением пределов интегрирования по переменным \vec{p}_\perp^2, p^2 , следующих из точной δ -функции в (13).

Перейдем к точным соотношениям, следующим из (13) в случае $\vec{P} = 0$ /7/:

$$W_{\mu\nu} = \pi \frac{M_\xi}{W^2} \sum_i \int_{S_0^2} d s^2 \int_{P_0^0} d p_0 \mathcal{Q}_P^i(p_0, s^2) \omega_{\mu\nu}, \quad (19)$$

где

$$P_0^0 = \frac{W}{2M_\xi} (k^0 \pm k) + \frac{M_\xi}{2W} (k^0 \mp k), \quad k^0 = \sqrt{k^2 + s^2},$$

k определяется из уравнения

$$W = \sqrt{k^2 + s^2} + \sqrt{k^2 + m_i^2}, \quad k^2 = \frac{1}{4} \left(W + \frac{s^2 - m_i^2}{W} \right)^2 - s^2.$$

В (19) удобно перейти к переменной $\eta = p_0 + \sqrt{(p_0)^2 - s^2}$:

$$W_{\mu\nu} = \pi \frac{M_\xi}{W^2} \sum_i \int_{S_0^2} d s^2 \int_{\eta_-}^{(W-m_i)^2 \eta_+} d \eta \mathcal{Q}_P^i(\eta, s^2) \omega_{\mu\nu}, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \eta_+ &= \frac{W}{M_\xi} (k^0 + k), \\ \eta_- &= \frac{W}{2M_\xi} (k^0 - k) + \frac{M_\xi}{2W} (k^0 + k) + \left| \frac{W}{2M_\xi} (k^0 - k) - \frac{M_\xi}{2W} (k^0 + k) \right|. \end{aligned}$$

Заметим, что $k + \sqrt{k^2 + s^2} = W - \epsilon m_i$, $\epsilon = m_i / k + \sqrt{k^2 + m_i^2}$, поэтому $\min(k + \sqrt{k^2 + s^2}) = W - m_i > W/2$. Для доказательства скейлинга при $V \rightarrow \infty$

воспользуемся требованием сходимости интеграла

$$\int \rho^i(\rho) d^4\rho < \infty, \quad (21)$$

которое сводится благодаря определению (14) к условию существования нормы волновой функции $\Psi^{(n)}$. Заметим, что для волновых функций с минимальным числом составляющих в КХД такое условие удовлетворяется. В переменных s^2, η условие (21) переписывается в виде

$$\int \rho^i(\eta, s^2) ds^2 d\eta < \infty.$$

Следовательно, имеет место следующее асимптотическое ограничение:

$$\rho^i(\eta, s^2) \xrightarrow{\eta \rightarrow \infty} f(s^2) \eta^{-(1+d)}, \quad (22)$$

где $d > 0$ и $\int_0^\infty ds^2 f(s^2) < \infty$, которое позволяет перейти к пределу $\nu \rightarrow \infty$ в границах интегрирования

$$\eta_+ \rightarrow \infty, \quad \eta_- \rightarrow \frac{s^2}{2M\xi} + \frac{M\xi}{2} + \left| \frac{s^2}{2M\xi} - \frac{M\xi}{2} \right|,$$

то есть в пределе $\nu \rightarrow \infty$ в (20) получаем

$$W_{\mu\nu} = \pi \frac{M\xi}{W^2} \sum_i \int_{s_0^2}^{\infty} ds^2 \int_{\eta_-}^{\infty} d\eta \rho^i(\eta, s^2) \omega_{\mu\nu}. \quad (23)$$

Наличие зависимости от W в границе интегрирования по s^2 указывает на нарушение скейлинга. Однако, переписывая (23) следующим образом:

$$W_{\mu\nu} = \pi \frac{M\xi}{W^2} \sum_i \left\{ \int_{s_0^2}^{\infty} ds^2 \int_{\eta_-}^{\infty} d\eta \rho^i(\eta, s^2) \omega_{\mu\nu} - \int_{(W-m_i)^2}^{\infty} ds^2 \int_{\frac{s^2}{M\xi}}^{\infty} d\eta \rho^i(\eta, s^2) \omega_{\mu\nu} \right\}, \quad (24)$$

видим, что второе слагаемое в (24), содержащее зависимость от W , стремится к нулю при $\nu \rightarrow \infty$ благодаря условию (22). Действительно, во втором слагаемом имеет место неравенство

$$\eta > \frac{s^2}{M\xi} > \frac{(W-m_i)^2}{M\xi} > \nu,$$

поэтому, пользуясь (22), его можно представить в виде

$$\int_{(W-m_i)^2}^{\infty} ds^2 f(s^2) \left(\frac{M\xi}{s^2}\right)^k < \nu^{-d} \int_{(W-m_i)^2}^{\infty} ds^2 f(s^2) \rightarrow 0.$$

Таким образом, исходя из точной формулы (19) подтверждается предельное соотношение (16), полученное в приближении партонной картины взаимодействия.

§ 3. Асимптотическое поведение $\xi \rightarrow 0$

Пользуясь представлением (15), можно исследовать поведение структурных функций вблизи эксклюзивного порога $\xi \rightarrow 0$. Легко видеть, что оно определяется асимптотическим поведением волновых функций покоящегося адрона в области больших импульсов всех составляющих $P_i < M\xi$. Аналогичным образом в системе $P_2 \rightarrow \infty$ упругий предел структурных функций согласно (18) задается поведением волновых функций светового фронта при $X_i \rightarrow 1$. Асимптотический анализ уравнений для n -частичных волновых функций связанных состояний в КХД [2,6]

$$\Psi_{\sigma}^{(n)}(P_1, \dots, P_n) \xrightarrow{|\vec{P}| \rightarrow \infty} |\vec{P}|^{-3(n-1)+n/2},$$

$$|\vec{P}_1| \sim |\vec{P}_2| \sim \dots \sim |\vec{P}_n| \sim |\vec{P}| \rightarrow \infty,$$

$$\Psi_{\infty}^{(n)}(\vec{P}_{1\perp}, \dots, \vec{P}_{n\perp}, x_1, \dots, x_n) \xrightarrow{x_i \rightarrow 1} (1-x_i)^{\frac{1}{2}(2n-3)+|\Delta\lambda|}$$

($|\Delta\lambda|$ — разность между спиральностью связанного состояния и спиральностью активного кварка) показывает, что импульсное приближение дает различные результаты в зависимости от системы отсчета. А именно, в формализме с покоящимися адронами получается более сильное падение при $\xi \rightarrow 0$: $\nu W_2 \sim \xi^{5n-6}$, чем общепринятое в настоящее время: $\nu W_2 \sim \xi^{2n-3+2|\Delta\lambda|/6}$, согласующееся со следствием импульсного приближения в системе отсчета $P_2 \rightarrow \infty$. Здесь мы имеем случай, когда нулевой порядок по теории возмущений не обеспечивает правильного описания исследуемой закономерности и необходим учет следующих членов разложения $\hat{T}(\xi)$ в (8). Заметим, что подобная ситуация имеет место при анализе асимптотического поведения упругого формфактора составной системы

$$F_M = \langle P' | J_M(0) | P \rangle.$$

Амплитуда глубокоупругого процесса (8) имеет такое же теоретико-полевое выражение, что и формфактор F_M , и поэтому является его неупругим аналогом. В роли массы конечного состояния выступает переменная $W^2 = (P+q)^2 = P'^2$. Существенное отличие от упругого формфактора состоит в том, что конечное состояние разлагается обычным образом по степеням константы связи:

$$|P'\rangle = \left\{ I + [P'_0 - \hat{H}_0 + i\epsilon]^{-1} \hat{T}(P'_0) \right\} |n\rangle,$$

и имеет ненулевой свободный предел в виде фоковского состояния. В

формализме $P_2 \rightarrow \infty$ ведущая асимптотика структурных функций по $(1-x_{vj})$, так же как и фактора по передаче, определяется в импульсном приближении, то есть в нулевом порядке по теории возмущений. Однако в нашем подходе $\vec{P} = 0$, как это будет видно из дальнейшего изложения, ведущая асимптотика по $(1-x_{vj})$ выявляется в следующем после нулевого порядке теории возмущений. Аналогичная ситуация наблюдается и при анализе представления для упругого фактора, записанного с помощью волновых функций покоящихся адронов. В этом случае также необходим учет следующих порядков предложенной в $^{1/2}$ теории возмущений по константе связи для оператора буста, определяющего конечное состояние $|P'\rangle$ с произвольным импульсом P' через состояние покоящейся составной системы $|\vec{\sigma}\rangle$.

Ниже мы покажем, что ведущая асимптотика при $g \rightarrow 0$ в системе $\vec{P} = 0$ соответствует диаграммам типа рис. 1, и результаты расчетов согласуются с импульсным приближением в системе $P_2 \rightarrow \infty$.

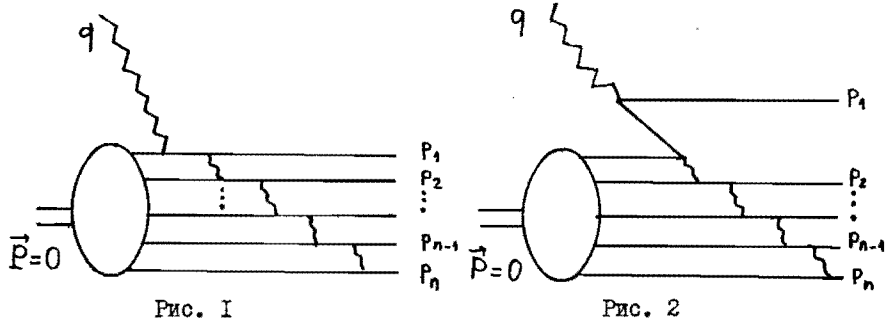


Рис. 1

Рис. 2

Для качественного объяснения сказанного заметим, что часть любой диаграммы (типа рис. 1), находящаяся справа от фотонной вершины, соответствует рассеянию составляющих с полным импульсом \vec{q} . В пределе $|\vec{q}| \rightarrow \infty$ (это есть исследуемая нами область) ядра, соответствующие этим диаграммам, определяются теорией возмущений в системе "бесконечного импульса" $P_2 \rightarrow \infty$ с осью Z , направленной вдоль вектора \vec{q} . Этим же интуитивно объясняется ожидаемое ослабление падения сечений при $g \rightarrow 0$ за счет характерного в $P_2 \rightarrow \infty$ сокращения слагаемых в энергетических знаменателях.

В системе отсчета $\vec{P} = 0$ необходим также учет диаграмм, описывающих рождение фотоном пар из вакуума (рис. 2). Вычисления показывают, что они дают вклад того же порядка, что и диаграммы рис. 1. Поскольку расчет диаграмм рис. 2 не вызывает дополнительных трудностей, ниже ограничимся изучением диаграмм рис. 1.

Рассмотрим для простоты случай мезона с двумя валентными состав-

ляющими. Используя представление (8) во втором порядке по константе взаимодействия в разложении $\hat{T}^1(\frac{1}{2})$, имеем³⁾

$$\Gamma_n = \int \Phi_0^{*(2)}(e)(d\vec{e}) \langle e_1 \underline{e}_2 | J_n(0) \{ [z - \hat{H}_0 + i\epsilon]^{-1} \hat{H}_1 \}^2 | P_1, P_2 \rangle, \quad (25)$$

$$(2\pi)^6 (d\vec{e}) \equiv \delta^{(3)}(\vec{l}_1 + \vec{l}_2) \frac{d\vec{e}_1}{2e_1} \frac{d\vec{e}_2}{2e_2}, \quad z = M + q_0, \quad H_1 = g \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi_a^c G_n^a.$$

В КХД связанные диаграммы, соответствующие (25), изображены на рис. 3.

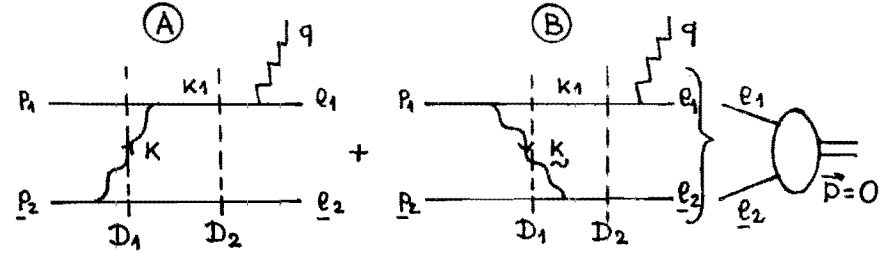


Рис. 3

Пользуясь представлением (8), можно сформулировать диаграммную технику, согласно которой каждому пунктирному сечению между вершинами взаимодействий соответствует энергетический знаменатель

$$D = M + q_0 - \sum_e \sqrt{k_e^2 + m_e^2}, \quad (26)$$

где \vec{k}_e - импульс, приписанный пересеченной пунктиром линии. В исследуемой нами области $|\vec{q}| \rightarrow \infty$ благодаря явному виду (26) становится очевидным вышеуказанное сокращение больших слагаемых таким образом, как это происходит в диаграммной технике $P_2 \rightarrow \infty$:

$$M + q_0 \sim |\vec{q}| + W^2/2|\vec{q}|,$$

$$\sum \sqrt{k_e^2 + m_e^2} \sim (|\vec{q}| + \sum \frac{k_{e,z}^2 + m_e^2}{2k_{e,z}}) \prod_e \theta(k_{e,z}).$$

Тожественная замена энергетических знаменателей (26) благодаря условию $\vec{q} = \sum_e \vec{k}_e$

$$D = M + q - \sum_e k_{e,z},$$

³⁾ Во избежание излишней загроможденности формул спиновые и цветовые индексы будем опускать.

где $\kappa_e^- = \sqrt{\vec{k}_e^2 + m_e^2} - \vec{k}_e \cdot \vec{q} / |\vec{q}|$, автоматически учитывает сокращение больших слагаемых $\sim |\vec{q}|$. В такой форме записи легко также сравнивать вклады в D от различных импульсов: импульсы с большими составляющими в направлении \vec{q} $\vec{k}_e \cdot \vec{q} / |\vec{q}| \rightarrow \infty$ дают вклад $\kappa_e^- \rightarrow 0$, малые $|\vec{k}_e| \sim m$ соответствуют $\kappa_e^- \sim m$. Для больших импульсов в обратном относительно \vec{q} направлении $\vec{k}_e \cdot \vec{q} / |\vec{q}| \rightarrow -\infty$ имеем $\kappa_e^- \rightarrow \infty$.

Согласно вышесказанному энергетические знаменатели диаграммы А имеют вид

$$D_1 = M\xi - p_1^- - k^- - l_2^-, \quad D_2 = M\xi - k_1^- - e_2^-.$$

Четырехмерную δ -функцию в (8) при $\vec{P} = 0$ также удобно представить в переменных p^+ , p^- и \vec{p}_\perp :

$$\delta^{(4)}(P + q - \sum_e p_e) = \delta^{(2)}(\sum_e \vec{p}_{e\perp}) \delta\left(\frac{W^2}{M\xi} - \sum_e p_e^+\right) \delta(M\xi - \sum_e p_e^-). \quad (27)$$

Откуда видно, что при $|\vec{q}| \rightarrow \infty$ и $\xi \rightarrow 0$ $p_1^-, k^- \sim o(\xi)$, а $k_1^- \sim o(m/|\vec{q}|)$, то есть

$$D_1 \simeq -l_2^-, \quad D_2 \simeq -l_2^-. \quad (28)$$

Аналогично для диаграммы В имеем

$$D_1 = M\xi - k_1^- - k_2^- - p_2^-, \quad D_2 = M\xi - k_1^- - l_2^-.$$

Однако, в отличие от диаграммы А, энергетический знаменатель $D_1 \simeq -k_2^- \sim o(1/\xi)$, поскольку $\vec{k}_2 = -\vec{k}$. Поэтому вклад диаграммы В в асимптотику структурных функций при $\xi \rightarrow 0$ подавлен.

Каждой внутренней линии, изображающей распространение частицы с массой m и трехмерным импульсом \vec{k} , сопоставляется фактор $(2\sqrt{\vec{k}^2 + m^2})^{-1}$. Тогда для волнистой линии, соответствующей безмассовому глюону с импульсом \vec{k} , этот фактор в асимптотической области $\xi \rightarrow 0$ можно заменить следующим выражением:

$$2\sqrt{\vec{k}^2} = 2|\vec{p}_2 - \vec{l}_2| \Rightarrow p_2^+ = \frac{\vec{p}_2^2 + m_2^2}{p_2^-}, \quad (29)$$

где мы учли ограниченность импульса \vec{l}_2 (что связано с быстрым падением волновой функции $\Phi_0^{(2)}(l)$ при $|\vec{l}| \rightarrow \infty$) и условие

$$p_1^- + p_2^- = M\xi.$$

Учет спина приводит к появлению в каждой внутренней линии дополнительных факторов $\hat{k} + m$ и $d_{sp}(k)$ для частиц со спином $1/2$ и 1 соответственно. Проекционный оператор глюона $d_{sp}(k)$ зависит от калибровочного условия, которое мы зафиксируем ковариантным образом:

$$d_{sp}(k) = -g_{sp}.$$

Внешние концы и вершины учитываются стандартным образом, как, например, в диаграммной технике Фейнмана.

Таким образом, учитывая (28), (29), Γ_M можно записать следующим образом:

$$\Gamma_M = e_1 g^2 C_F \left(\frac{1}{p_2^+}\right) \bar{U}(p_2) \left[\int (d\vec{e}) \Phi_0^{(2)}(e) \left(\frac{1}{l_2^-}\right)^2 \hat{M}_M \right] U(p_1), \quad (30)$$

где

$$\hat{M}_M = \gamma^p U(l_2) \otimes \bar{U}(l_1) \gamma_M \frac{\hat{k}_1 + m_1}{2k_1^0} \gamma_p, \quad \vec{k}_1 = \vec{l}_1 + \vec{q}, \quad C_F = \sum_a \frac{1}{4} \hat{T}_a \hat{T}_a.$$

Согласно представлению (8) и (27) для тензора $W_{\mu\nu}$ имеем

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2}{2p_1^0 2p_2^0} \Gamma_M \Gamma_\nu^\dagger \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \delta(p_1^+ + p_2^+ - \frac{W^2}{M\xi}) \delta(p_1^- + p_2^- - M\xi), \quad (31)$$

причем $p_i^2 = m_i^2$. Из-за наличия обрезającego фактора $(p_2^+)^{-1}$ в (30) в масштабно-инвариантном пределе (ведущая асимптотика по ν^{-1}) δ -функции в (31) заменяется на ⁴⁾

$$\delta(p_1^+ - \frac{W^2}{M\xi}) \delta(p_2^- - M\xi) \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \equiv \Delta(p_1, p_2).$$

Соответствующее приближение для \hat{M}_M дает

$$\hat{M}_M \rightarrow \frac{1}{2} \gamma^p U(l_2) \otimes \bar{U}(l_1) \gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu.$$

Тогда (31) принимает вид

$$W_{\mu\nu} = \frac{(e_1 g^2 C_F)^2}{(2\pi)^3} \int (d\vec{e}) \frac{\Phi_0^{(2)}(e)}{(l_2^-)^2} \hat{V}_{\mu\nu} \frac{\Phi_0^{(2)}(e)}{(l_2^-)^2} (d\vec{l}) \left(\frac{p_2^-}{\vec{p}_1^2 + m_2^2}\right)^2 \Delta(p_1, p_2) \frac{d\vec{p}_1}{2p_1^0} \frac{d\vec{p}_2}{2p_2^0}, \quad (32)$$

⁴⁾ Оставляя точные δ -функции, мы получили бы выражение, в котором аналогично (19) была бы учтена нарушающая скейлинг зависимость от W^2 .

где

$$\hat{V}_{\mu\nu} = \frac{1}{4} \bar{U}(p_1) \gamma_\mu \gamma^- \gamma_p (\hat{p}_1 + m_1) \gamma^\delta \gamma^- \gamma_\nu U(\tau_1) \otimes \bar{V}(\tau_2) \gamma_\delta (\hat{p}_2 - m_2) \gamma^\rho V(e_2).$$

После интегрирования по $d\vec{p}_1 d\vec{p}_2$ в (32) в ведущем по V порядке получим

$$W_{\mu\nu} = \xi^2 \frac{e_1^2 e_2^2 c_F^2}{32\pi^2 (m)^2} \int (d\vec{e}) \frac{\Phi_0^{(2)}(e)}{(e_2^-)^2} \bar{U}(p_1) \gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu U(\tau_1) \otimes \bar{V}(\tau_2) \gamma^- V(e_2) \frac{\Phi_0^{(2)}(\tau)}{(\tau_2^-)^2} (33)$$

Согласно определению W_1 , W_2 выражаются через

$$2W_1 = -g^{\mu\nu} W_{\mu\nu} + \frac{M^2}{M^2 + \nu^2/Q^2} W_{00}, \quad (34)$$

$$2W_2 = -\frac{g^{\mu\nu} W_{\mu\nu}}{M^2 + \nu^2/Q^2} + \frac{3M^2}{(M^2 + \nu^2/Q^2)^2} W_{00}.$$

Таким образом, из (33), (34) имеем

$$\frac{\nu}{M} W_2 = \xi^2 e_1^2 e_2^2 \frac{c_F^2}{4\pi} \int p (\Gamma \frac{\gamma^- \gamma^+}{2} \Gamma^+ \frac{\gamma^+ \gamma^-}{2}), \quad (35)$$

где

$$\Gamma = \frac{M}{m_2} \int (d\vec{\tau}) \frac{U(\tau_1) \Phi_0^{(2)}(\tau) \bar{V}(\tau_2)}{(\tau_2^-)^2}.$$

Полученное асимптотическое выражение (35) находится в согласии с расчетом импульсного приближения в теории поля на нуль-плоскости /6/ с точностью до постоянного коэффициента.

Предложенный в настоящей работе вариант теории возмущений для структурных функций глубоконеупругого процесса (I) успешно может быть применен в случае с произвольным числом составляющих. В результате исследуемые физические характеристики записываются в терминах волновых функций покоящегося связанного состояния, имеющих более ясный физический смысл, чем в системе $P_2 \rightarrow \infty$. Особый интерес такой формализм должен представлять для изучения составных систем (например, ядер), волновые функции которых в системе покоя уже исследовались в других процессах.

Авторы глубоко благодарны В.А. Матвееву и А.Н. Тавхелидзе за внимание к работе и ценные замечания.

Литература

1. Квинихидзе А.Н., Сисакян А.Н., Слепченко Л.А., Тавхелидзе А.Н. - ЭЧАЯ, т. 8, вып. 3, 478-543, 1977.
2. Квинихидзе А.Н., Матвеев В.А., Хведелидзе А.М. - Ковариантный оператор эволюции в составных моделях квантовой теории поля. Препринт ОИЯИ Р2-86-219, Дубна, 1986.
3. Kogut J., Susskind L. - Phys. Reports 8С, No 2, 75-172, 1973.
4. Lepage G.P., Btotsky S.J., Huang T., Mackenzie P. - Particles and Fieds - 2, Proc. of Banff Summer Institute, Banff, Canada, 1981, edited by A.Z. Capri and Komal (Plenum, New-York, 1983).
5. Матвеев В.А., Мурадян Р.М., Тавхелидзе А.Н. - ТМФ, т. 40, вып. 3, 329-339, 1979.
6. Gunion J.F., Nason P. and Blankenbecler R. - Phys. Rev., D29, No II, 2491-2511, 1984.
7. Savrin V.I., N. Skackov N.B. - Nuovo Cimento, v. 65A, No I, I-14, 1982.

Рукопись поступила в редакционный отдел
24 апреля 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике гажельных ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды Ш Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р. 50 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.
Д13-85-793	Труды ХП Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р. 80 к.
Д3,4,17-86-747	Труды У Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Квинихидзе А.Н., Сисакян А.Н., Хведелидзе А.М. P2-87-244
Описание глубоконеупругих процессов в терминах волновых функций покоящихся составных систем

Процесс неупругого лептон-адронного рассеяния изучается в системе покоя составной частицы. Предлагается новый вариант разложения структурных функций по константе взаимодействия, каждый член которого обладает свойством спектральности. Показано, что в системе покоя связанного состояния импульсное приближение недостаточно для корректного описания упругого предела $X_{Bj} \rightarrow 1$, в отличие от системы $P_e \rightarrow \infty$. Для получения ведущей асимптотики структурных функций при $X_{Bj} \rightarrow 1$ необходим учет взаимодействия составляющих в конечном состоянии. Указаны соответствующие диаграммы, расчет которых в модели КХД находится в согласии с ранее полученными результатами в рамках теории поля на нуль-плоскости.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Г.Г.Сандуковской

Kvinkhidze A.N., Sissakian A.N., Khvedelidze A.M. P2-87-244
Description of Deep-Inelastic Processes in Terms of the Rest Frame Wave Functions of Composites

The lepton-hadron inelastic scattering processes are studied in the rest frame of composite particles. A new perturbative expansion for the description of structure functions is proposed, each term of which possesses the spectral condition. It is demonstrated that, in contrast with infinite momentum frame case, impulse approximation is not valid for describing inelastic limit $X_{Bj} \rightarrow 1$ in the rest frame. To obtain leading behaviour of structure functions as $X_{Bj} \rightarrow 1$ it is necessary to take account of the interaction of constituents in a final state. The corresponding diagrams are pointed out and their computation in QCD conforms with the results obtained in the null-plane quantum field theory.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987