

8659

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



8659

P2 - 8659

Экз. чит. зала

М.К.Волков, В.Б.Матафонов, В.Н.Первушин

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ФОРМФАКТОР K^- -МЕЗОНА

1975

P2 - 8659

М.К.Волков, В.Б.Матафонов, В.Н.Первушин

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ФОРМФАКТОР K -МЕЗОНА

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

Электромагнитный формфактор К-мезона

В квантовой киральной теории вычисляются формфакторы и средне-квадратичные радиусы каонов:

$$\langle r^2 \rangle_{K^+} = +0,38 f^2; \quad \langle r^2 \rangle_{K^0} = -0,08 f^2.$$

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1975

Electromagnetic Form Factors of K-Meson

The form factors and the mean-square radii of kaons

$$\langle r^2 \rangle_{K^+} = +0.38 f^2; \quad \langle r^2 \rangle_{K^0} = -0.08 f^2$$

are calculated in the chiral quantum theory.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research
Dubna 1975

§1. ВВЕДЕНИЕ

Ряд недавних работ двух авторов этой статьи был посвящен исследованию квантовой киральной теории с лагранжианом, инвариантным относительно группы $SU(2) \times SU(2)$ ^[1]. Оказалось, что такая теория в однопетлевом приближении позволяет описать многие эффекты низкоэнергетической пионной физики ($q^2 < (4\pi F_\pi)^2$, где $F_\pi = 92 \text{ мев}$ - константа распада пиона) в хорошем согласии с известными экспериментальными данными. Были вычислены фазы и длины рассеяния $\pi\pi$ системы, электромагнитный формфактор пиона, радиус и поляризуемость пиона и структурные константы всех основных мод распада заряженных пионов.

В настоящее время естественно возникает проблема обобщения полученных результатов и использования подобного подхода для описания каонной физики. Одна попытка такого рода уже была нами предпринята при описании разности масс нейтральных каонов^[2], где также было получено хорошее согласие с опытными данными.

Наиболее естественным способом включения в рассматриваемую схему каонов, вместе с гиперонами, является рассмотрение лагранжиана, инвариантного относительно группы $SU(3) \times SU(3)$. Однако для вычисления каонного формфактора в интересующем нас однопетлевом приближении нам понадобятся лишь низшие члены разложения полного $SU(3) \times SU(3)$ инвариантного лагранжиана по степеням каонных полей (до четвертой степени включительно). По пионным полям мы целиком сохраняем неполиномиальную форму лагранжиана, чтобы иметь возможность использовать в дальнейшем суперпропагаторный метод для регуляризации расходящихся мезонных петлевых диаграмм^[3]. Что же касается расходимостей в барионных петлях, то здесь как и в случае

пионных концов (см./I/) происходит компенсация расходимостей в полном наборе диаграмм, соответствующих рассматриваемому порядку теории возмущений. Поэтому в соответствующих частях лагранжиана взаимодействия можно будет ограничиться лишь низшими степенями разложения по мезонным и барионным полям.

Поскольку вклад в формфактор каона от диаграммы с каонной петлей мал (см. рис.4), а соответствующие расчеты весьма громоздки, мы опустим их в этой работе, а в приведенном здесь лагранжиане сохраним только члены, не выше квадратичных по каонным полям.

Во втором параграфе приведены лагранжианы взаимодействия, инвариантные относительно группы $SU(2) \times SU(2)$. В третьем параграфе вычислен вклад в формфактор заряженных каонов от пионной петли и от гиперонных петель. Вклад гиперонных петель оказывается несколько меньшим, чем в случае пионного формфактора, но и здесь определяет в основном величину электромагнитного радиуса заряженного каона. В четвертом параграфе вычисляется формфактор нейтрального каона.

§2 Лагранжианы взаимодействия

Для вычисления матричных элементов, соответствующих диаграммам, изображенным на рис. 1 - 3, нам потребуются следующие лагранжианы взаимодействия:

а) Лагранжиан взаимодействия заряженного каонного поля $K^{(\pm)}$ с электромагнитным полем A_μ

$$\mathcal{L}_{AK} = ie K^{(+)\dagger} \overleftrightarrow{\partial}_\mu K^{(-)} A_\mu \equiv ie (K^{(+)\dagger} \partial_\mu K^{(-)} - K^{(-)\dagger} \partial_\mu K^{(+)}) A_\mu. \quad (I)$$

Он получается стандартным способом при градиентно-инвариантном введении взаимодействия с полем A_μ в свободный лагранжиан

$$\mathcal{L}_{o(K)} = \partial_\mu \bar{\Psi}_K \partial_\mu \Psi_K - m_K^2 \bar{\Psi}_K \Psi_K, \quad (2)$$

где $\Psi_K = \begin{pmatrix} K^{(+)} \\ K^{(-)} \end{pmatrix}$ и $\bar{\Psi}_K = (K^{(-)\dagger}, K^{(+)\dagger})$. Производная ∂_μ заменяется на обобщенную производную

$$\partial_\mu \Psi_K \rightarrow \left[\partial_\mu + ie A_\mu \frac{1+\tau_3}{2} \right] \Psi_K. \quad (3)$$

б) Аналогично получается неполиномиальное взаимодействие пионных полей с A_μ из соответствующего лагранжиана n - n - взаимодействия, инвариантного относительно группы $SU(2) \times SU(2)$ (см./I/):

$$\mathcal{L}_{\pi A} = e \epsilon_{3ij} \pi^d \partial_\mu \pi^i A_\mu f(\frac{\pi^2}{F_\pi^2}), \quad (4)$$

где $f(\frac{\pi^2}{F_\pi^2}) = \frac{\sin^2 \sqrt{\frac{\pi^2}{F_\pi^2}}}{\frac{\pi^2}{F_\pi^2}}$, π^i - пионное поле и ϵ_{3ij} - антисимметричный тензор.

в) Чтобы построить лагранжиан взаимодействия пионов с каонами, неполиномиальный по пионным полям и инвариантный относительно группы $SU(2) \times SU(2)$, введем в лагранжиан (2) ковариантные производные^{4/}

$$\partial_\mu \Psi_K \rightarrow \mathcal{D}_\mu \Psi_K = \left(\partial_\mu + i \tau_a \epsilon_{ab\gamma} \frac{\pi^b \partial_\mu \pi^\gamma}{4 F_\pi^2} f\left(\frac{\pi^2}{4}\right) \right) \Psi_K, \quad (5)$$

Тогда та часть лагранжиана Π - K -взаимодействия, которая необходима нам для построения суперпропэгатора, соответствующего диаграмме, изображенной на рис. 2б, приобретает вид

$$\mathcal{L}_{\pi K} = -i \bar{\Psi}_K \overleftrightarrow{\partial}_\mu \tau_a \Psi_K \epsilon_{ab\gamma} \frac{\pi^b \partial_\mu \pi^\gamma}{4 F_\pi^2} f\left(\frac{\pi^2}{4}\right). \quad (6)$$

г) Выпишем, наконец, лагранжиан взаимодействия каонов с барионами. Используя $SU(3)$ инвариантную теорию^{5/} и беря для отношения констант g_D/g_F значение $\underline{2}$, получаем

$$\mathcal{L}_{BK^2} = \sqrt{2} g K^{(-)} \left\{ (2\alpha-1) n \bar{\Sigma}^{(+)} + \Sigma^{(+)} \bar{\Xi}^{(0)} + \frac{(2\alpha-1)}{\sqrt{2}} \rho \bar{\Sigma}^{(+)} - \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma^{(+)} \bar{\Xi}^{(-)} - \frac{(3-2\alpha)}{\sqrt{6}} \rho \bar{K}^{(0)} - \frac{(4\alpha-3)}{\sqrt{6}} K^{(0)} \bar{\Xi}^{(+)} \right\} \quad (7)$$

где $\lambda = \frac{g_D}{g_D + g_F} = \frac{2}{3}$; $g^2/4\pi = 14,7$; $g = \frac{2AM_N}{F_\pi}$; $g_A = 1,25$.

§ 3 Формфакторы $K^{(\pm)}$ - мезонов

Как обычно, формфактор K -мезона будем определять из следующего матричного элемента:

$$\langle K^{(\pm)} | S(A) | K^{(\pm)} \rangle = \pm i e \frac{P_V A_V(q)}{(2\pi)^3 2\sqrt{W_1 W_2}} \Pi(q), \quad (8)$$

где $P = P_1 + P_2$, $q = p_1 - p_2$, $P_1(W_1)$ - импульс (энергия) улетающего K - мезона, $P_2(W_2)$ - импульс (энергия) налетающего K - мезона

$$\Pi(q) = 1 + \Pi^{(\pi)}(q) + \Pi^{(K)}(q) + \Pi^{(B)}(q) + \Delta. \quad (9)$$

Здесь $\Pi^{(\pi)}(q)$ - вклад в формфактор от π - мезонной петли (рис. 2а), $\Pi^{(K)}(q)$ - вклад от K - мезонной петли (рис. 4), $\Pi^{(B)}(q)$ - вклад от барийных диаграмм (рис. 3). Эти вклады соответствуют e/F_{π}^2 - приближению. Δ - соответствует вкладам от высших приближений по $1/F_{\pi}^2$. Вкладами $\Pi^{(K)}(q)$ и Δ мы будем в дальнейшем пренебрегать при малых q^2 .

Начнем с вычисления функции $\Pi^{(\pi)}(q)$. Для этого, как обычно, ^{/I/} вместо диаграммы (2а) рассмотрим бесконечное число диаграмм (2б), построим соответствующий суперпропагатор и выделим из него вклад, соответствующий диаграмме (2а).

Матричный элемент, соответствующий диаграмме (2б), имеет вид

$$\langle K^{(\pm)} | \int d^4x d^4y (i \mathcal{L}_{\pi A}^{(\pm)}(x) i \mathcal{L}_{\pi K}^{(\pm)}(y)) | K^{(\pm)} \rangle = \langle K^{(\pm)} | \int d^4x d^4y A_{\mu}(x) [K^{(\pm)}(y) \partial_{\mu} K^{(\pm)}(y) - \bar{K}^{(\pm)}(y) \partial_{\mu} K^{(\pm)}(y)] G(x-y) | K^{(\pm)} \rangle = \pm i e \frac{P_V A_V(q)}{(2\pi)^3 2\sqrt{W_1 W_2}} \tilde{G}(q), \quad (10)$$

где $\tilde{G}(q)$ выражается через суперпропагатор, уже рассмотренный в работах ^{/I/}.

$$\tilde{G}(q) = \int d^4x e^{iqx} G(x) = i \frac{4}{3F_{\pi}^2} \int d^4x e^{iqx} [\partial_{\mu} \Delta_{m_{\pi}}^c(x) \Delta_{m_{\pi}}^c(x) - \Delta_{m_{\pi}}^c(x) \square \Delta_{m_{\pi}}^c(x)] \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{i 2 \Delta_{\pi}^c(x)}{F_{\pi}^2} \right]^{2n} \frac{(2n+3)!}{(2n)! (2n-2)!} \quad (11)$$

$\Delta_{m_{\pi}}^c(x)$ - пропагатор скалярной частицы с массой m_{π} , $\Delta_0^c(x)$ - то же с массой $m=0$.

Часть суперпрогатора $\tilde{G}(q)$, соответствующая диаграмме (2а), равна ^{/I,3/}:

$$\Pi^{(\pi)}(q) = \frac{1}{3} \left(\frac{m_{\pi}}{2\pi F_{\pi}} \right)^2 \frac{q^2}{8m_{\pi}^2} \left[\ln \left(\frac{2\pi F_{\pi}}{m_{\pi}} \right)^2 - 3C + 1 + 2n2 \right] - 1 + \frac{1}{3} \frac{q^2}{m_{\pi}^2} + \left(1 - \frac{q^2}{4m_{\pi}^2} \right) \mathcal{Y} \left(\frac{q^2}{4m_{\pi}^2} \right). \quad (12)$$

Здесь $C = 0.5772$ - константа Эйлера, а функция $\mathcal{Y} \left(\frac{q^2}{4m_{\pi}^2} \right)$ равна

$$\mathcal{Y} \left(\frac{q^2}{4m_{\pi}^2} \right) = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln \left(\frac{y+1}{y-1} \right) & \left| \frac{q^2}{4m_{\pi}^2} < 0, \right. \\ \frac{1}{2} [-i\pi + \ln \left(\frac{1+y}{1-y} \right)] & \left. \frac{q^2}{4m_{\pi}^2} > 1, \right. \\ \frac{1}{y} \operatorname{arctg} \left(\frac{y-1}{y} \right) & \left. 0 < \frac{q^2}{4m_{\pi}^2} < 1, \right. \end{cases} \quad \begin{cases} y = \left(1 - \frac{q^2}{4m_{\pi}^2} \right)^{1/2} \\ \bar{y} = \left(\frac{4m_{\pi}^2}{q^2} - 1 \right)^{1/2} \end{cases} \quad (13)$$

Член в квадратных скобках в (12) дает вклад в квадратичный радиус K - мезона. Он оказывается равным следующей величине:

$$\langle Z^2 \rangle_{K^{\pm}}^{(\pi)} = 0.08 \phi^2. \quad (14)$$

Как и в случае пионного формфактора ^{/I/}, этот вклад значительно меньше вклада от бариев - $\Pi^{(B)}(q)$. Что же касается величины $\Pi^{(K)}(q)$, то, как показывают непосредственные оценки, его вклад в q^2 -член $-\Pi(q)$ существенно меньше даже малого вклада от $\Pi^{(\pi)}(q)$, что нетрудно понять уже из качественных соображений. Действительно, почти вся величина (14) определяется $\ln \frac{2\pi F_{\pi}}{m_{\pi}}$, который при подстановке каонной массы близок к нулю. Поэтому в дальнейшем мы не будем рассматривать член $\Pi^{(K)}(q)$, а перейдем сразу к оценке барийных вкладов.

Опять, следуя работе ^{/I/}, получаем для $\Pi^{(B)}(q)$ выражение

$$\Pi^{(B)}(q) = \frac{1}{6(2\pi)^2} \frac{q^2}{M_N^2} \left[\left(\frac{M_N}{M_{(\Sigma \pm)}} \right)^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{M_N}{M_{(\Lambda \Sigma)}} \right)^2 + \frac{1}{18} \left(\frac{M_N}{M_{(\Sigma \rho)}} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{M_N}{M_{(\Sigma \Delta \Xi)}} \right)^2 + \frac{25}{54} \left(\frac{M_N}{M_{(\Lambda \rho)}} \right)^2 + \frac{1}{54} \left(\frac{M_N}{M_{(\Lambda \Xi)}} \right)^2 \right] q^2 = \frac{14}{6(2\pi)^2} \frac{q^2}{M_N^2} q^2. \quad (15)$$

Отсюда следует, что

$$\langle Z^2 \rangle_{K^{\pm}}^{(B)} = c. 3 \phi^2. \quad (16)$$

Складывая величины (14) и (16), окончательно получаем для радиуса

K - мезона выражение

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{K^{(1)}}} \sim 0.61 \phi. \quad (17)$$

§ 4 Формфактор $K^{(0)}$ - мезона

В отличие от той ситуации, которая имела место при вычислении формфактора пиона, в случае каонов функция $\Pi^{(\omega)}(q)$ дает ненулевой вклад и в формфактор нейтральных каонов, что легко видеть из формулы (10). Действительно, соответствующий матричный элемент равен

$$\langle K^{(0)} | \int d^4x d^4y (i \mathcal{L}_{\pi A}(x) i \mathcal{L}_{\pi K}(y)) | K^{(0)} \rangle = -i e \frac{p_v \tilde{A}_v(q)}{(2\pi)^3 2\sqrt{\omega_1 \omega_2}} \tilde{G}(q), \quad (18)$$

где функция $\tilde{G}(q)$ дана формулой (11). Барийные петли не дают вклада в формфактор нейтрального каона. Пренебрегая опять вкладами

$\Pi^{(K)}(q)$ и Δ , получаем для электромагнитного радиуса нейтрального каона следующее значение:

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{K^0}} \sim 0.28 \phi. \quad (19)$$

§ 5 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные вычисления показывают, что электромагнитный формфактор заряженного каона при малых значениях q^2 мало отличается от формфактора заряженного пиона. Это не удивительно, поскольку основные вклады в q^2 -члены формфакторов дают барийные петли, а при пренебрежении разностью масс бариев эти вклады равны друг другу как для пионных, так и для каонных концов.

Новый интересный результат заключается в том, что для нейтральных каонов получен в однопетлевом приближении отличный от нуля электромагнитный формфактор. Следующее из него значение для квадратич-

ного радиуса нейтрального каона хорошо согласуется с предсказанием, сделанным на основе модели векторной доминантности (вариант с моделью смешивания токов, см. /6/).

В заключение авторы выражают признательность Д.И.Блохинцеву за постоянный интерес к работе.

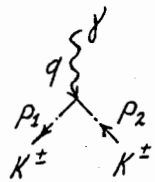


Рис. 1

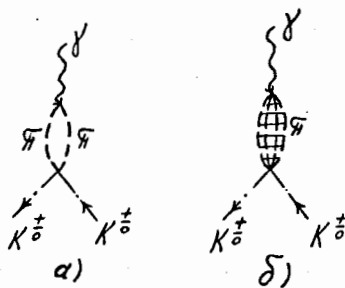


Рис. 2

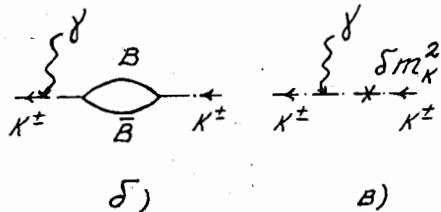
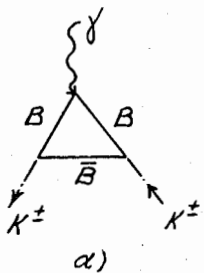


Рис. 3

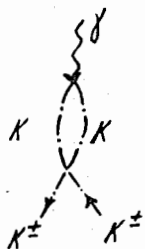


Рис. 4

Литература:

1. М.К.Волков, В.Н.Первушин. ЯФ, 19, 652 (1974); ЯФ,20,762 (1974); Phys.Lett., 51B, 356 (1974); Препринты ОИЯИ Е2-8097; Е2-8098; P2-8165, Дубна (1974).
2. М.К.Волков, В.Н.Первушин. ЯФ, 21,214 (1975); Phys.Lett.,51B, 499 (1974).
3. М.К.Volkov. Ann.Phys.(N.Y.), 49, 202, (1968); ТМФ 6, 21 (1971);, Fortsch. Phys., 22, 499 (1974).
4. F.Gursey, M.Serdarogly, Nuovo Cim., 7A. 584 (1972); 9A,263 (1972).
5. С.Газиорович. "Физика элементарных частиц". М., Наука, 1969.
6. N.M.Kroll, T. D.Lee, B.Zumino. Phys.Rev., 157, 1376, (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
5 марта 1975 г.