объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-87-154

Г.Н.Афанасьев

РАССЕЯНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НА ДВУХ БЕСКОНЕЧНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СОЛЕНОИДАХ

Направлено в "Journal of Mathematical Physics"

1987

I. Введение

Рассеяние заряженных частиц на бесконечном цилиндрическом соленоиде, несмотря на внешнюю простоту, таит в себе немало подводных камней. В частности, это связано с тем, что точные результаты известны только для бесконечно тонкого соленоида. В этом случае дифференциальное сечение рассеяния сингулярно, а интегральное бесконечно. Ранее (см., например, /I/) это обстоятельство связывалось с сингулярностью вектор-потенциала на оси тонкого соленоида. В настоящее время бесконечное значение сечения рассеяния связывается с дальнодействующим характером вектор-потенциала /2/.

Медленное $(\sim \rho^{-1})$ убывание вектор-потенциала приводит к изменению асимптотики волновой функции. Разделение полной волновой функции на части, соответствующие падающей и рассеянной волнам, становится неоднозначным. Это явилось причиной возникновения оживленной дискуссии /3/, которая продолжается и поныне /4/. В работе /5/ предположили, что начиная с некоторого расстояния R вектор-потенциал равен нулю. В результате оказывается возможным использовать в качестве падающей волны неискаженную плоскую. При $R \to \infty$ для амплитуды и сечения рассеяния получаются обычные формулы эффекта Ааронова - Бома (АБ). Однако в месте разрыва вектор-потенциала (при $\rho = R$) появляется бесконечное магнитное поле, что приводит к альтернативной интерпретации АБ-эффекта как рассеяния на этом магнитном поле.

В данной работе мы пытаемся разрубить этот узел, рассмотрев рассеяние заряженных частиц на двух бесконечных непроницаемых параллельных цилиндрических соленоидах с обратными по знаку, но равными по величине магнитными потоками. Суммарный вектор-потенциал убывает при $\rho \to \infty$ достаточно быстро $(\sim \rho^{-2})$, что позволяет использовать обычную плосковолновую асимптотику для волновой функции. Дифференциальное сечение рассеяния несингулярно как для конечного, так и для бесконечно тонкого соленоида, а интегральное сечение оказывается конечным. Амплитуды рассеяния, вычисленные в I-м борновском и высокоэнергетическом приближениях, совпадают при малых магнитных потоках (как это и должно быть). Волновые функции, используемые в данной работе, однозначны.

2. Вектор-потенциал

В дальнейшем мы будем широко пользоваться бицилиндрическими координатами μ, θ, z /6/:

$$x = a\frac{\sin\theta}{\operatorname{ch}\mu-\cos\theta}\ ,\ y = a\frac{\operatorname{sh}\mu}{\operatorname{ch}\mu-\cos\theta}\ ,\quad z = z$$

$$(-\infty < \mu < \infty,\ -\pi < \theta < \pi,\ -\infty < \mu < \infty). \qquad (2.I)$$

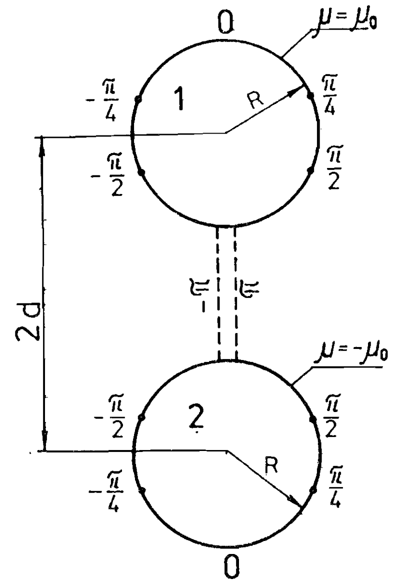

Рис. I

Окружностями I и 2 изображены два цилиндрических соленоида, отвечающие значениям $\mu=\pm\mu_0$. Вдоль окружностей даны значения угла θ .

При фиксированном μ и меняющихся θ , z точки (2.I) заполняют поверхность цилиндра радиуса $R = a/|\operatorname{sh}\mu|$. Его ось, параллельная оси z , проходит через точку $x = 0, y = d = a\cdot\operatorname{cth}\mu$. Ввиду того, что процесс рассеяния одинаков в любой из плоскостей, перпендикулярных оси z , достаточно ограничиться плоскостью $z = 0$. На рис. I изображены сечения двух соленоидов, отвечающих значениям $\mu = \pm\mu_0$. Для определенности припишем верхнему соленоиду $(\mu=\mu_0)$ индекс I, а нижнему $(\mu=-\mu_0)$ – индекс 2. Тогда при $\mu_0 < \mu < \infty$ точка (2.I) лежит внутри I-го соленоида, а при $-\infty < \mu < -\mu_0$ – внутри 2-го. При $-\mu_0 < \mu < \mu_0$ эта точка лежит вне соленоидов. При $\mu = \pm\mu_0$ изменение угла θ приводит к тому, что точки (2.I) пробегают вдоль одной из двух окружностей, изображенных на рис. I. Там же показаны значения углов θ на этих окружностях. Отметим, что точкам на соседних отрезках $x = \pm\epsilon$, $-a < y < a$ $(0 < \epsilon \ll 1)$ отвечают значения $\theta = \pm\pi$ соответственно. Бицилиндрические координаты выражаются через полярные ρ , φ следующим образом:

$$\mu = \frac{1}{2}\ln\frac{\rho^2+2a\rho\sin\varphi+a^2}{\rho^2-2a\rho\sin\varphi+a^2}\ ,\qquad \sin\theta = \frac{2a\rho\cos\varphi}{[(\rho^2-a^2)^2+4a^2\rho^2\cos^2\varphi]^{1/2}}\ .$$

Отсюда следует, что при $\rho\to\infty$ $\quad \mu \approx \frac{2a}{\rho}\sin\varphi\ ,\ \theta \approx \frac{2a}{\rho}\cos\varphi$.

Выразим вектор-потенциал в бицилиндрических координатах. Проще всего исходить из уравнений Пуассона:

$$(\partial_\mu^2+\partial_\theta^2)A_x = -\frac{1-\operatorname{ch}\mu_0\cos\theta}{(\operatorname{ch}\mu_0-\cos\theta)^2}\left[H_1\cdot\delta(\mu-\mu_0) - H_2\cdot\delta(\mu+\mu_0)\right]\cdot a\,,$$

$$(\partial_\mu^2+\partial_\theta^2)A_y = -\frac{\operatorname{sh}\mu_0\sin\theta}{(\operatorname{ch}\mu_0-\cos\theta)^2}\cdot\left[H_1\cdot\delta(\mu-\mu_0) + H_2\cdot\delta(\mu+\mu_0)\right]\cdot a\,.$$

Здесь H_1 , H_2 – напряженности магнитного поля внутри соленоидов (отметим, что для бесконечного цилиндрического соленоида $H_z = \mathrm{const}$, $H_x = H_y = 0$ внутри соленоида и $\vec{H} = 0$ снаружи). Непрерывными и убывающими при $\rho\to\infty$ решениями этих уравнений являются

$$A_x = a\cdot\sum_{n=1}^{\infty} R_n^x(\mu)\cdot\cos n\theta + \frac{H_1-H_2}{\exp(2\mu_0)-1}\cdot a\,,\quad A_y = a\sum_{n=1}^{\infty} R_n^y(\mu)\cdot\sin n\theta\,, \qquad (2.2)$$

где

$$R_n^x = (H_2 e^{-2\mu_0 n} - H_1)e^{-\mu n}\,,\qquad R_n^y = (H_2 e^{-2\mu_0 n} + H_1)e^{-\mu n}$$

внутри I-го соленоида $(\mu > \mu_0)$;

$$R_n^x = (H_2 - H_1 e^{-2\mu_0 n})e^{\mu n}\,,\qquad R_n^y = (H_2 + H_1 e^{-2\mu_0 n})e^{\mu n}$$

внутри 2-го $(\mu < -\mu_0)$ и

$$R_n^x = (H_2 e^{-\mu n} - H_1\cdot e^{\mu n})e^{-2\mu_0 n}\,,\qquad R_n^y = (H_1 e^{\mu n} + H_2 e^{-\mu n})e^{-2\mu_0 n}$$

вне соленоидов $(-\mu_0 < \mu < \mu_0)$.

Мы ограничимся наиболее интересным случаем $(H_1 = -H_2 = H)$. Тогда из (2.2) следует при $\rho\to\infty$ *)

$$A_y \approx \frac{HR^2 d}{\rho^2}\sin 2\varphi\,,\quad A_x = \frac{HR^2 d}{\rho^2}\cos 2\varphi \quad \left(R = \frac{a}{\operatorname{sh}\mu_0},\ d = a\cdot\operatorname{cth}\mu_0\right).$$

Поскольку вне соленоидов $\vec{H} = \operatorname{rot}\vec{A} = 0$, то $\vec{A}$ можно представить в виде градиента некоторой функции χ /8/ . Эта функция разрывна, поскольку для некоторых замкнутых контуров (точнее, для

----

*) Поучительно сравнить эту асимптотику $(\sim \rho^{-2})$ с поведением вектор-потенциала на бесконечности для одного цилиндрического соленоида $(\sim \rho^{-1})$ и тороидального соленоида $(\sim r^{-3})$ /7/.

контуров, охватывающих только один из соленоидов) $\oint A_l\, dl \neq 0$. Вычислим эту функцию. Рассмотрим сначала случай тонких соленоидов ($\mu_0 \gg 1$ или $R/d \ll 1$). Тогда вне соленоидов

$$A_x \simeq 2Ha\, e^{-2\mu_0}(1-\operatorname{ch}\mu\cos\theta),\quad A_y \simeq 2Ha\, e^{-2\mu_0}\sin\theta\,\operatorname{sh}\mu .$$

Отсюда сразу следует, что $\chi_0 = -2H a^2 e^{-2\mu_0}\cdot\theta$. Следующие свойства функции χ_0 существенны для дальнейшего: I) на больших расстояниях χ_0 убывает как ρ^{-1}: $\chi_0 = -4Ha^3 \exp(-2\mu_0)\cdot\cos\varphi/\rho$; 2) χ_0 испытывает скачок, равный $-4\pi H a^2 \exp(-2\mu_0)$ при переходе через отрезок $-d+R$, $d-R$ оси y. Детальное рассмотрение (аналогичное рассмотрению для тороидального соленоида /9/) показывает, что для конечного соленоида функция χ имеет асимптотическое поведение:

$$\chi = -4Ha^3\frac{1}{\exp(2\mu_0)-1}\,\frac{\cos\varphi}{\rho},$$

и скачок (на том же отрезке оси y), равный $-\Phi$ ($\Phi = \pi R^2 H$).

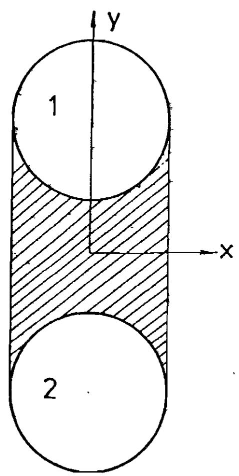

Рис. 2
Область определения вектор-потенциала в некулоновской калибровке. Вне соленоидов вектор-потенциал отличен от нуля только в заштрихованной области (см. текст).

Найденный вектор-потенциал (2.2) удовлетворяет калибровочному условию $\operatorname{div}\vec{A} = 0$. Покажем, что в некулоновской калибровке можно найти вектор-потенциал, отличный от нуля только в ближайшей окрестности соленоида. Предварительно заметим, что условие $\operatorname{div}\vec{A} = 0$ автоматически выполнено, если

$$A_y = \frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial y},\qquad A_x = -\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \Delta\psi. \tag{2.3}$$

Подставляя A_x, A_y в выражение $\operatorname{rot}\vec{A} = H$, приходим к следующему уравнению для функции ψ: $\Delta\psi = f\cdot H$, где $f = 0$ при $|x| > R$. При $|x| < R$ имеем $f = y - d - \sqrt{R^2-x^2}$

внутри I-го соленоида; $f = -y - d - \sqrt{R^2-x^2}$ внутри 2-го; $f = -2\sqrt{R^2-x^2}$ в промежутке между двумя соленоидами ($-d+\sqrt{R^2-x^2} \le y \le d-\sqrt{R^2-x^2}$). Наконец, $f = 0$ как при $d+\sqrt{R^2-x^2} < y < \infty$, так и при $-\infty < y < -d-\sqrt{R^2-x^2}$. Заметим, что (2.3) можно представить в виде $\vec{A} = \vec{A}' + \operatorname{grad}\frac{\partial\psi}{\partial x}$. Таким образом, $\vec{A}$ с точностью до калибровочного преобразования совпадает с $\vec{A}' = (-Hf, 0)$. Заметим, что вне соленоидов $\vec{A}' \neq 0$ только в области между двумя соленоидами (рис. 2), где он равен $A'_x = 2H\sqrt{R^2-x^2}$, $A'_y = 0$. В дальнейшем, при расчете амплитуды рассеяния, мы будем пользоваться только вектор-потенциалом (2.2).

3. Амплитуда рассеяния

Пусть пучок падающих частиц направлен вдоль оси x (рис. 3). В I-м борновском приближении имеем

$$\Psi = \Psi_0 + \frac{2ie}{\hbar c}\int G_0(\vec{r},\vec{r}\,')\,V_1\cdot\Psi_0(\vec{r}\,')\,dV'. \tag{3.I}$$

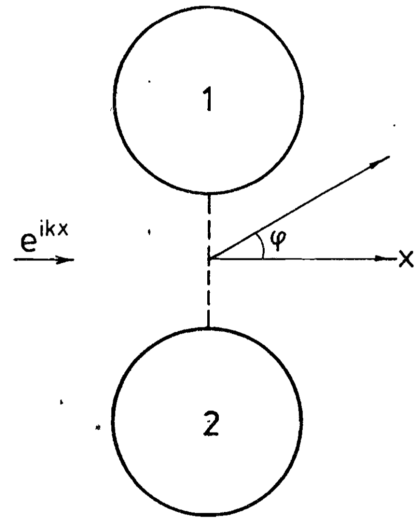

Рис. 3
Падающая волна распространяется перпендикулярно плоскости, проходящей через оси обеих соленоидов. Показан угол рассеяния φ. Пунктиром изображена область разрыва производящей функции χ.

Здесь Ψ_0, G_0 – волновая и гриновская функции, отвечающие рассеянию на двух непроницаемых бесконечных цилиндрах, совпадающих с соленоидами в отсутствие магнитного поля. Они обращаются в нуль на поверхности (равно как и внутри) каждого из цилиндров, $V_1 = \vec{A}\cdot\vec{\nabla}$. Поскольку V_1 и Ψ_0 в (3.I) не зависят от z', то трехмерную функцию Грина $G_0(\vec{r},\vec{r}\,')$ проинтегрируем по z' и перейдем к двумерной $G_0(\vec{\rho},\vec{\rho}\,')$, зависящей только от $\vec{\rho}$, $\vec{\rho}\,'$ (например, интегрируя 3-мерную плосковолновую функцию Грина $-\frac{\exp(ikR)}{4\pi R}$, $R = \sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$ по z', приходим к двумерной функции Грина $\frac{1}{4i}H_0^{(1)}(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}\,'|)$).

В итоге вместо (3.I) получаем

$$\psi = \psi_0 + \frac{2ie}{\hbar c}\int G_0(\vec{\rho},\vec{\rho}\,')\cdot \vec{A}\cdot\nabla\psi_0(\vec{\rho}\,')\,d^2\vec{\rho}\,', \qquad (3.2)$$

причем интегрирование выполняется в области вне соленоидов, где $\vec{A} = \mathrm{grad}\,\chi$. С учетом этого

$$A_i\frac{\partial\psi_0}{\partial x_i} = \frac{\partial\chi}{\partial x_i}\frac{\partial\psi_0}{\partial x_i} = \frac{1}{2}\Delta(\chi\psi_0) - \frac{1}{2}\chi\cdot\Delta\psi_0 = \frac{1}{2}\Delta(\chi\psi_0) + \frac{1}{2}k^2\chi\psi_0 .$$

Поэтому $\psi = \psi_0 + \frac{ie}{\hbar c}\int G_0(\vec{\rho},\vec{\rho}\,')(\Delta+k^2)\chi\psi_0\,d^2\vec{\rho}\,'$. После двукратного интегрирования по частям получаем

$$\psi = \psi_0 + \frac{ie}{\hbar c}G_0\chi\psi_0 + \frac{ie}{\hbar c}\int \mathrm{div}\left(G_0\,\mathrm{grad}\,\chi\psi_0 - \chi\psi_0\,\mathrm{grad}\,G_0\right)d^2\rho'. \qquad (3.3)$$

Для получения амплитуды рассеяния необходимо найти предел этого выражения при $\rho\to\infty$. Рассмотрим по отдельности каждый из членов в правой части (3.3). Первый член при $\rho\to\infty$ сводится к падающей плоской волне и амплитуде рассеяния на 2-х непроницаемых цилиндрах в отсутствие магнитного поля. Второй член в (3.3) убывает при $\rho\to\infty$ как $\rho^{-3/2}$ и потому не дает вклада в амплитуду рассеяния (учтем, что для 2-мерного рассматриваемого случая амплитуда рассеяния - коэффициент при $\exp(ik\rho)/\sqrt{\rho}$). Если бы под знаком оператора div в (3.2) стояла непрерывная функция, то интеграл в (3.2) в силу теоремы Гаусса можно было бы свести к интегралам по поверхности соленоидов и поверхности C_0 цилиндра достаточно большого радиуса (точнее, по проекциям этих поверхностей на плоскость $z = 0$). Интеграл по поверхности соленоидов равен нулю ($\psi_0 = G_0 = 0$ на них). Из-за асимптотического поведения функции χ (см. п. 2) обращается в нуль интеграл по C_0 . Учтем теперь, что под знаком оператора расходимости в (3.2) стоит разрывная функция. Детальное рассмотрение показывает, что, как и в случае тороидального соленоида /9/, возникает интеграл по области разрывности функции χ :

$$i\gamma\int_{-d+R}^{d-R} dy'\cdot\left(G_0\frac{\partial\psi_0}{\partial x'} - \psi_0\frac{\partial G_0}{\partial x'}\right)\Bigg|_{x'=0}, \quad \gamma = \frac{e\Phi}{\hbar c},\ \Phi = \pi R^2\cdot H. \qquad (3.4)$$

Волновое уравнение не разделяется в бицилиндрических координатах. Следуя методу Кирхгофа (см., например, /I0/), будем считать, что ψ_0 и G_0 в области между соленоидами можно аппроксимировать их плосковолновыми аналогами:

$$\psi_0 \approx \exp(ikx'), \quad G_0 \approx \frac{1}{4i}H_0^{(1)}\left(k\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}\right).$$

Переходя в (3.4) к пределу $\rho\to\infty$, получаем для амплитуды рассеяния и сечения рассеяния магнитным полем следующие выражения x):

$$f_1(\varphi) = \gamma\sqrt{\frac{i}{2\pi k}}\,\frac{1+\cos\varphi}{\sin\varphi}\sin[k(d-R)\sin\varphi], \quad \sigma_1(\varphi) = \frac{\gamma^2}{2\pi k}\mathrm{ctg}^2\frac{\varphi}{2}\cdot\sin^2[k(d-R)\sin\varphi]. \qquad (3.5)$$

В отличие от сечения рассеяния на одном цилиндре, сечение рассеяния (3.4) на двух цилиндрах с обратными по знаку, но равными по величине магнитными потоками конечно при любом радиусе R, в том числе при $R=0$ (2 соленоидные нити). Интегральное сечение $\sigma_T = \int\sigma(\varphi)\,d\varphi$ можно вычислить в предельных случаях малых и больших длин волн:

$$\sigma_T = \begin{cases} 4\cdot(d-R)\cdot\gamma^2, & k(d-R)\gg 1, \qquad (3.6)\\ \frac{3}{2}k\gamma^2\cdot(d-R)^2, & k(d-R)\ll 1. \qquad (3.7)\end{cases}$$

Границы применимости этих выражений - те же, что и метода Кирхгофа в оптике: длина волны k^{-1} должна быть малой по сравнению с шириной "щели" $d-R$. Поэтому справедливость выражения (3.7) сомнительна, хотя оно и исчезает при $d=R$ (как и должно быть).

Вычислим теперь амплитуду рассеяния в высокоэнергетическом приближении. Для этого в уравнении Липпмана - Швингера

$$\psi = \psi_0 + \int G_0\cdot\left(\frac{2ie}{\hbar c}\vec{A}\cdot\vec{\nabla} + \frac{e^2}{\hbar^2c^2}\vec{A}^2\right)\psi\cdot d^2\vec{\rho}\,' \qquad (3.8)$$

делаем следующие, типичные для этого метода приближения /II/: под знаком интеграла в (3.8) точную волновую функцию ψ - заменяем её высокоэнергетическим приближением:

$$\psi \approx \exp\left(ikx + \frac{ie}{\hbar c}\int_{-\infty}^{x}A_x\,dx\right).$$

Тогда

$$\psi = \psi_0 - \frac{2ke}{\hbar c}\int G_0\,e^{ikx'}\left(A_x + \frac{e}{2\hbar ck}\vec{A}^2\right)\exp\left(\frac{ie}{\hbar c}\int_{-\infty}^{x'}A_x\,dx\right)dx'\,dy'.$$

----

x) Сравним эти выражения с амплитудой рассеяния на тороидальном соленоиде $(\rho-d)^2+z^2=R^2$ /9/:

$$f_1(\theta) = \gamma\,\frac{1+\cos\theta}{2}\cdot(d-R)\cdot J_1[k(d-R)\sin\theta]/\sin\theta .$$

Для достаточно больших энергий квадратичным по вектор-потенциалу членом можно пренебречь:

$$\Psi = \Psi_0 + 2ik\int G_0 \cdot e^{ikx'} \frac{\partial}{\partial x'} \exp\left(\frac{ie}{\hbar c}\int_{-\infty}^{x'} A_x dx\right) dx'dy' .$$

Подставляя вместо G_0 её плосковолновой аналог $\frac{1}{4i} H_0^{(1)}(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}\,'|)$ и переходя к пределу $\rho \to \infty$, получаем для амплитуды рассеяния

$$f_1 = \sqrt{\frac{k}{2\pi i}} \int e^{ikx'(1-\cos\varphi)} e^{-iky'\sin\varphi} \frac{\partial}{\partial x'} \exp\left(\frac{ie}{\hbar c}\int_{-\infty}^{x'} A_x dx\right) dx'dy' .$$

Поскольку при высоких энергиях доминирует рассеяние на малые углы, то можно положить $\exp[ikx'(1-\cos\varphi)] \simeq 1$. Тогда

$$f_{h.e.} = -\sqrt{\frac{2}{\pi i k}} \cdot (1 - e^{i\gamma}) \cdot \sin[k(d-R)\sin\varphi] / \sin\varphi ,$$

$$\sigma_{h.e.} = \frac{8}{\pi k} \left\{ \sin\frac{\gamma}{2} \cdot \frac{\sin[k(d-R)\sin\varphi]}{\sin\varphi} \right\}^2 , \qquad (3.9)$$

$$\int \sigma_{h.e.} d\varphi = 16\,(d-R) \cdot \sin^2\frac{\gamma}{2} .$$

Эти выражения совпадают с (3.5) и (3.6) при малых γ.

Обобщение на случай цилиндров различных радиусов - тривиально. Рассмотрим два цилиндра (рис. 4), соответствующие $\mu = \mu_1$ и $\mu = -\mu_2$ $(\mu_1, \mu_2 > 0)$. Положим $R_1 = a / \mathrm{sh}\,\mu_1$, $R_2 = a / \mathrm{sh}\,\mu_2$, $d_1 = a \cdot \mathrm{cth}\,\mu_1$, $d_2 = a \cdot \mathrm{cth}\,\mu_2$. Тогда если магнитные потоки в цилиндрах равны по величине и противоположны по знаку $(\Phi_1 = -\Phi_2 = \Phi)$, то справедливы полученные ранее формулы (3.5) и (3.9) для сечений, где под d и R следует понимать $d = \frac{d_1 + d_2}{2}$ и $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$.

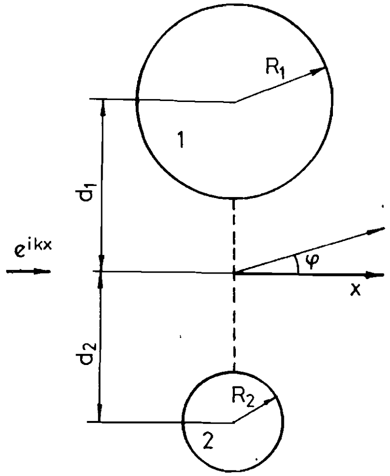

Рис. 4
То же, что на рис. 3, но для цилиндров различных радиусов.

4. Заключение

В итоге, используя I-е борновское и высокоэнергетические приближения, мы получили амплитуду и сечение рассеяния в магнитном поле двух бесконечных цилиндрических соленоидов с обратными по знаку, но равными по величине магнитными потоками. Дифференциальные сечения не имеют сингулярностей (в отличие от рассеяния на одном соленоиде), а интегральные оказываются конечными.

Приведем теперь конкретный пример, показывающий, что в одном и том же многосвязном пространстве при нетривиальных вектор-потенциалах и однозначных волновых функциях возможно как наличие АБ-эффекта, так и его отсутствие. С этой целью мы окружим два цилиндрических соленоида $(\Phi_1 = -\Phi_2 = \Phi)$ общим непроницаемым экраном цилиндрической формы C_0 (см. рис. 5).

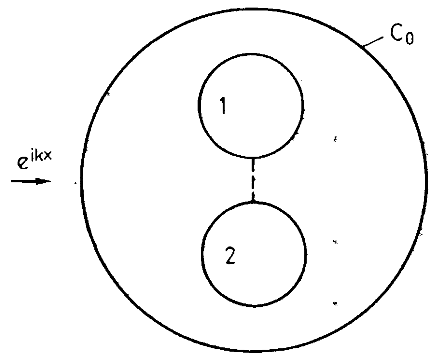

Рис. 5
Иллюстрация отсутствия АБ-эффекта в многосвязной области. Причина - недостижимость области разрывности функции χ для падающих частиц.

Повторяя дословно рассуждения предыдущего раздела, мы обнаруживаем, что магнитное поле не дает вклада в амплитуду рассеяния. Это связано с тем, что область разрывности χ-функции (по которой берется интеграл в (3.4)) находится внутри непроницаемого экрана, где $\Psi = 0$. С другой стороны, магнитное поле вносит конечный вклад в амплитуду рассеяния при $\Phi_1 \neq -\Phi_2$ или же если внутри C_0 находится только один соленоид. Мы заключаем, что в одном и том же многосвязном пространстве (пространстве вне C_0) при нетривиальных вектор-потенциалах возможно как существование АБ-эффекта, так и его отсутствие.

Мы упоминали во введении, что будем использовать только однозначные волновые функции. Причина заключается в том, что реальные (а не мысленные) эксперименты ставятся в односвязном пространстве (например, цилиндрический соленоид имеет конечную длину или потенциальный барьер имеет конечную высоту). В односвязном пространстве допустимы только однозначные волновые функции. Осложнения возникают от того, что все вычисления выполняются в идеальном многосвязном пространстве[x)], в котором существует бесконечно много неэквивалентных представлений углового момента. Есть два возможных способа разрешить эту парадоксальную ситуацию. Один из них состоит в том, чтобы использовать однозначные волновые функции (что мы и делали), не обращая внимания на многосвязность идеализированного пространства (см., например, /I3/). Второй путь состоит в использовании многозначных волновых функций /I4/. Мы считаем, что оба подхода эквивалентны. Однако вероятность ошибки гораздо больше на втором пути, поскольку нет четкого критерия для отбора того или иного представления /I5/. Пример тому - поток работ, в которых доказывается отсутствие АБ-эффекта.

Литература

I. Corinaldesi E. and Rafeli F. Am. J. Phys., I978, 46, p. II85; Henneberger W.C. Phys. Rev. A, I98I, 22, p. I383; Henneberger W.C. J. Math. Phys., I98I, 22, p. II7.
2. Gauthier N. and Rochon P. J. Math. Phys., I985, 26, p. 22I8.
3. Скаржинский В.Д. Краткие сообщения по физике, I984,№ 4, с. 8; Berry M.V. et al. Eur. J. Phys., I980, I, p. I54; Kawamura K. et al. Progr. Theor. Phys., I980, 67, p. I263; Takabayasi T. Hadr. J. Suppl., I985, I, p. 2I9.
4. Liang J.Q. Nuovo Cimento B, I986, 92, p. I67, Phys. Let. A, 1987, 119, p.325.
5. Liang J.Q. Phys. Rev. D., I985, 32, p. I0I4.
6. Морс Ф.М. и Фешбах Г. Методы теоретической физики.т.2,ИЛ,М.,I960.
7. Afanasiev G.N. J. Comput. Phys. , I987, 59, p. 143 ; ОИЯИ, I987, Дубна, P4-87-106.
8. Rothe H.J. Nuovo Cimento A, I98I, 62, p. 54; Ruijsenaars S.N.M. Ann. Phys., I983, I46, p. I; Philippidis C., Bohm D. and Kaye R.D. Nuovo Cimento B., I982, 7I, p. 75; Afanasiev G.N. JINR Rapid Commun, I985, No 6, p. I7.
9. Afanasiev G.N. JINR, I987, P4-87-I07; Любошиц В.Л. и Смородинский Я.А. ЖЭТФ, I978, 75, с. 40; ОИЯИ, I978, P2-III89.
I0. Борн М. и Вольф Э. Основы оптики. "Наука", М., I970; Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. "Наука", М., I972.

---

x) "... description of Aharonov and Bohm is over-idealized at a decisive point" /I2/.

II. Glauber R. Lectures in Theor. Phys., v. I, Interscience Publ., New York, I954, Ситенко А.Г. Теория рассеяния, "Выща школа", Киев, I975.
I2. Strocchi F. and Wightman A.S. J. Math. Phys., I974, I5, p. 2I98.
I3. Jang C.N. In: Proc Int. Symp. Foundations of Quantum Mechanics (ed. Kamefuchi S., Japan Phys. Soc., Tokyo, I984), p. 5-9; Aharonov Y., ibid, p. I0-I9.
I4. Wu T.T. and Yang C.N. Phys. Rev. D, I975, I2, p. 3845; Roy S.M. and Singh V. Nuovo Cimento A., I984, 79, p. 39I.
I5. Bawin M. and Burnel A. J. Phys. A, I985, I8, p. 2I23.

Рукопись поступила в издательский отдел
I2 марта I987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р.50 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра,.Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна,1985.	4 р.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна 1985.	4 р. 80 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта,1986.	4 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Афанасьев Г.Н. Р2-87-154

Рассеяние заряженных частиц на двух бесконечных цилиндрических соленоидах

Рассматривается рассеяние заряженных частиц на двух бесконечных параллельных непроницаемых цилиндрических соленоидах с одинаковыми по величине и обратными по знаку магнитными потоками. Амплитуда рассеяния вычислена в первом борновском и высокоэнергетическом приближениях. В обоих случаях дифференциальное сечение несингулярно, а интегральное - конечно. Даны конкретные примеры, показывающие, что в одном и том же многосвязном пространстве при нетривиальных вектор-потенциалах и однозначных волновых функциях эффект Ааронова - Бома может существовать, но может и отсутствовать. Обсуждаются причины использования однозначных волновых функций.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Г.Г.Сандуковской

Afanasiev G.N. P2-87-154

The Scattering of Charged Particles on Two Infinite Cylindrical Solenoids

We consider the scattering of charged particles on two parallel infinite impenetrable cylindrical solenoids with magnetic fluxes of the same magnitude but opposite sign. The scattering amplitude is obtained in the 1-st Born and high-energy approximations. In both the cases the differential cross section is nonsingular, whereas the integral one is finite. We show that in the same multiconnected space with nontrivial vector-potential and single-valued wave functions the Aharonov - Bohm effect may or may not exist.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987