

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С 323.3
К-754

26/2-75

P2 - 8682

1830/2-75
Ар.М.Коцинян

КОВАРИАНТНЫЙ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ
ФОРМАЛИЗМ ДЛЯ ОПИСАНИЯ РЕАКЦИЙ
С УЧАСТИЕМ ДВУХЧАСТИЧНЫХ
СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ

1975

P2 - 8682

Ар.М.Кочинян*

КОВАРИАНТНЫЙ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ
ФОРМАЛИЗМ ДЛЯ ОПИСАНИЯ РЕАКЦИЙ
С УЧАСТИЕМ ДВУХЧАСТИЧНЫХ
СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

* Московский государственный университет

Коцинян Ар.М.

P2 - 8682

Ковариантный квазипотенциальный формализм для описания реакций с участием двухчастичных связанных состояний

Рассматривается один из вариантов ковариантного квазипотенциального подхода. Обсуждается возможность описания реакций с участием двухчастичных связанных состояний высокой энергии при помощи нерелятивистской волновой функции. Рассмотрен пример явно решаемой модели и на его основе исследован эффект фермиевского движения составляющих.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1975

Kotzinian Ar.M.

P2 - 8682

Covariant Quasipotential Formalism for Two-Particle Bound State Reactions

Covariant quasipotential approach for two-particle bound state with one constituent on mass shell is considered. Possibility of describing reactions involving two-particle bound states in terms of nonrelativistic wave function is discussed. Example of soluable model is given and on its basis the Fermi-motion effect is considered.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research
Dubna 1975

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в связи с развитием ускорительной техники всё больший интерес приобретает релятивистская ядерная физика^{/1/}. Уже имеется представляющий большой интерес экспериментальный материал по реакциям, индуцированным высокоэнергетичными пучками дейтронов и более тяжёлых ядер^{/2,3/}. В теоретическом описании таких реакций, кроме трудностей, связанных с описанием двухчастичных столкновений, возникают специфические вопросы, связанные с составной природой высокоэнергичного снаряда. В работе^{/2/} учёт составной природы снаряда осуществлялся с помощью нерелятивистской волновой функции после перехода в систему покоя дейтрона. В работе^{/4/} предлагается описывать релятивистский дейтрон, движущийся вдоль оси z с импульсом \vec{P}_0 , нерелятивистской волновой функцией с изменённым третьим аргументом

$$\Psi(p_1, p_2, p_3) \rightarrow \Psi \left[p_1, p_2, \frac{2m}{|\vec{P}_0|} \left(p_3 - \frac{|\vec{P}_0|}{2} \right) \right]. \quad (\text{B.I})$$

Однако сам вопрос применимости нерелятивистской волновой функции для релятивистских дейтронов является открытым. Поэтому было бы желательно иметь ковариантный формализм описания реакций с участием релятивистских связанных состояний, позволяющий обосновать возможность применения нерелятивистской волновой функции. Наиболее эффективным и наглядным методом описания составных систем является квазипотенциальный метод в квантовой теории поля^{/5/}. Характерной особенностью этого метода является возможность исключения лишней переменной из волновой функции Бете-Солпитера наиболее удобным для каждой проблемы способом^{/6/}. В настоящей работе рассмотрен один из вариантов ковариантного квазипотенциального подхода, в котором одна из составляющих двухчастичной

системы находится на массовой поверхности^{/7/}. Отметим, что впервые трехмерные ковариантные уравнения для связанных состояний были рассмотрены в работах^{/8/}. Рассматриваемый нами вариант особенно удобен при рассмотрении процессов в импульсном приближении, когда одна из составляющих не взаимодействует с мишенью. Для простоты изложения мы ограничимся теорией нейтральных скалярных частиц с лагранжианом взаимодействия

$$\mathcal{L}_{int}(x) = [\lambda_1 \varphi_1^2(x) + \lambda_2 \varphi_2^2(x)] \varphi(x), \quad (B.2)$$

где $\varphi_{1,2}(x)$ - поля частиц с массами $m_{1,2}$, образующими связанное состояние, а $\varphi(x)$ - поле обменной частицы с массой m_φ .

В § 1 описывается вывод структуры матричного элемента в импульсном приближении. В § 2 рассмотрен трехмерный релятивистски ковариантный формализм. В § 3 исследуется нерелятивистский предел для слабосвязанных систем. В § 4 в низшем приближении рассмотрено решение модели (B.2) при $m_1 = m_2$, $m_\varphi = 0$, и на его основе в импульсном приближении исследовано инклюзивное распределение частицы 1 в процессе срыва частицы 2.

§ I. Матричный элемент в импульсном приближении

Рассмотрим в импульсном приближении (рис. 1) произвольную реакцию, инициированную высокоэнергетичной двухчастичной связанной системой.

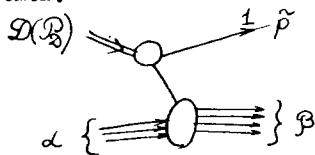


Рис. 1.

Для описания этого приближения надо вычислить матричный элемент

вида

$$\langle \beta, 1(\tilde{p}); out | \mathcal{D}(P_2), \alpha; in \rangle. \quad (I.1)$$

Здесь $\mathcal{D}(P_2)$ - двухчастичное связанное состояние с четырехимпульсом $P_2^\mu = (\sqrt{M_2^2 + P_2^2}, \vec{P}_2)$, $\alpha(\beta)$ - произвольное начальное (конечное) состояние, а $1(\tilde{p})$ - одночастичное состояние частицы 1 с $\tilde{p}^\mu = (\sqrt{\tilde{p}^2 + m_1^2}, \vec{p})$. В дальнейшем знак „~“ над импульсом будет означать, что соответствующая частица находится на массовой поверхности.

Представим (I.1) в виде:

$$\langle \beta, 1(\tilde{p}); out | \mathcal{D}(P_2), \alpha; in \rangle = \delta_{\alpha, \beta, \tilde{p}} + \mathcal{M}_{\mathcal{D}(P_2), \alpha \rightarrow 1(\tilde{p}) + \beta}. \quad (I.2)$$

Применяя стандартную редукционную технику^{/9/} и процедуру Манделштама^{/10/} для вычисления матричных элементов операторов между обкладками, содержащими связанные состояния, в импульсном приближении получим:

$$\mathcal{M}_{\mathcal{D}(P_2), \alpha \rightarrow 1(\tilde{p}) + \beta} = \chi_{P_2}(\tilde{p}) \cdot \mathcal{M}_{\mathcal{D}(P_2 - \tilde{p}), \alpha \rightarrow \beta}. \quad (I.3)$$

Здесь $\mathcal{M}_{\mathcal{D}(P_2 - \tilde{p}), \alpha \rightarrow \beta}$ - амплитуда виртуального процесса $\mathcal{D}(P_2 - \tilde{p}) + \alpha \rightarrow \beta$, а $\chi_{P_2}(\tilde{p})$ задается как

$$\chi_{P_2}(\tilde{p}) = \langle \tilde{p} | \varphi_2(0) | \mathcal{D}(P_2) \rangle. \quad (I.4)$$

При этом трехмерная волновая функция $\chi_{P_2}(\tilde{p})$ связана с волновой функцией Бете-Солпитера $\Phi_{P_2}(\rho)$ соотношением

$$\chi_{P_2}(\tilde{p}) = \lim_{\rho^2 \rightarrow m_1^2} i(m_1^2 - \rho^2) \Phi_{P_2}(\rho). \quad (I.5)$$

Легко установить трансформационные свойства $\chi_{\mathcal{P}_2}(\tilde{p})$ /7/:

$$\chi_{\mathcal{P}_2}(\tilde{p}) = \chi\left(\overrightarrow{L_{\mathcal{P}_2}^{-1} \tilde{p}}\right), \quad (I.6)$$

где $L_{\mathcal{P}_2}$ - чистое лоренц-преобразование, переводящее четырех-вектор $(M_2, \vec{0})$ в \mathcal{P}_2^μ , а

$$\chi(\tilde{p}) \equiv \chi_{(M_2, \vec{0})}(\tilde{p}). \quad (I.7)$$

§ 2. Трёхмерный релятивистски ковариантный формализм для двухчастичных связанных систем с одной составляющей на массовой поверхности

Введём функцию Грина с внешними частицами типа I на массовой поверхности

$$\begin{aligned} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\tilde{p} + q - \tilde{p}' - q') g(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P}) = \\ = \int dx dx' e^{iqx - iq'x'} \langle \tilde{p} | T \psi_2(x) \psi_2(x') | \tilde{p}' \rangle. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь $\mathcal{P} = \tilde{p} + q = \tilde{p}' + q'$.

Следуя идеям квазипотенциального подхода Логунова-Тавхелидзе/5/, в работе/7/ получили уравнение, которому подчиняется аналогичная функция Грина для спинорных частиц. В случае скалярных частиц это уравнение имеет вид:

$$\begin{aligned} [i \Delta'_{2F}(\mathcal{P} - \tilde{p})]^{-1} g(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P}) = (2\pi)^3 2\tilde{p}_0 \delta^{(3)}(\tilde{p} - \tilde{p}') + \\ + \frac{1}{i} V(\tilde{p}, \tilde{\ell}; \mathcal{P}) \underset{\tilde{\ell}}{*} g(\tilde{\ell}, \tilde{p}'; \mathcal{P}), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где Δ'_{2F} - точная функция распространения частицы 2, а значок " $\underset{\tilde{\ell}}{*}$ " означает ковариантное интегрирование по верхней полематрице гиперболоида $\ell^2 = m^2: \int \frac{d^3 \ell}{(2\pi)^3 2\ell_0}$.

Квазипотенциал в формуле (2.2) определён как

$$V(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P}) = \frac{1}{i} [g^{-1}(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P}) - g_0^{-1}(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P})], \quad (2.3)$$

где обратный оператор $A^{-1}(\tilde{p}, \tilde{\ell}; \mathcal{P})$ для произвольного оператора $A(\tilde{\ell}, \tilde{p}'; \mathcal{P})$ введён через равенство

$$A^{-1}(\tilde{p}, \tilde{\ell}; \mathcal{P}) \underset{\tilde{\ell}}{*} A(\tilde{\ell}, \tilde{p}'; \mathcal{P}) = (2\pi)^3 2\tilde{p}_0 \delta^{(3)}(\tilde{p} - \tilde{p}'), \quad (2.4)$$

$g_0(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P})$ определена как несвязная часть $g(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P})$:

$$g_0(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P}) = i \Delta'_{2F}(\mathcal{P} - \tilde{p}) (2\pi)^3 2\tilde{p}_0 \delta^{(3)}(\tilde{p} - \tilde{p}'). \quad (2.5)$$

Уравнение типа (2.2) было рассмотрено ранее в работе/11/, однако оно было получено довольно искусственным и громоздким способом.

Как видно из определения (2.3), квазипотенциал можно вычислять, используя теорию возмущений. При этом получается простое правило для вычисления $\frac{1}{i} V(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P})$ в произвольном порядке теории возмущений:

по обычным правилам Фейнмана вычисляются выражения для

всех связанных ампутированных диаграмм данного порядка, причем в тех местах, где можно рассеять диаграмму, пересекая лишь линии, соответствующие частицам типа 1 и 2, вместо пропагатора частицы $\Delta_{F_1}(\kappa) = \frac{1}{\kappa^2 m^2 + i\epsilon}$ следует подставить $\Delta^{adv}(\kappa) = \frac{1}{\kappa^2 m^2 - i\epsilon \kappa_0}$.

Если частицы 1 и 2 могут образовать связанное состояние $|\mathcal{D}(\mathcal{P}_2)\rangle$, то $g(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P})$ имеет полюс при $\mathcal{P}^2 = M_2^2$ и вблизи этого полюса

$$g(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P}) \approx i \frac{\chi_{\mathcal{D}_2}^*(\tilde{p}) \chi_{\mathcal{D}_2}(\tilde{p}')}{\mathcal{P}^2 - M_2^2 + i\epsilon}. \quad (2.6)$$

Таким образом, волновая функция $\chi_{\mathcal{D}_2}(\tilde{p})$ будет удовлетворять соответствующему (2.2) однородному уравнению

$$[\Delta'_{2,F}(\mathcal{D}_2 - \tilde{p})]^{-1} \chi_{\mathcal{D}_2}(\tilde{p}) = V(\tilde{p}, \tilde{p}; \mathcal{D}_2) * \chi_{\mathcal{D}_2}(\tilde{p}). \quad (2.7)$$

Стандартным способом (см., например, обзор [12]) можно получить следующие эквивалентные условия нормировки волновых функций

$\chi_{\mathcal{D}_2}(\tilde{p})$:

$$\chi_{\mathcal{D}_2}^*(\tilde{p}) * \left[\frac{\partial}{\partial \mathcal{P}^2} (i g_0^{-1}(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P}) + V(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P})) \right] \Big|_{\mathcal{P}^2 = M_2^2} * \chi_{\mathcal{D}_2}(\tilde{p}') = \frac{\partial M_2^2}{\partial \lambda}. \quad (2.8)$$

$$\chi_{\mathcal{D}_2}^*(\tilde{p}) * \left[\frac{\partial}{\partial \mathcal{P}^2} (i g_0^{-1}(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P}) - V(\tilde{p}, \tilde{p}'; \mathcal{P})) \right] \Big|_{\mathcal{P}^2 = M_2^2} * \chi_{\mathcal{D}_2}(\tilde{p}') = 1, \quad (2.9)$$

где в (2.8) $\lambda = \lambda_1 \cdot \lambda_2$.

Отметим, что, зная волновую функцию $\chi_{\mathcal{D}_2}(\tilde{p})$, можно вычислить матричные элементы не только в импульсном приближении. Рассмотрим матричный элемент

$$\langle 0 | T \varphi_i(x_i) \dots \varphi_j(x_j) | \mathcal{D}(\mathcal{P}_2) \rangle. \quad (2.10)$$

Введём функцию Грина вида

$$R(x_i, \dots, x_j; \tilde{p}; \mathcal{P}) = \int dx e^{-iqx} \langle 0 | T \varphi_i(x_i) \dots \varphi_j(x_j) \varphi_2(x) | \tilde{p} \rangle. \quad (2.11)$$

Обычным образом можно показать, что $R(x_i, \dots, x_j; \tilde{p}; \mathcal{P})$ имеет полюс при $\mathcal{P}^2 = M_2^2$ и вблизи этого полюса

$$R(x_i, \dots, x_j; \tilde{p}; \mathcal{P}) \approx i \frac{\langle 0 | T \varphi_i(x_i) \dots \varphi_j(x_j) | \mathcal{D}(\mathcal{P}_2) \rangle \chi_{\mathcal{D}_2}^*(\tilde{p})}{\mathcal{P}^2 - M_2^2 + i\epsilon}. \quad (2.12)$$

Теперь, следуя [6, 10], введём функцию

$$R(x_i, \dots, x_j; \tilde{p}; \mathcal{P}) = R_M(x_i, \dots, x_j; \tilde{p}; \mathcal{P}) *_{\rho} g(\tilde{p}', \tilde{p}; \mathcal{P}). \quad (2.13)$$

Как видно из определения (2.13), $R_M(x_i, \dots, x_j; \tilde{p}; \mathcal{P})$ в принципе можно вычислять в рамках теории возмущений. Сравнивая теперь (2.6), (2.12) и (2.13), находим правило вычисления матричных элементов типа (2.10):

$$\langle 0 | T \varphi_i(x_i) \dots \varphi_j(x_j) | \mathcal{D}(\mathcal{P}_2) \rangle = R_M(x_i, \dots, x_j; \tilde{p}; \mathcal{P}) *_{\rho} \chi_{\mathcal{D}_2}(\tilde{p}). \quad (2.14)$$

Это правило легко обобщается на случай наличия большого числа связанных состояний в обкладках.

§ 3. Нерелятивистский предел для слабосвязанных систем

Рассмотрим в системе покоя ($\vec{\mathcal{P}} = 0$) двухчастичную связанную систему с малой энергией связи:

$$E \ll \mu, \quad (3.1)$$

где энергия связи $E = m_1 + m_2 - M_2$, а приведённая масса $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$. Как известно из нерелятивистской квантовой механики, для всех реальных двухчастичных систем (атом водорода, позитроний, дейтон и т.д.) волновая функция $\Psi(\vec{p})$ существенно отлична от нуля лишь при малых относительных импульсах:

$$|\vec{p}| \ll \mu. \quad (3.2)$$

Предположим, что такая же ситуация сохраняется и для трехмерной релятивистской волновой функции $\chi(\vec{p})$, определённой в (1.7), и найдем приближённое уравнение, решение которого правильно описывает $\chi(\vec{p})$ в области (3.2). Волновую функцию, подчиняющуюся этому приближенному уравнению, обозначим через $\chi'(\vec{p})$. При выполнении условий (3.1) и (3.2) имеем

$$(\mathcal{P}_3 - \tilde{p})^2 \approx m_2^2. \quad (3.3)$$

Из представлений Челлена - Лемана /9/ следует, что $\Delta'_{F,2}(k) \xrightarrow{k \rightarrow m_2^2} \Delta_{F,2}(k)$, поэтому, в силу (3.3), в левой части (2.7) можно взять свободный пропагатор. Если квазипотенциал $V(\vec{p}, \vec{p}', \mathcal{P})$ не зависит от \mathcal{P} , то он является функцией лишь $(\vec{p} - \vec{p}')^2, m_1, m_2$ и при выполнении условия (3.2) будет зависеть лишь от $(\vec{p} - \vec{p}')^2, m_1$ и m_2 . Учитывая эти замечания, из (2.7) получаем уравнение для $\chi'(\vec{p})$:

$$\frac{\vec{p}^2}{2\mu} \chi'(\vec{p}) + \int \frac{d^3 \ell}{(2\pi)^3} \frac{1}{4m_1 m_2} V((\vec{p} - \vec{\ell})^2, m_1, m_2) \chi'(\vec{\ell}) = -E \chi'(\vec{p}). \quad (3.4)$$

Уравнения (3.4) в точности совпадает с нерелятивистским уравнением Шредингера с локальным потенциалом.

При рассматриваемых предположениях условие нормировки (2.9) переходит в

$$\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2(m_1 + m_2)} |\chi'(\vec{p})|^2 = 1. \quad (3.5)$$

Таким образом, функция

$$\Psi(\vec{p}) = [(2\pi)^3 2(m_1 + m_2)]^{-1/2} \chi'(\vec{p}) \quad (3.6)$$

удовлетворяет нерелятивистскому уравнению Шредингера с обычным условием нормировки

$$\int d^3 p |\Psi(\vec{p})|^2 = 1. \quad (3.7)$$

Используя трансформационное свойство $\chi_{\mathcal{P}_3}(\vec{p})$ (1.7), можно получить правило (B.I). Однако, как было видно при выводе (3.6),

$\Psi(\vec{p})$ правильно описывает релятивистскую функцию $\chi(\vec{p})$ лишь для $|\vec{p}|$, удовлетворяющих (3.2). Соответственно, правило (B.I) можно применять в случае высокоэнергичного дейтона при

$$\left| \frac{\mathcal{P}_3}{|\vec{p}_3|} - \frac{1}{2} \right| \ll 1. \quad (3.8)$$

Последнее утверждение будет продемонстрировано на конкретном примере в следующем параграфе.

§ 4. Пример явно решаемой модели

В качестве примера рассмотрим уравнение (2.7) в лестничном приближении для случая различных частиц 1 и 2 с равными массами ($m_1 = m_2 = m$) и обменной частицей с нулевой массой ($m_y = 0$). Четырёхмерный аналог этой модели с лагранжианом (B.2) известен как модель Вика-Кутковского (см., например, /12/).

Квазипотенциал в рассматриваемом приближении равен

$$V(\vec{p}, \vec{p}'; \mathcal{P}) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\vec{p} - \vec{p}')^2 + i\epsilon} \quad (4.1)$$

В предельном случае (3.2), (4.1) переходит в нерелятивистский потенциал Кулона

$$V((\vec{p} - \vec{p}')^2) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{-(\vec{p} - \vec{p}')^2 + i\epsilon} \quad (4.2)$$

Уравнение (2.7) в лестничном приближении в системе центра масс выглядит как

$$M_{2,1} (M_{2,1} - 2\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}) \chi(\vec{p}) = \int \frac{d^3\ell}{(2\pi)^3 2\sqrt{\ell^2 + m^2}} \cdot \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\vec{p} - \vec{\ell})^2 + i\epsilon} \quad (4.3)$$

Это уравнение в точности совпадает с уравнением Кадышевского для кулоновской задачи (см. обзор /13/), если произвести соответствующее переопределение константы связи. Воспользовавшись приведённым в /13/ решением задачи на собственные значения, найдём спектр масс связанного состояния в рассматриваемой модели:

$$M_{2,n}^2 = 2m^2 \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{16\pi m^2 n} \right)^2} \right] \quad (4.4)$$

В случае слабой связи ($\frac{\lambda_1 \lambda_2}{16\pi m^2} \ll 1$) для энергии связи имеем

$$E_n \approx m \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{32\pi m^2 n} \right)^2, \quad (4.5)$$

что полностью совпадает с уровнями энергии водородоподобных систем в квантовой механике.

В качестве примера волновой функции рассмотрим

$$\chi_{\mathcal{P}}(\vec{p}) = \frac{C}{[(\mathcal{P}_0 - \vec{p})^2 - m^2]^2} \quad (4.6)$$

Эта функция связана с волновой функцией основного состояния нормального решения Вика-Кутковского для слабосвязанных систем посредством (1.5). Путём непосредственной подстановки можно убедиться, что (4.6) удовлетворяет уравнению (4.3) в случае слабой связи, причём $\mathcal{P}_0^2 = M_{2,1}^2$. Таким образом, (4.6) является волновой функцией основного состояния в данной модели.

Постоянную нормировки легко определить из условия (2.8) или (2.9):

$$|C|^2 = 2^{12} \pi m^6 \left(\frac{E_1}{m} \right)^{5/2} \quad (4.7)$$

Отметим, что из (4.6) для $\chi'(\vec{p})$ получаем выражение

$$\chi'(\vec{p}) \approx \frac{C}{4(\vec{p}^2 + m E_1)^2}, \quad (4.8)$$

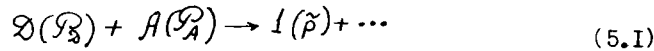
совпадающее, как и следовало ожидать, с нерелятивистской волновой функцией основного состояния водородоподобных систем. В то же время, как видно из явного вида точной функции

$$\chi(\vec{p}) = \frac{C}{[M_{2,1}^2 - 2M_{2,1}\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}]^2},$$

при нарушении условия (3.2) волновые функции $\chi(\vec{p})$ и $\chi'(\vec{p})$ сильно различаются. Например, при $|\vec{p}| \rightarrow \infty$, $\chi(\vec{p}) \sim \frac{1}{|\vec{p}|^2}$, а $\chi'(\vec{p}) \sim \frac{1}{|\vec{p}|^4}$.

§ 5. Учёт фермиевского движения в реакции срыва

Рассмотрим процесс срыва частицы 2 (рис. 2)



в импульсном приближении

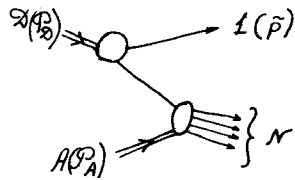


Рис. 2.

Для исследования эффекта фермиевского движения введём обычным способом [14] инклюзивное распределение частицы I.

$$f(\mathcal{P}_B, \mathcal{P}_A; \vec{p}) \equiv (2\pi)^3 2\tilde{p}_0 \frac{d\sigma}{d^3p} = \frac{1}{4\sqrt{(\mathcal{P}_B \cdot \mathcal{P}_A)^2 - \mathcal{P}_B^2 \mathcal{P}_A^2}} \sum_N |T_{2+A \rightarrow 1+N}|^2 \prod_{i=1}^N \frac{d^3k_i}{(2\pi)^3 2\sqrt{k_i^2 + m_i^2}} \quad (5.2)$$

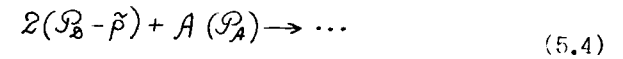
Здесь введена стандартным образом T -матрица:

$$m_{\alpha \rightarrow \beta} = i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(\alpha - \beta) T_{\alpha \rightarrow \beta}$$

Воспользовавшись формулой (1.3) или (2.14) для импульсного приближения, получим

$$f(\mathcal{P}_B, \mathcal{P}_A; \vec{p}) = |X_{\mathcal{P}_B}(\vec{p})|^2 \sqrt{\frac{[(\mathcal{P}_B - \vec{p}) \cdot \mathcal{P}_A]^2 - (\mathcal{P}_B - \vec{p})^2 \mathcal{P}_A^2}{(\mathcal{P}_B \mathcal{P}_A)^2 - \mathcal{P}_B^2 \mathcal{P}_A^2}} \cdot \sigma_{tot}^{2(\mathcal{P}_B - \vec{p}) + A(\mathcal{P}_A)} \quad (5.3)$$

В этой формуле $\sigma_{tot}^{2(\mathcal{P}_B - \vec{p}) + A(\mathcal{P}_A)}$ представляет собой полное сечение виртуального процесса



Корень в (5.3) возникает из-за различия киллеровских факторов процессов (5.1) и (5.4).

Рассмотрим распределение (5.3) в лабораторной системе ($\vec{P}_A = 0$), при $|\vec{P}_B| \rightarrow \infty$. Представляет интерес область фрагментации снаряда при малых поперечных импульсах:

$$P_{\perp}^2 \ll m^2 \quad (5.5)$$

$$X_F = \frac{P_{\perp}}{|\vec{P}_B|} > 0.$$

Для исследования эффекта фермиевского движения воспользуемся волновыми функциями предыдущего параграфа. При ограничениях (5.5) волновые функции $X_{\mathcal{P}_B}(\vec{p})$ и $X'_{\mathcal{P}_B}(\vec{p})$ (последняя строится по рецепту (B.1)), выраженные через P_{\perp}^2 и X_F , имеют вид

$$X_{\mathcal{P}_B}(\vec{p}) = \frac{C X_F^2}{m^4 \left[(2X_F - 1)^2 + \frac{P_{\perp}^2}{m^2} + \frac{E_{\perp}}{mv} \right]^2} \quad (5.6)$$

$$X'_{\mathcal{P}_B}(\vec{p}) \approx \frac{C}{4m^4 \left[(2X_F - 1)^2 + \frac{P_{\perp}^2}{m^2} + \frac{E_{\perp}}{mv} \right]^2} \quad (5.7)$$

Как и следовало ожидать, результаты вычисления распределения (5.3) при помощи (5.6) и (5.7) совпадают лишь при $X_F \approx \frac{1}{2}$.

Если предположить, что полное сечение процесса (5.4) постоянно при ограничениях (5.5), то из (5.6) или (5.7) видно, что инклюзивное распределение (5.3) имеет разброс $\Delta(X_F)$ по X_F около наиболее вероятного значения $X_F \approx 1/2$, обусловленный фермиевским движением

$$\Delta(X_F) \sim \sqrt{\frac{E_1}{m}}. \quad (5.8)$$

Для самих импульсов P_{11} имеется разброс

$$\Delta(P_{11}) \sim |\vec{P}_2| \sqrt{\frac{E_1}{m}}. \quad (5.9)$$

Существенно, что разброс по импульсам P пропорционален импульсу составной системы.

Результат (5.9) является общим для любой слабосвязанной системы и ему можно придать простую физическую интерпретацию, а именно: это уширение разброса по импульсам для релятивистского связанного состояния является следствием соотношения неопределённости и лоренцовского сокращения размеров связанной системы. Действительно, в системе покоя $\Delta_0(|\vec{p}|) \cdot z_0^0 \sim 1$, а в движущейся системе

$$\Delta(P_{11}) = \frac{|\vec{P}_2|}{M} \Delta_0(|\vec{p}|),$$

ибо $z_{11} = \frac{M}{|\vec{P}_2|} z_0^0$ из-за лоренцовского сжатия.

Заключение

Итак, в настоящей работе рассмотрен последовательный ковариантный квазипотенциальный формализм для описания реакций с участием двухчастичных связанных состояний. Обосновано использование нерелятивистской волновой функции (в смысле (B.I)) при описании интегральных характеристик рассматриваемых реакций (например, полного сечения срыва), где важна область импульсов, при которых волновая функция заметно отлична от нуля. Вне этой области (см. (3.8)), как показано на примере явно решаемой модели, использование нерелятивистской функции при описании дифференциальных характеристик (например, учёт фермиевского движения) приводит к результатам, сильно отличающимся от результатов, полученных в ковариантном квазипотенциальном подходе.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Р.А. Матвееву, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелидзе и Р.Н. Фаустову за интерес к работе и ряд ценных замечаний, а также С.Б. Герасимову, Л.С. Дульяну, А.Н. Квинихидзе, Р.М. Мир-Касимову и Н.Б. Скачкову за полезные обсуждения.

Литература:

1. А.М. Балдин. Доклад на Международном семинаре по глюбоконеупругим и множественным процессам при высоких энергиях (Дубна, 1973 г.). Изд. ОИЯИ ДІ-2-74II, Дубна, 1973.
2. А.М. Балдин и др. ЯФ, 18, 79 (1973).
3. J.Jaros et al. Preprint LBN-2115 (1973).
4. L.Bertocchi, A.Tekou. Nuovo Cim. 21A, 223 (1974).
5. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, Nuovo Cim. 29, 380 (1963).
6. R.N.Faustov et al. Preprint JINR E2-8126, Dubna (1974).
7. Л.С. Дульян, Р.Н. Фаустов. Препринт ОИЯИ P2-7995, Дубна, (1974).
8. В.А. Матвеев, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ P2-3900 (1968) и E2-3498 (1967), Дубна.
9. Н.Н.Боголюбов, А.А. Логунов, И.Т. Тодоров. Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля. М., Наука, 1969.
10. S.Mandelstam. Proc.Roy.Soc. A233, 248 (1955).
11. F.Gross. Phys.Rev. 186, 1448 (1969).
12. N.Nakanishi. Suppl.Prog.Theor.Phys. 43 (1969).
13. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков. ЭЧАЯ, т. 2, вып. 3, 635 (1972).
14. Р.М. Мурадян. Препринт ОИЯИ, P2-6762, Дубна, (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
12 марта 1975 г.