сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-86-849

Н.В.Махалдиани

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

1986

Нужна такая ситуация, чтобы физик
понял, что ему "деваться некуда",
и что он сам должен заниматься
численным экспериментом

А.А.Самарский[1]

В теоретической физике высоких энергий "ситуация Самарского" наступила с начала 80-х годов. В экспериментальной физике - еще раньше.

1. О ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ФИЗИКЕ*

Основой математического описания вообще и в естественных науках в частности является модельный подход. Нас интересуют модели квантовой теории поля /КТП/ [2] и их исследование методами численного эксперимента /ЧЭ/.

Проведение ЧЭ предполагает прежде всего выбор математической модели. Для этого из реальных явлений абстрагируют основные характерные черты и формулируют упрощенную идеализированную и непротиворечивую математическую модель, которая поддается количественному анализу.

В физике всегда имеем дело с приближениями. Отбрасываем какие-то факты, пренебрегаем какими-то силами и выбираем основные, которые определяют исследуемое явление. Физическое приближение формулируем в математических терминах, пишем уравнения, ставим все дополнительные условия, необходимые для решения математической задачи. До проведения ЧЭ математическую модель изучаем методами математической физики, доказываем теоремы существования и корректность постановки; оцениваем приближения и требуемые вычислительные ресурсы; проводим размерный анализ, изучаем свойства автомодельности и линеаризованные уравнения; применяем методы теории возмущений. В результате получаем первичную информацию о характере изучаемого явления.

В вычислительной физике /ВФ/ различают два типа исследований. К одному из них относятся те, в которых анализируются существую-

---

* Основу данной работы составили материалы доклада на Ученом совете по физике высоких энергий и лекции автора на Школе молодых ученых ОИЯИ.

щие модели теории с целью сравнения с результатами физического эксперимента для определения границ применимости модели, или в том случае, когда физический эксперимент трудно или невозможно провести. Например, вычисляют спектр масс адронов в рамках квантовой хромодинамики /КХД/ [/3/].

К другому типу относятся исследования с целью выявления новых закономерностей, например, поиск многокварковых связанных состояний [/4/] и установление существования качественно новой фазы вещества - кварк-глюонной плазмы при высоких температурах и плотностях ядерной материи [/5/]. Здесь физические эксперименты хотя и проводятся, но они дорого стоят, и к тому же нуждаются в достоверной предварительной информации об условиях проведения эксперимента, оценочных значениях критической температуры и плотности ядерного вещества. Другим примером является моделирование ранней фазы эволюции Вселенной [/6/].

Теоретические задачи ВФ сводятся к решению /не/линейных уравнений в обыкновенных и в частных производных, а также к вычислению интегралов на функциональных пространствах. Экспериментальные задачи ВФ сводятся к предварительному моделированию исследуемого явления, планированию и калибровке экспериментальной установки. Эта часть работы близка к теоретическим задачам ВФ. Другая часть состоит в управлении физическим экспериментом и в обработке полученных данных.

Большинство программ ВФ написаны на языке Фортран. Более поздние языки /Алгол, Паскаль, С и др./ удобнее, чем Фортран, достоинством которого остаются большие библиотеки стандартных программ.

Интенсивный путь развития ВФ заключается в разработке специальных языков для написания программ, наиболее адекватно отражающих задачи ВФ [/7/]; новых формулировок, например, контурно-вихревой формулировки в квантовой теории поля и гидродинамики [/8/]; новых, в том числе параллельных, алгоритмов [/9/]; в создании специальных систем для решения определенного класса задач. Эти системы стоят недорого, а по производительности лучше суперкомпьютеров [/10/].

2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

В основе теоретической физики высоких энергий лежат модели теории квантовых полей [/2/]. В последнее время в ВФ образовалось новое направление: вычислительная квантовая теория поля /ВКТП/. ЭВМ в квантовой теории поля /КТП/ применялись и раньше [/11/] /в основном для аналитических преобразований и дальнейшего вычисления интегралов соответствующих диаграмм Фейнмана/. Новыми методами ВКТП являются методы Монте-Карло и линейной алгебры для вычисления интегралов и обращения матриц с размерами, значительно превосходящими размеры рассматриваемых ранее задач [/12/].

В формулировке Фейнмана квантовая теория /поля/ строится на основе функциональных интегралов [/13/]. Имеется формальная связь [/14/] между производящим функционалом для функции Грина [/2/] квантовой теории /поля/

$$Z_{fi} = \langle x_f | e^{-\frac{i}{\hbar} t\hat{H}} | x_i \rangle = \sum_n \langle x_f | n \rangle \langle n | x_i \rangle e^{-\frac{i}{\hbar} t E_n} = \int\limits_{x(0)=x_i}^{x(t)=x_f} dx\, e^{\frac{i}{\hbar}\int_0^t dt\left(\frac{m\dot{x}^2}{2} - v(x)\right)} \qquad /1/$$

и статсуммой

$$Z = \mathrm{tr}\, e^{-\beta\hat{H}} = \sum_n e^{-\beta E_n} = \sum_{E_n} e^{-\beta(E_n - TS(E_n))} = \int\limits_{x(0)=x(\beta)} dx\, e^{-\int_0^\beta d\tau\left(\frac{m\dot{x}^2}{2} + v(x)\right)} \qquad /2/$$

Таблица

Квантовая теория	Стат. механика
Классическое действие, S_c	Энергия, E
Квантовое действие, S_q	Свободная энергия, F
Константа Планка, $\hbar$; g^2 - калибровочная константа связи	Температура, T
$S_q = S_c - \hbar s_q$	$F = E - TS$

В статической механике часто очень общие и важные результаты получают, используя только термодинамические принципы.

Для квантовой теории /калибровочных/ полей

$$Z = \int dA\, d\phi\, e^{-\frac{1}{g^2}\int_v dx\, G^2_{\mu\nu} - S_\phi} = e^{-F/T},$$

где A_μ – калибровочный потенциал, ϕ – материальные поля; $F = E - TS$; $T = g^2$; E – экстремальное значение действия. Условие сохранения экстремальности свободной энергии, $dF = 0$, при изменении объема и постоянном числе внутренних степеней свободы, дает[15]

$$\frac{dT}{dV} = -\frac{P}{S}.$$

Условие стабильности, $P = 0$, приводит к

$$\frac{dT}{dV} - a\frac{d}{da}g(a) = \Psi(g) = 0.$$

Следовательно, стабильные теории являются одновременно масштабно-инвариантными. Конечные теории[16,17] стабильны при всех значениях g. Если $\psi > 0$, то константа растет с расстоянием /КХД/, $P < 0$, т.е. имеет место компактификация. Аналогичное рассмотрение для теории релятивистской струны во внешних полях приводит к условию конечности соответствующей σ-модели и к формуле для размерности пространства-времени.

Аналогия со статистической физикой является основой применения численных методов ВКТП[18,12]. При исследовании сложной нелинейной теории, например, КХД на адронных масштабах, необходимо перейти к формулировке теории, в которой в рамках контролируемых приближений и доступных вычислительных ресурсов возможно проводить реалистические вычисления. Иными словами, необходимо сформулировать решаемую модель, аппроксимирующую исходную теорию в пределах требуемой точности. В соответствии с этим в квантовой теории /калибровочных/ полей сформулирована модель РКТП /решеточная КТП/[19].

В модели РКТП непрерывное пространство-время заменяется набором узлов гиперкубической решетки в евклидовом пространстве, тем самым функциональные интегралы /1,2/ сводятся к обыкновенным многократным интегралам. Функции Грина в РКТП имеют вид[12]

$$\langle Q(V,\bar{\Psi},\Psi)\rangle = \frac{N(Q)}{N(1)} = \frac{1}{N(1)}\int \prod_{n,\mu} dV_\mu(n)\, d\bar{\Psi}(n)\, d\Psi(n) \times \qquad /3/$$

$$\times \exp(-\beta S(V,\bar{\Psi},\Psi))\, Q(V,\bar{\Psi},\Psi),$$

где действие S удовлетворяет условиям:

– локальности, $S = \sum_n S(n)$, где $S(n)$ зависит от значений полей в окрестности узла n;

– $S(n)$ инвариантно относительно калибровочных преобразований и преобразований симметрии d-мерного куба;

– S с уменьшением шага решетки переходит в действие непрерывной теории.

Действие состоит из калибровочного и фермионного слагаемых

$$S = S_v + g^2 S, \quad g^2 = \beta^{-1},$$

где для калибровочных полей

$$S_v = \sum_{\square} \mathrm{Re\,tr}(1 - \square) = 2\sum_{\mu<\nu,n} \mathrm{Re\,tr}(1 - V_{\mu\nu}(n)\,V_{\nu\mu}(n)^+),$$

вклад фермионов /и их взаимодействие с калибровочными полями/

$$S_\Psi = \sum_{n,m} \bar{\Psi}(n)\,(1 - M(V))_{nm}\,\Psi(m),$$

g – константа связи, n и m задают узлы решетки; калибровочные степени свободы представляются в виде

$$V_{\mu_1\mu_2}(n) = V_{\mu_1}(n)\,V_{\mu_2}(n+\mu_1), \quad V_{-\mu}(n) = V_\mu(n-\mu)^+,$$

$$V_\mu(n) = e^{iagA^c_\mu T^c + O(a^2)}, \quad (n+\mu) = (n_\nu + \delta_{\nu\mu},\ \nu = 1,\dots,d),$$

T^c – генераторы калибровочной группы G. По переменным $V_\mu(n)$ берется интеграл по инвариантной мере Хаара

$$\int dV\,F(V) = \int d(VU)\,F(V) = \int d(UV)\,F(V),$$

U – произвольный элемент рассматриваемой группы. Фермионные степени свободы описываются грассмановыми переменными $\bar{\Psi}$, Ψ, для которых

$$\int d\bar{\Psi}\,d\Psi \exp(-\bar{\Psi}A\Psi + \bar{\eta}\Psi + \bar{\Psi}\eta) = \exp(\bar{\eta}A^{-1}\eta + \mathrm{tr}\ln A). \qquad /4/$$

Матрица M имеет вид

$$M_{nm} = k\sum_{\pm\mu = 1,2,\dots,d} P_\mu V_\mu(n)\,\delta_{n+\mu,m},$$

где $P_\mu = 1 + \gamma_\mu$, $\gamma_{-\mu} = -\gamma_\mu$, $\{\gamma_\mu,\gamma_\nu\} = 2\delta_{\mu\nu}$, $\delta_{-\mu,\nu} = -\delta_{\mu\nu}$, γ_μ – матрицы Дирака с размером $2^{d/2} \times 2^{d/2}$; $k^{-1} = 2d + 2ma$, $ma_\pm = \frac{1-2dk}{2k}$, m – масса свободного фермиона. Случай калибровочной группы $G = U(1)$ и одного типа фермионов соответствует квантовой электродинамике. При $G = SU(3)$ и n_f типов фермионов, Ψ_f, $f = 1,2,\dots,n_f$, получаем РКХД.

Единые теории поля, кроме векторных и спинорных полей, содержат также скалярные поля. Скалярное поле из фундаментального представления калибровочной группы вводится добавлением в действие слагаемого

$$S_\Phi = \sum \bar{\Phi}^a(a)\,(1 - \mathfrak{M})^{ab}_{nm}\,\Phi^b(m) + \lambda\sum(\Phi^a\Phi^a(n))^2,$$

где Φ – /комплексное/ скалярное поле /скалярный кварк в расширенной КХД [20]/;

$$\mathfrak{M}_{nm} = \kappa \sum_{\pm\mu} V_\mu(n)\,\delta_{n+\mu,\,m} \; ,$$

$$\kappa^{-1} = 2d + m^2 a^2, \quad m^2 a^2 = (1 - 2d\kappa)/\kappa$$

m – масса свободного скалярного поля.

С помощью вспомогательного поля σ нелинейную зависимость от Φ можно свести к квадратной, после чего соотношение /4/ и аналогичная ему формула

$$\int d\bar{\Phi}\, d\bar{\Phi} \exp(-\bar{\Phi} A \Phi + \bar{J}\Phi + \bar{\Phi} J) = \exp(\bar{J} A^{-1} J - \mathrm{tr}\ln A), \qquad /5/$$

позволяют взять интеграл по фермионным и скалярным полям [12]

$$\langle Q(V, \bar{\Psi}, \Psi, \bar{\Phi}, \Phi)\rangle = \frac{1}{N(1)} \int \Pi\, dV_\mu(n)\, d\sigma(n) \times$$

$$\times \exp\{-\beta S_{eff}(V,\sigma)\}\, Q(V, X(V), Y(V,\sigma)),$$

где

$$\beta S_{eff} = \beta S_v + \beta_1 \sigma^2 - \mathrm{tr}\ln X(V) + \mathrm{tr}\ln Y(V,\sigma),$$

$$X^{-1}(V) = 1 - M(V), \quad Y^{-1}(Y,\sigma) = 1 - \mathfrak{N}(V,\sigma),$$

$$\mathfrak{N}(V,\sigma)^{ab}_{nm} = i\delta_{nm}\,\delta^{ab}\kappa\sigma(n) + \mathfrak{M}^{ab}_{nm}(V), \quad \beta_1 = \kappa^2/4\lambda .$$

Такое представление является исходным для вычисления функции Грина с помощью метода Монте-Карло. Скалярное поле из присоединенного представления калибровочной группы $SU(3)$ задается слагаемым

$$S_\Phi = \Sigma\{\mathrm{tr}\,\Phi(n)^2 + \lambda(\mathrm{tr}\,\Phi^2)^2\} - \kappa\,\Sigma\,\mathrm{tr}\{\Phi(n)\, V_\mu(n)\, \Phi(n+\mu)\, V_\mu(n)^+\}.$$

Здесь после введения вспомогательного поля $\sigma \sim \mathrm{tr}\,\Phi^2$ и интегрирования по Φ получаем [21] выражение, содержащее

$$\mathfrak{M}^{ab}_{nm} = \mathrm{tr}(T^a V_\mu(n)\, T^b V_\mu(n)^+)\,\delta_{n+\mu,m} .$$

Важным свойством РКТП является точное сохранение калибровочной симметрии непрерывной теории. Пространственные симметрии для регулярной решетки могут восстанавливаться только в пределе малого шага решетки. Пространственные симметрии при конечном числе узлов решетки можно обеспечить, если узлы решетки составляют

не регулярное подмножество, а выбираются случайно [22]. Случайную решетку с конечным числом узлов – абстрактный решеточный комплекс – можно рассматривать как более общую модель пространства, чем евклидово многообразие [23]. Методы теории гомологии [24] позволяют писать действия и уравнения движения для полей /коцепей/, определенных на комплексе [25]. Данный формализм с привлечением идей ренормгруппы и фрактальной геометрии [26] позволяет рассматривать динамическое изменение размерности пространства – проблему компактификации.

В РКТП, в отличие от физики конденсированного состояния, решетка носит вспомогательный характер. Проводимые расчеты только тогда соответствуют непрерывной теории, когда характерный размерный параметр решаемой задачи ξ /например $\xi = 1/m$, где m – масса частицы/ и размер решетки, находятся в соотношении

$$a \ll \xi \ll La.$$

Для простоты рассмотрим однозарядную, безмассовую, асимптотически свободную теорию – КХД в пренебрежении массами кварков. Вследствие ренормируемости теории все размерные величины, обезразмеренные соответствующей степенью a, являются функциями константы связи g. Например, для масс m_i имеем

$$am_i = f_i(g).$$

Физические величины не должны зависеть от шага решетки

$$a\frac{d}{da} m_i = 0.$$

Следовательно,

$$f_i = \Psi(g) \frac{\partial}{\partial g} f_i$$

или

$$f_i = c_i \exp\{\int^g \frac{dg}{\Psi(g)}\},$$

где $\Psi(g) = a\frac{d}{da} g(a)$ – функция ренормгруппы [2]. Все размерные величины выражаются через универсальную константу

$$\Lambda = \frac{1}{a}\exp\{\int^g \frac{dg}{\Psi(g)}\}, \qquad m_i = c_i\,\Lambda. \qquad /6/$$

С точностью второго порядка теории возмущения

$$(a\Lambda)^2 = \exp(-\beta b_0)(\beta/b_0)^{b_1/b_0^2}, \qquad /7/$$

где $b_0 = \frac{11}{(4\pi)^2}$, $b_1 = \frac{102}{(4\pi)^4}$ - коэффициенты Ψ-функции, $\Psi(g) = b_0 g^3 + b_1 g^5$. Континуальный предел считается достигнутым, если численный расчет дает результат, совместный с поведением /7/ /асимптотический скейлинг/ или согласуется с /6/, где $\Psi(g)$ определяется не по теории возмущений, а, например, по $1/N$ -разложению [27], или с помощью численных расчетов [28]. В глюодинамике для величины Λ принято значение порядка $10^{-2}\sqrt{\sigma}$, $\sqrt{\sigma} \simeq 420$ МэВ.

В настоящее время существует ряд подходов к задаче вычисления функциональных интегралов теории поля: метод квадратурных формул [29,30], метод молекулярной динамики [31], стохастическое квантование [32,33]. Метод Монте-Карло /МК/ для этого круга задач впервые был применен в работе [34] к проблеме полярона [35,14].

Применение метода МК основано на формальной аналогии вакуумных средних /3/ со средними для классической системы по каноническому статистическому ансамблю. Статистический вес полевой конфигурации $\{V_\mu(n), \sigma(n)\}$ задается распределением

$$\rho[V,\sigma] = \exp\left(-\frac{1}{g^2} S_{eff}[V,\sigma]\right).$$

Процедура МК генерирует полевые конфигурации $\{V,\sigma\}_t$, $t = 1,2,\ldots, N_t$ с вероятностью

$$W[V,\sigma] = \rho[V,\sigma] / \int dV d\sigma\, \rho[V,\sigma].$$

Для оценки величины /3/ имеем

$$\langle Q\rangle = \frac{1}{N_t}\sum_{t=N_0+1}^{N_0+N_t} Q_t \pm \frac{\Delta}{\sqrt{N_t}}, \quad \Delta = \sqrt{\langle Q^2\rangle - \langle Q\rangle^2}.$$

Генерация одного состояния калибровочного поля в случае глюодинамики для решетки с объемом 8^4 по алгоритму работы [36] занимает примерно 8 мин на ЭВМ ЕС-1060. Для вычисления наблюдаемых величин обычно тратится не меньше времени. Если запоминать $V_\mu(n)$ в виде 3x3 комплексной матрицы /машинное слово 4 байта/, необходима память $18 \times 4 \times 8^4 \times 4 \simeq 1{,}2$ Мбайт. Если задавать $V_\mu(n)$ с помощью двух комплексных трехмерных векторов, требуемую память можно сократить до 800 Кбайт. Дальнейшее сокращение памяти /требуется минимум 8 действительных чисел на переменную V_μ/ нецелесообразно вследствие значительного увеличения числа арифметических операций. Для получения разумного с точки зрения статистических ошибок результата, в зависимости от вычисляемой величины, требуется от ста /например, для топологической восприимчивости вакуума [37]/ до десятков тысяч /для массы глюбола [38]/ калибровочных конфигураций для каждого значения g^2 из скейлинговой области.

Для вычисления матриц $X(V)$, $Y(V,\sigma)$ обычно применяют методы Гаусса-Зейделя [39], сопряженных градиентов [40] или псевдофермионов [41]. Рассмотрим метод [42], основанный на суммировании ряда Неймана обратной матрицы

$$X = \sum_{n\geq 0} M^n \qquad /8/$$

по методу МК.

Каждому слагаемому в /8/ $(M^n)_{fi} = \sum M_{f\ell}\ldots M_{kj}M_{ji}$ соответствует траектория длиной n, соединяющая две точки i и f. Эти траектории можно описать цепью длиной $n_0 = n_0 + 2J$, $n_0 = |f-i|$, $c = (x;\mu_1, \mu_2 \ldots \mu_n)$, где $\mu_i = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm d$, указывая направление i-го шага траектории. Число шагов в μ-том направлении, N_μ, ограничено условием $\sum_{\mu=0}^{d} N_\mu = J$. Для заданного $\{N_\mu\}$ имеем

$$\frac{n!}{(2N_0)!\,(N_1+n_0)!\,N_1!\,(N_2!)^2\ldots(N_d!)^2}$$

различных траекторий /для конкретности точки i и f расположены вдоль первой оси/. Имеем

$$I = \sum_{\sum N_\mu = J} 1 = \frac{(J+d)!}{J!\,d!}$$

наборов $\{N_\mu\}$ при заданном J. Формулу /8/ перепишем в виде

$$X_{fi} = \sum_J I(2J+n)!\,\frac{W(J)}{Z} \sum_{\{N_\mu\}} \times$$

$$\times \frac{1}{I} \sum_{\substack{(2J+n_0)!\\ \text{перестановок}}} \frac{1}{(2J+n_0)!}\; \frac{\frac{Z}{W(J)}(M^{2J+n_0})_{fi}}{(2N_0)!\,(N_1+N_0)!\,N_1!\,(N_2!)^2\ldots(N_d!)^2},$$

где,

$$Z = \sum_J W(J)\,I(J)\,(2J+n_0)!$$

Распределение $W(J)$ выбираем так, чтобы минимизировать дисперсию оценки. Оценка суммы имеет вид

$$X_{fi} \simeq \frac{1}{N_t}\sum_{t=1}^{N_t} \frac{\frac{Z}{W(J)}(M^{2J+n_0})_{fi}}{(2N_0(t))!\,(N_1(t)+n_0)!\,N_1(t)!\,\ldots\,(N_d(t)!)^2}.$$

При этом траектории выбираются по длине с распределением $IW(J)(2J+n_0)!/Z$, а по $N_0,\ldots,N_d$ и последовательности шагов μ_i - однородно.

Перейдем к применению изложенных методов. Единственной величиной, которая по определению должна вычисляться в глюодинамике, является топологическая восприимчивость вакуума.

$$\chi = \int dx^4 \langle Q(x)\, Q(0) \rangle, \qquad /9/$$

где

$$Q(x) = \frac{g^2}{64\pi^2} G^a_{\mu\nu}(x)\, \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\, G^a_{\rho\sigma}\,.$$

Величина /9/ оценивается из феноменологии [43,44]

$$\chi = \frac{F_\pi^2}{2n_f}(m^2_{\eta'} + m^2_\eta - m^2_{k_0} - m^2_{k^+}) \simeq /182 \text{ МэВ}/^4, \qquad /10/$$

где $F_\pi \simeq 95$ МэВ - константа распада пиона; $n_f = 3$ - число легких кварков. Формула /10/ составляет основу современного решения $U(1)_A$ проблемы [43].

Плотность топологического заряда Q на решетке определяется так:

$$Q(n) = -\frac{1}{2^9\pi^2} \sum_{\mu\nu\rho\sigma=\pm1}^{\pm4} \mathrm{tr}(U(n)_{\mu\nu}\ \tilde{\epsilon}_{\mu\nu\rho\sigma}\ U(n)_{\rho\sigma}) \xrightarrow[a\to 0]{} a^4 Q(x_n) + O(a^5), \qquad /11/$$

где $\hat{U}(n)_{\mu\nu} = V_{\mu\nu}(n)\, V_{\nu\mu}(n)^+$,

$$\tilde{\epsilon}_{1234} = -\tilde{\epsilon}_{2134} = -\tilde{\epsilon}_{-1234} = \ldots = 1\,.$$

Мы рассматривали [42] решетки с размерами 4^4 и 6^4 и примерно 150 калибровочных конфигураций для каждого g^2. В скейлинговой области

$$a^4\chi_L = c_1 g^6 + c_2 g^8 + \ldots + [a(g)\Lambda]^4 \frac{\chi}{\Lambda^4}, \qquad /12/$$

где зависимость $a\Lambda$ от $g(a)$ определяется формулой /7/. Результат [42] /см. рис./

$$\chi = (1{,}0 \pm 0{,}2)\cdot 10^5\, \Lambda^4.$$

Для значения $\Lambda = 10^{-2}\sqrt{\sigma} = 4{,}2$ МэВ имеем

$$\chi = (74 \pm 4 \text{ МэВ})^4.$$

Предварительные вычисления на основе более изощренных, чем /11/, определений $Q(n)$ дали значения, [45] согласующиеся с /10/. Недостатком определения /11/ является наличие пертурбативного фона в соотношении /12/, что затрудняет определение экспоненциально сильно убывающего с ростом β непертурбативного сигнала. Трудностью определений без пертурбативного фона [45,46] является наличие нефизических решеточных топологических возбуждений, которые дают вклад в χ и, видимо, могут быть подавлены лишь в глубокой асимптотической области, недопустимой для современных средств вычислений.

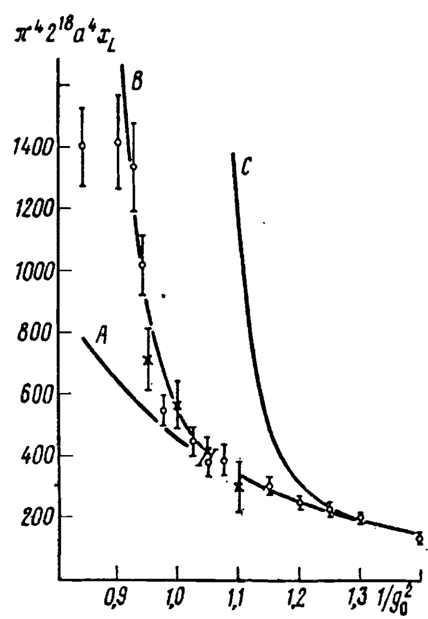

Рис. Топологическая восприимчивость для калибровочной теории с группой SU(3). Точки и крестики обозначают данные для решеток 4^4 и 6^4 соответственно, их ручки указывают среднеквадратичное отклонение. Кривые A, B, и C построены по формуле /12/ при $c_2 \simeq 40$, $x = 0$; $1{,}0\cdot 10^5\Lambda_L^4$; $1{,}5\cdot 10^7\Lambda_L^4 \simeq /182$ МэВ$/^4$ соответственно

В качестве другого примера рассмотрим вычисление глюонных конденсатов [47]

$$\langle g^3 f^{abc} G^a_{\mu\nu} G^b_{\nu\rho} G^c_{\rho\mu} \rangle \doteq \langle 2\mathrm{tr}(U_{\mu\nu}[U_{\nu\rho}, U_{\rho\mu}]) \rangle,$$

$$\langle (g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\nu\rho})^2 \rangle \doteq \langle 4\mathrm{tr}((U_{\mu\nu} - 1)(U_{\nu\rho} - 1)) \rangle,$$

$$\langle (g^2 G^a_{\mu\nu} G^a_{\rho\sigma}) \rangle, \quad \langle (g^2 f^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\nu\rho})^2 \rangle, \quad \langle (g^2 f^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\rho\sigma})^2 \rangle,$$

$$\langle (g^2 d^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\nu\rho})^2 \rangle, \quad \langle (g^2 d^{abc} G^b_{\mu\nu} G^c_{\rho\sigma})^2 \rangle.$$

Для матричных элементов $\langle G^4 \rangle$ получается сильное нарушение соотношения факторизации

$$\langle G^4 \rangle \simeq 10^4 \langle G^2 \rangle^2,$$

что важно для подхода КХД правил сумм [48].

В качестве других приложений отметим вычисление четырехфермионных конденсатных элементов КХД [49,12] и исследование фазовой структуры хиггс-калибровочных моделей теории поля [50].

Методы ВКТП находят применение и в других областях физики [51]: например, для обнаружения солитонных решений в задачах физики конденсированного состояния [52,53] ; для исследования задач нескольких тел квантовой механики [54] .

В заключение отметим, что вычислительная квантовая теория поля представляет собой актуальное направление исследований вычислительной физики; в этом направлении успешно работают сотрудники ОИЯИ и других институтов стран-участниц. От их и от своего имени хочется поблагодарить М.Г.Мещерякова и Д.В.Ширкова за поддержку данных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А.А. В кн.: Материалы объединенного семинара по вычислительной физике /Сухуми, 1973/. Изд-во Тбилисского государственного университета, Тбилиси, 1976.
2. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. "Наука", М., 1984.
3. Samuel S., Moriarty K.J.M. Precise Hadron Mass Calculation from Lattice QCD. Phys.Lett., 1985, 158B, p.437.
4. Faber M. et al. Multiquark potentials in full QCD. Wien preprint, 1986.
5. Satz H. Ann.Rev.Nucl. and Part.Science, 1985, 35, p.245; Svetitsky B. Phys.Rep., 1986, 130, p.1.
6. Brandenberger R.H. Rev.Mod.Phys., 1985, 57, p.1.
7. Wilson K.G., Grecs D., Grimison A. The Gibbs Project. Preprint CLNS-83/578.
8. Migdal A.A. Phys.Rep., 1983, 102, p.4.
9. Алгоритмы, математическое обеспечение и архитектура многопроцессорных вычислительных систем. Под ред. А.П.Ершова. "Наука", М., 1982; Computer Physics Communication, 1982, 26, p.217.
10. Велихов Е.П. и др. Решение нелинейных задач физики на многопроцессорном комплексе ЕС-1057-ЕС-2706, ИКИ АН СССР, Препринт 1169, 1986; Параллельные вычисления. Под ред. Г.Родригеса, "Наука", М., 1986.
11. Гердт В.П., Тарасов О.В., Ширков Д.В. УФН, 1980, 130, с.113.
12. Махалдиани Н.В., Мюллер-Пройскер М., Шмаков С.Ю. ОИЯИ, Р2-84-302, Дубна, 1984.
13. Фейнман Р., Хиббс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. "Мир", М., 1968.
14. Фейнман Р. Статистическая механика. "Мир", М., 1975.
15. Nambu Y. Phys.Rep.,1984, 104, p.237.
16. Kazakov D.I. Phys.Lett., 1986, 179B, p.352.
17. Ermushev A.V., Kazakov D.I., Tarasov O.V. JINR, E2-86-17, Dubna, 1986.
18. Макеенко Ю.М. УФН, 1984, 143, с.161.
19. Wilson K.G. Phys.Rev.D, 1974, 10, p.2445; Polyakov A.M. Phys.Lett., 1975, 59B, p.83.

20. Матвеев В.А. Тавхелидзе А.Н., Шапошников М.Е. ТМФ, 1984, 59, с.323.
21. Махалдиани Н.В. ОИЯИ, Р2-85-962, Дубна, 1985.
22. Christ N.H., Fridberg R., Lee T.D. Nucl.Phys.B, 1982, 210, p.310.
23. Lehto M., Nielsen H.B., Ninomiya M. Preprint NORDITA. 85/22.
24. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия /Методы теории гомологии/. "Наука", М., 1984.
25. Jourjine A.N. Phys.Rev.D, 1985, 31, p.1443.
26. Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. Freeman, San Francisco, 1982.
27. Makeenko Yu.M., Polikarpov M.I. Nucl.Phys.B, 1982, 205, p.386.
28. Bowler K.C. et al. Phys.Lett., 1985, 163B, p.367; Preprint ILL-TH-86-44, 1986.
29. Янович Л.А. Приближенное вычисление континуальных интегралов. "Наука и техника", Минск, 1976.
30. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Сидорова О.В. ОИЯИ, Р11-83-867, Дубна, 1983; Greguš et al. JINR, E11-86-266, Dubna, 1986.
31. Callaway D.J.E., Rahman A. Phys.Rev., 1983, D28, p.1506.
32. Бужек В. Введение в метод стохастического квантования. Лекции для молодых ученых. Р2-84-419, Дубна, 1984.
33. Мигдал А.А. УФН, 1986, 149, с.3.
34. Гельфанд И.М., Фролов А.С., Ченцов Н.Н. Известия вузов, сер.: Математика, 1958, 5/6/, с.32.
35. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н./мл./ Введение в квантовую статистическую механику. "Наука", М., 1984.
36. Pietarinen E. Nucl.Phys., 1981, B190, p.349.
37. Махалдиани Н.В., Мюллер-Пройскер М. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, с.440.
38. Berg B., Billoire, Vohwinkel C. Phys.Rev.Lett., 1986, 57, p.400.
39. Weingarten D. Phys.Lett.B, 1982, 109, p.57.
40. Боголюбский И.Л., Боголюбская А.А. ОИЯИ, Р2-83-886, Дубна, 1983; Barbour I.M. et al. Phys.Lett.B, 1983, 127, p.475.
41. Hamber H.W. et al. Nucl.Phys.B, 1983, 225, p.475.
42. Махалдиани Н.В., Мюллер-Пройскер М., Шмаков С.Ю. ОИЯИ, Р2-83-869, Дубна, 1983.
43. Witten E. Nucl.Phys.B, 1979, 156, p.269.
44. Veneriano G. Nucl.Phys.B, 1979, 159, p.213.
45. Göckeler et al. DESY 86-107; Hock J., Teper M., Walterhouse J. Phys.Lett., 1986, 180B, p.112.
46. Lüscher M. Nucl.Phys.B, 1982, 205, p.483; Woit P. Phys.Rev. Lett., 1983, 51, p.638; Parisi G., Rapuano F. Phys.Lett., 1985, 152B, p.218; Phillips A., Stone D. Comm.Math.Phys., 1986, 103, p.599.

47. Makhaldiani N., Müller-Preussker M. JINR, E2-84-660, Dubna, 1984.
48. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Nucl.Phys.B, 1979, 147, p.385.
49. Cabibbo N. et al. Nucl.Phys., 1984, B244, p.381; Bernard C. et al. Phys.Rev.Lett., 1985, 55, p.2770.
50. Gerdt V.P. et al. Nucl.Phys., 1986, B256, p.145; Mitrjushkin V.K., Zadorozhny A.M. JINR, E2-86-376, Dubna, 1986; Gerdt V.P., Mitrjushkin V.K., Zadorozhny A.M. Phys. Lett., 1986, 172B, p.65.
51. Journal of Statistical Physics, 1986, 43, No.5/6.
52. Боголюбский И.А. ОИЯИ, Р5-85-588, Дубна, 1985.
53. Grunewald S., Ilgenfritz E.-M., Müller-Preussker M. JINR, E2-86-615, Dubna, 1986.
54. Alretta R., Parisi G., Semeraro T. Nucl.Phys.B, 1984, 235, p.576.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 декабря 1986 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Махалдиани Н.В.
Р2-86-849

Вычислительная квантовая теория поля

Вычислительная квантовая теория поля /ВКТП/ рассматривается как часть вычислительной физики. Дается описание основных математических структур ВКТП на примере квантовой хромодинамики. Применение методов ВКТП проиллюстрировано на примерах вычисления топологической восприимчивости и глюонных конденсатов.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Makhaldiani N.V.
P2-86-849

Computational Quantum Field Theory

The computational quantum field theory (CQFT) is considered as the part of the computational physics. The main mathematical structures of the CQFT are described in the case of the quantum chromodinamics. As an examples of the application of the CQFT methods the calculation of the topological susceptibility and the gluon condensates are considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986