объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-87-134

В.А.Бейлин*, В.А.Нестеренко*, А.В.Радюшкин

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ РАДИУС К-МЕЗОНА

Направлено в журнал "Modern Physics Letters"

---

* Ростовский государственный университет

1987

Важным вкладом в развитие метода правил сумм КХД (ПС), первоначально примененного для вычисления различных статических адронных параметров [1-4], явилась разработка принципов и приемов, позволяющих рассчитывать динамические характеристики адронов, такие, как формфакторы [5,6] в широкой области передач импульса. Исследование К-мезонного формфактора базируется на анализе 3-точечной амплитуды вида

$$T(p_1^2, p_2^2, Q^2) = \frac{n_\alpha n_\beta n_\mu}{2(nP)^3} i^2 \int d^4x\, d^4y\, e^{ip_2x - iqy} \times \qquad (1)$$

$$\times \langle 0|T\{j_\alpha(x)\, J_\mu(y)\, j_\beta^+(0)\}|0\rangle ,$$

содержащей аксиальные точки $j_\alpha = \bar{s}\gamma_5\gamma_\alpha u$ с квантовыми числами K^+-мезона и электромагнитный ток $J_\mu = e_u \bar{u}\gamma_\mu u - e_s \bar{s}\gamma_\mu s$ ($e_u = 2/3$, $e_s = -1/3$ – электрические заряды кварков). Светоподобный вектор n_μ ($n^2 = 0$, $np_1 = np_2 \equiv nP$, $nq = np_2 - np_1 = 0$) используется для выделения инвариантной амплитуды, соответствующей в системе бесконечного импульса структуре $P_\alpha P_\beta P_\mu$, где $P = (p_1 + p_2)/2$, $q^2 = (p_2 - p_1)^2 \equiv -Q^2 \equiv -t$. Здесь p_1, p_2 — начальный и конечный импульс каона соответственно.

Анализ амплитуды (1) в симметричной кинематике $|p_1^2| \sim |p_2^2| \sim t$ с использованием техники [5,6] позволяет определить поведение $F_{K^+}(t)$ в области промежуточных t : $m_\phi^2 \le t \le 4$ ГэВ^2. Однако подход [5,6] не может быть прямо использован в области малых t, поскольку появляются вклады в $T(p_1^2, p_2^2, Q^2)$, существенно зависящие от динамики на расстояниях $\sim 1/Q$. При $Q^2 \lesssim m_\rho^2 = 0,6$ ГэВ^2 становится невозможным прямое использование теории возмущений для определения величины этих вкладов и требуется дополнительная факторизация вкладов больших и малых расстояний с учетом непертурбативных эффектов. Для формфактора пиона такая процедура была проведена в [7] с использованием техники факторизации, развитой в [8,9]. Было обнаружено, что эта процедура сводится к добавлению в правила сумм некоторых новых вкладов, исчезающих при больших Q^2, но обеспечивающих при $Q^2 = 0$ конечность $\left.\frac{dF_\pi}{dt}\right|_{t=0}$ и правильную нормировку $F_\pi(0) = 1$. Для x-представления амплитуды (1) такие вклады следуют из областей, где x^2 мало, а y^2 и $(x-y)^2$ велики. Находя из (1) $T^{pert}(p_1^2, p_2^2, Q^2)$, можно увидеть, что существуют члены $\sim \ln t$, $\ln m_s^2$, растущие при $t \to 0$, для регуляризации которых нужны дополнительные вклады. Проводя для (1) соответствующее операторное разложение [7,10], мы выделяем при $t \sim 0$ члены, имеющие структуру

$$C(p^2, m_s^2)[\pi(t) - \pi^{PT}(t)],$$

где $\pi(t)$ — полный коррелятор некоторого составного оператора, возникшего при операторном разложении, с электромагнитным током, $\pi^{PT}(t)$ — пертурбативный аналог этого коррелятора. Исходя из требования совпадения структуры $\pi(t)$ в асимптотике $t \to \infty$ со структурой $\pi^{PT}(t)$, получаемой при операторном разложении, запишем представление таких членов в виде дисперсионного интеграла без вычитаний:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\infty ds\, \frac{\rho(s) - \rho^{PT}(s)}{s + t} .$$

Далее для нахождения величины этих вкладов используем стандартный метод правил, то есть, вычисляя $\rho^{PT}(s)$, непертурбативные поправки $\sim \langle\bar{s}s\rangle$, $\langle\bar{u}u\rangle$ и $\langle GG\rangle$ к соответствующим корреляторам и моделируя $\rho(s)$ одним низшим резонансом, построенным соответственно из u- и s-кварков как

$$\rho(s) = e_u[f_1\delta(s - m_\rho^2) + \rho_1^{PT}(s)\theta(s > \sigma_1)] -$$

$$- e_s[f_2\delta(s - m_\phi^2) + \rho_2^{PT}(s)\theta(s > \sigma_2)], \qquad (2)$$

фиксируем после обработки ПС значения вычетов f_1, f_2 и параметров порога континуума σ_1, σ_2. При этом в ПС рассматривается максимально широкая область t для экстраполяции асимптотической связи ($\pi(t) \to \pi^{PT}(t)$ при $t \to \infty$) на конечные значения t.

Еще два типа вкладов при малых t находятся с использованием уравнений движения и техники правил сумм, они содержат значительное число различных корреляторов, получаемых при выделении после операторного разложения инвариантной амплитуды — коэффициента при $P_\alpha P_\beta P_\mu$.

Суммируя все вклады в области $|p_1^2| = |p_2^2| \equiv s > t$ и проводя по s борелевское преобразование, получаем для формфактора К-мезона следующие ПС:

$$\left[\frac{f_K^2 F_K(t)}{M^2} + C_K(t)\right] e^{-\frac{M_K^2}{M^2}} + \left[\frac{f_{K'}^2 F_{K'}(t)}{M^2} + C_{K'}(t)\right] e^{-\frac{M_{K'}^2}{M^2}} =$$

$$= \frac{3}{2\pi^2}\int_0^1 dx \int_0^1 d\xi\, x\bar{x}\, e^{-\frac{t}{M^2}\xi\bar{\xi}\frac{x}{\bar{x}}} \left[e_u e^{-\frac{m_s^2}{xM^2}} - e_s e^{-\frac{m_s^2}{\bar{x}M^2}}\right] + \qquad (3)$$

$$+\frac{1}{40\pi^2 M^4}\Big[e_u t\Big(t\ln\frac{t}{t+\sigma_1}+\sigma_1-\frac{\sigma_1^2}{2(t+m_\rho^2)}\Big)-e_s t\int_{4m_s^2}^{\sigma_2} d\sigma\,\sigma\Big(1-\frac{4m_s^2}{\sigma}\Big)^{5/2}\times$$

$$\times\Big(\frac{1}{t+\sigma}-\frac{1}{t+m_\phi^2}\Big)\Big]+\frac{m_s\langle\bar s s\rangle}{M^4}+\frac{16}{9}\,\frac{\pi\alpha_s\langle\bar s s\rangle\langle\bar u u\rangle}{M^6}-$$

$$-\frac{32}{27}\,\frac{\pi\alpha_s\langle\bar s s\rangle\langle\bar u u\rangle}{M^6}\,t\Big(\frac{e_u}{t+m_\rho^2}-\frac{e_s}{t+m_\phi^2}\Big)+\frac{\pi\alpha_s\langle\bar s s\rangle^2}{M^6}\Big[\Big(e_u-e_s\frac{m_\phi^2}{t+m_\phi^2}\Big)\frac{16}{81}+$$

$$+e_u\cdot\frac{8}{243}\,\frac{t}{M^2}\Big]+\frac{\pi\alpha_s\langle\bar u u\rangle^2}{M^6}\Big[\Big(e_u\frac{m_\rho^2}{t+m_\rho^2}-e_s\Big)\cdot\frac{16}{81}-\frac{8}{243}e_s\frac{t}{M^2}\Big]+$$

$$+\frac{\alpha_s}{\pi}\langle GG\rangle\frac{1}{24M^4}\Big[e_u\Big(1+\frac{m_\rho^2}{t+m_\rho^2}\Big)-e\Big(1+\frac{m_\phi^2}{t+m_\phi^2}\Big)\Big]+0(m_s^2)+0(\alpha_s).$$

Здесь через $0(m_s^2)$ обозначены члены, полученные из разложения $(1-e^{m_s^2/M^2})$, $\int_0^1 f(x)(1-e^{-m_s^2/xM^2})dx$. Члены $\sim 0(\alpha_s)$ также малы по сравнению с учтенными непертурбативными поправками. Значения параметров в (3): $m_\rho^2 \simeq 0{,}6$ ГэВ^2, $m_\phi^2 \simeq 1{,}04$ ГэВ^2, $m_K^2 \simeq 0{,}24$ ГэВ^2, $m_s^2 \simeq 0{,}023$ ГэВ^2, $f_K \simeq \sqrt{2} f_\pi$, $\sigma_1 \simeq 1{,}5$ ГэВ^2, $\sigma_2 = 1{,}9$ ГэВ^2, $\langle\frac{\alpha_s}{\pi}GG\rangle = 0{,}012$ ГэВ^4, $\langle\bar u u\rangle = -(0{,}25$ ГэВ$)^3$, $\langle\bar s s\rangle \simeq 0{,}8\langle\bar u u\rangle$ [12,13,14,17].

Величины $M_{K'}^2 = 1{,}9 \div 2$ ГэВ^2 и $f_{K'} \simeq 230$ МэВ, хорошо согласующиеся с экспериментом [18], можно зафиксировать из анализа 2-точечных правил сумм, взяв их, например, из [14]. Близкие значения получены также в [11].

ПС (3) при $t = 0$ переходят в соответствующие ПС для двухточечной амплитуды, что означает правильную нормировку $F_K(0) = 1$. Сохраняя точность ПС ($\sim 10\%$), можно вычесть из ПС (3) правила сумм для $F(0)$. Обрабатывая полученные выражения при $t \to 0$ (после деления на t), мы находим величину зарядового радиуса мезона в соответствии с определением:

$$\langle r_K^2\rangle = -\frac{1}{6}\,\frac{dF_K(t)}{dt}\Big|_{t=0} = -\frac{1}{6}\,\frac{F_K(t)-F_K(0)}{t}\Big|_{t=0}.$$

Заметим, что для удаления недиагонального формфактора $C_K(t)$ мы дифференцируем (3) по $1/M^2$, а $f_{K'}^2 F_{K'}(t)/t$ и $C_{K'}(t)/t$ определяются из дважды продифференцированных по $1/M^2$ ПС при конкретных значениях t.

Окончательно получаем

$$\langle r_{K^+}^2\rangle_{\text{теор}} = 0{,}26 \pm 0{,}05 \text{ фм}^2$$

$$(\langle r_{K^+}^2\rangle_{\text{эксп}} = 0{,}28 \pm 0{,}05 \text{ фм}^2 \;/15/). \qquad (4)$$

Как видно, последовательный учет специфических вкладов, отражающих динамику системы на больших расстояниях, позволяет получить хорошее согласие с экспериментальными величинами, оставаясь в рамках "стандартного" метода ПС КХД. (Близкие результаты можно получить и в методе конечно-энергетических ПС [16], где вся динамика системы аккумулируется в параметр s_0).

Отметим, что разность $\langle r_{K^+}^2\rangle$ и $\langle r_\pi^2\rangle$ является также достаточно хорошо определяемой экспериментально величиной [15]:

$$(\langle r_\pi^2\rangle - \langle r_K^2\rangle)^{\text{эксп}} = 0{,}16 \pm 0{,}06 \text{ фм}^2.$$

Используя наши ПС для $\langle r_K^2\rangle$, получаемые из (3), а также ПС для $\langle r_\pi^2\rangle$ из [7], можно зафиксировать теоретическое значение этой величины. Существенным для обработки является тот факт, что $m_{A_1}^2 \simeq m_{K_1}^2 - m_K^2$. При этом можно получить (после дифференцирования по $1/M^2$) правила сумм для нахождения при малых t эффективных формфакторов высших состояний, то есть $F_{K'}(t)$, $C_{K'}(t)$, $F_{A_1}(t)$ и $C_{A_1}(t)$.

Используя полученные величины и обрабатывая ПС для $\left(\frac{F_\pi(t)-1}{t}\right) - \left(\frac{F_K(t)-1}{t}\right)$, мы нашли

$$\Delta(r^2) \equiv (\langle r_\pi^2\rangle - \langle r_K^2\rangle)_{\text{КХД ПС}} = 0{,}13 \pm 0{,}03 \text{ фм}^2. \qquad (5)$$

Отметим, что стабильность ПС для определения $\Delta(r^2)$ несколько хуже и при более узком плато $(3 \le M^2 \le 5)$, чем правил сумм для $\langle r_K^2\rangle$ — там плато более широкое $(1 \le M^2 \le 6)$ и погрешность (4) меньше, чем в (5).

В точной киральной SU(3)-симметрии $\langle r_K^2\rangle = \langle r_\pi^2\rangle$ и $m_\rho = m_\phi$. Используя (5), находим при $\langle r_{K^0}^2\rangle_{\text{эксп}} = -0{,}052 \pm 0{,}026$ фм^2, что отношение

$$R = \frac{\langle r_\pi^2\rangle - \langle r_K^2\rangle}{\langle r_{K^0}^2\rangle} \simeq -2{,}5 \pm 1{,}0. \qquad (6)$$

Это хорошо согласуется с результатом для R в модели векторной доминантности с учетом нарушения SU (3) [19]. В следующей работе мы подробнее обсудим этот вопрос. Пока же, на основании результатов [7], а также из (4), (5), (6) можно сделать вывод о возможности теоретического определения как радиуса K-мезона, так и величины нарушения киральной SU (3)-симметрии, хорошо согласующихся с экспериментом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. – Nucl. Phys. B, 1979, 147, p.385.*
2. *Беляев В.М., Иоффе Б.Л. – ЖЭТФ, 1982, т.83, в.3, с.876.*
3. *Reinders L.J., Rubinstein H., Yazaki S. – Phys. Rep., 1985, No.1, p.127.*
4. *Беляев В.М., Коган Я.И. – Письма в ЖЭТФ, 1983, т.37, в.12, с.611.*
5. *Nesterenko V.A., Radyushkin A.V. – Phys. Lett. B, 1982, v.115, No.5, p.410.*
6. *Ioffe B.L., Smilga A.V. – Phys. Lett. B, 1982, v.114, No.5, p.353.*
7. *Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. – Письма в ЖЭТФ, 1984, т.39, с.576*
8. *Ефремов А.В., Радюшкин А.В. – ТМФ, 1980, т.44, №1, с.17; №2, с.157; №3, с.327.*
9. *Радюшкин А.В. – ЭЧАЯ, 1983, т.14, в.1, с.58.*
10. *Chetyrkin K.G. et al. INR Preprint P-0337, 1984.*
11. *Krasnikov N.V., Pivovarov A.A., Tavkhelidze N.N. – Z. Phys. C, 1983, v.19, p.301.*
12. *Krasnikov N.V., Pivovarov A.A. – Nuovo Cim., 1984, 81A, p.80.*
13. *Gasser J., Leutwyler H. – Phys. Rep., 1982, v.87, No.1, p.57.*
14. *Житницкий А.Р., Житницкий И.П., Черняк В.Л. – ЯФ, 1983, т.36, в.3, с.1277.*
15. *Водопьянов А.С., Цыганов Э.Н. – ЭЧАЯ, 1984, т.15, в.1, с.5.*
16. *Chetyrkin K.G., Krasulin A.B., Matveev V.A. INR Preprint P-0395, 1985; Красулин А.Б., Матвеев В.А., Четыркин К.Г. – Письма в ЖЭТФ, 1985, т.41, с.223.*
17. *Leutwyler H., Roos M. – Z. Phys. C, 1984, v.25, p.91.*
18. *Particle Data Goup. Rev. Mod. Phys., 1984, 66C.*
19. *Ametller L., Ayala C., Bramon A. – Phys. Rev., 1981, 24D, p.233.*

Рукопись поступила в издательский отдел
2 марта 1987 года.

Бейлин В.А., Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. P2-87-134

Электромагнитный радиус K-мезона

Получены правила сумм КХД для формфактора K-мезона при малых Q^2. Зарядовый радиус мезона определяется с хорошей точностью и оказывается близким к экспериментальному значению. Находится также величина $<r_\pi^2> - <r_K^2>$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Beilin V.A., Nesterenko V.A., Radyushkin A.V. P2-87-134

Kaon Electromagnetic Radius

We obtain the QCD sum rule for the kaon factor at small Q^2. It determines with a rather good accuracy the kaon charge radius in agreement with experiment. We also discuss a sum rule for the difference $<r_\pi^2> - <r_K^2>$.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987