

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P2-86-848

В.П.Гердт, М.Г.Мещеряков, Д.В.Ширков

КОМПЬЮТЕРЫ В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

1986

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
1. ВВЕДЕНИЕ	I
2. Цифровые расчеты	I
3. Аналитические вычисления	7
4. Калибровочные теории на решетке	II
5. Математический эксперимент	15
6. Заключение	20
ЛИТЕРАТУРА	21

1. Введение

В этой работе рассказывается о теоретических исследованиях, проведенных в ОИЯИ, в которых существенную роль сыграли расчеты с помощью вычислительных машин.

В наши дни извлечение из опытов "первичной" физической информации немислимо без использования мощных и дорогостоящих компьютеров, роль которых не уступает роли регистрирующей аппаратуры. Однако подобные ЭВМ также совершенно необходимы и для дальнейшего осмысливания полученных экспериментальных данных, что уже является прерогативой теории.

По характеру использования ЭВМ теоретические исследования естественно разделяются на две категории:

- с численными расчетами;
- с аналитическими (формульными) вычислениями.

Мы сочли целесообразным выделить из первой группы использующие статистический метод Монте-Карло квантовополевые решеточные вычисления, как предъявляющие особые требования к математическому обеспечению и архитектуре ЭВМ, а также группу исследований, приводящих к качественно новым результатам, непредвидимым до проведения вычислений. Это направление, которое в виде исключения изложено, в основном, на примерах, почерпнутых из мировой практики, в последнее время все чаще называют экспериментальной математикой.

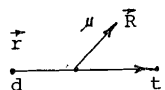
Авторы не стремились дать сколько-нибудь полный обзор работ ОИЯИ, использующих вычисления на компьютерах. Главная цель изложения - выявить роль машинной математики в получении наиболее важных теоретических результатов, в обеспечении их конкурентоспособности и, в конечном счете, в определении перспективных направлений развития Объединенного института.

2. Цифровые расчеты

Перейдем к краткой характеристике некоторых важных направлений теоретических исследований в ОИЯИ, опирающихся на использование компьютеров для цифровых расчетов.

Мюонный катализ и задача трех тел. Начиная с семидесятих годов в ОИЯИ силами сотрудников ЛТФ и ЛВГА ведутся совместные теоретические исследования и расчеты по квантовомеханической задаче трех тел и ее приложению к проблеме мюонного катализа. Эти работы во многом определили возродившийся в мире интерес к проблеме мезокатализа и ее практическим применениям.

За прошедшие годы была разработана схема так называемого адиабатического представления задачи трех тел и создан эффективный численный метод решения многопараметрических спектральных задач с широким кругом применения в теоретических исследованиях. В основе схемы лежит разложение волновой функции $\Psi(\vec{R}, \vec{r})$ уравнения Шредингера системы трех кулоновских частиц $dt\mu$ по полному набору решений задачи двух центров^{1/}



$$\Psi_{dt\mu}(\vec{R}, \vec{r}) = \sum_j \Phi_j(\vec{r}, \vec{R}) X_j(R). \quad (1)$$

В результате использования метода приведения Канторовича получаем бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \frac{d^2}{dR^2} + k_i^2 - U_i(R) \right\} X_i(R) = \sum_j U_{ij}(R) X_j(R). \quad (2)$$

В конкретных расчетах рассматривается n -канальное приближение, что соответствует учету n первых членов в разложении (1). Постановка нелинейных граничных условий на конечном интервале

$$\left[f_i(k_i) \frac{d}{dR} X_i(R) + g_i(k_i) X_i(R) \right]_{R=0, R_{\max}} = 0 \quad (3)$$

позволяет рассматривать как задачи на связанные состояния, так и задачи рассеяния. Наконец, дискретизация по непрерывному спектру (1) приводит к многопараметрической задаче на собственные значения для дифференциальных уравнений с таблично заданными потенциалами $U(R)$ и с нелинейными граничными условиями (3). Для решения такой задачи разработаны эффективные ньютоновские схемы с включением возмущения в ходе итерации и оптимизаций их сходимости. Для получения результатов с гарантированной точностью выполнен многопараметрический анализ ошибок аппроксимации исходной задачи (2), (3). Значения уровней и волновых функций мезомолекул с точно-

стью $10^{-2} - 10^{-3}$ эВ и относительной точностью $10^{-5} - 10^{-6}$, необходимой для современной теории мюонного катализа, были получены в результате расчетов с числовыми массивами общим объемом 200 Мбайт, поскольку использовалась система с $n \approx 900$ дифференциальными уравнениями специального типа^{2/}. Время, затраченное на ЭВМ CDC-6500, составило 300 часов в год на протяжении 5 лет. Отметим, что только в адиабатических расчетах были впервые обнаружены и вычислены с необходимой точностью характеристики слабосвязанных состояний мезомолекул $ad\mu$ и $dt\mu$, которые являются ключевыми в теоретической модели резонансного образования этих мезомолекул. Тем самым работы ОИЯИ инициировали во многих научных центрах расчеты связанных состояний мезомолекул вариационными методами. Накопленный опыт адиабатических расчетов трехчастичных систем позволил в короткие сроки создать в ОИЯИ уникальные вариационные схемы с регуляризацией. С их помощью выполнены расчеты уровней энергии $ad\mu$ и $dt\mu$ с наилучшей на сегодняшний день точностью $\sim 10^{-3} - 10^{-4}$ эВ^{3/}. Общая хранимая информация составила ~ 1000 Мбайт на ЭВМ ЕС-1061, время расчетов ≈ 200 часов в год на протяжении двух лет.

В настоящее время явление мю-катализа широко изучается как теоретически, так и экспериментально во многих физических центрах мира (СИН, Лос-Аламос, Триумф, КЕК и др.). Новые требования точности теоретических предсказаний, диктуемые потребностями современных экспериментов, приводят к необходимости разработки многомерных и многопараметрических моделей теории мю-катализа и развития методов их численного анализа, требующих роста объема вычислений. Поэтому для дальнейшего теоретического и математического обеспечения научной программы исследований явления мю-катализа и его применимости в ядерной энергетике необходимо увеличение вычислительной мощности ЦВК в 10-20 раз.

Структура сложных ядер. Для решения задач по структуре атомного ядра в ЛТФ была построена квазичастично-фононная модель (КФМ) ядра^{4/}, которая успешно используется для анализа и интерпретации широкого круга данных о высоколежащих возбуждениях сложных ядер: электрических, магнитных и зарядово-обменных гигантских резонансах, одночастичных резонансах, нейтронных резонансах и проч. Использование обоснованных физических приближений и разработка эффективных численных методов вычислений дали возможность провести необходимые широкомасштабные расчеты на имеющихся в ОИЯИ ЭВМ. При решении указанных задач приходится, в частности, иметь дело с системами линейных уравнений высокого порядка ($10^3 - 10^5$). Разработаны специальные методы (точные и приближенные) решения этих задач, позволяющие сократить время счета на ЭВМ на 3-4 порядка по сравнению с традиционными способами.

В отличие от расчетов чисто структурных характеристик ядер, вычисление дифференциальных сечений ядерных реакций требует не только решения больших линейных систем, но и нахождения с высокой точностью тысяч определенных интегралов (для каждого набора кинематических переменных). Недавно выполнены первые расчеты такого рода^{15/}. В частности, в рамках КФМ вычислено сечение возбуждения магнитного дипольного резонанса в изотопах Zr при неупругом рассеянии протонов. Это потребовало нескольких часов времени CDC-6500. Из-за ограниченных компьютерных ресурсов в конкретных расчетах приходится выбирать упрощенные модели ядерных сил и учитывать связи не более 2-3 каналов реакций. Что же касается объема вычислений, то он очень быстро (экспоненциально) растет с увеличением числа учитываемых связей различных каналов.

Следовательно, возрастание производительности центрального вычислительного комплекса (ЦВК) ОИЯИ в 10 и более раз и наличие достаточных ресурсов памяти позволит решать качественно новые задачи ядерной физики.

Высокоэнергетические взаимодействия атомных ядер. В рамках кинетического подхода к ядерным реакциям разработана двухстадийная модель высокоэнергетических ядро-ядерных взаимодействий. Первая, быстрая стадия сводит взаимодействие ядер к серии двухчастичных столкновений между ядерными составляющими. Математическую основу описания составляет система связанных кинетических уравнений бальцовского типа для одночастичной функции распределения $f^A \equiv f^A(x, p)$

$$p^\mu \partial_\mu f^A(x, p) = \sum_{A'} D_{\text{COLL}}(f^A, f^{A'}) \quad (4)$$

где x и p - 4-мерные координата и импульс, D_{COLL} - интеграл столкновений, который включает и эффекты ядерной среды. Решение уравнения (4) позволяет получить информацию о быстрых частицах, испущенных на этой стадии, а также о возбужденных ядерных остатках. Рассмотрение последующей эволюции образовавшихся возбужденных ядер и сопутствующей эмиссии частиц проводится на базе эволюционного (мастер-)уравнения

$$\begin{aligned} \frac{dP_n(E^*, t)}{dt} = & - \left[\lambda_+(n) + \lambda_-(n) + \sum_j \int \lambda^j(T, n) dT \right] P_n(E^*, t) + \\ & + \lambda_+(n-2) P_{n-2}(E^*, t) + \lambda_-(n+2) P_{n+2}(E^*, t) \\ & + \sum_j \int \int \lambda^j(T, n+j) P_{n+j}(E', t) \delta(T + V_j + E^* - E') dE' dT. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $P_n(E^*, t)$ - вероятность нахождения системы в момент t в состоянии, характеризуемом энергией возбуждения E^* и числом возбужденных частиц и "дырок" n ; λ_\pm и λ^j - вероятности перехода в соседние состояния или в непрерывный спектр с эмиссией частицы типа j . В пределе $n \rightarrow \infty$ такое описание переходит в обычную равновесную статистическую теорию. Начальные условия для уравнения (5) находятся из решения бальцовских уравнений (4). Кинетические уравнения, описывающие как первую, так и вторую стадию, решаются методом Монте-Карло. Время расчета одного события пропорционально произведению массовых чисел сталкивающихся ядер и средней множественности частиц, образованных в нуклон-нуклонном соударении. Для столкновения двух ядер аргона ($Ar+Ar$) при энергии 1 ГэВ/нуклон это составило около 30 сек на БЭСМ-6, что при весьма умеренной статистике (1000 событий) требует около десяти часов машинного времени.

Модель позволяет рассчитывать разнообразные характеристики рожденных частиц и ядерных фрагментов, а также дает возможность оценить ряд динамических величин, характеризующих процесс взаимодействия ядер, - температуру, плотность барионов, энтропию и т.п. Полученные результаты являются вполне конкурентоспособными и широко используются как для анализа экспериментальных данных, так и при планировании будущих экспериментов (оценки экстремальных условий, достижимых в столкновении тяжелых ионов, рождение странных частиц, образование гиперфрагментов и т.д.)^{16/}.

Дальнейшее развитие подхода предполагает учет эффектов кварковой структуры адронов при переходе в область релятивистских соударений и учет коллективных эффектов среднего поля, формируемого сталкивающимися тяжелыми ионами при промежуточных энергиях. Необходимость проведения этих исследований обусловлена вводом в действие в ближайшее время новых ускорителей тяжелых ионов как на релятивистские (ЦЕРН - SPS, Брукхевен - RHIC, Дубна - Нуклотрон), так и на промежуточные (Дармштадт, Дубна - установка U400 + U400M) энергии.

По сравнению с рассчитываемыми в настоящее время ядро-ядерными соударениями новые ускорители требуют вычислений при более высоких энергиях и, что еще более важно, рассмотрения более тяжелых ядер. Производительность ЕС-1061, наиболее мощной из ЭВМ ОИЯИ для этих целей явно недостаточна, необходима ЭВМ с производительностью не менее 10 млн. операций/сек.

Электромагнитные поля ускорителей

Задачи численного моделирования электромагнитных полей успешно решаются в ряде лабораторий ОИЯИ.

В качестве первого примера рассмотрим проведенное в ЛВТА вычисление^{7/} стационарного магнитного поля многосекционной системы линейного индукционного ускорителя ЛИУ-30, сооружаемой в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ. Важность задачи численного моделирования распределения магнитного поля ускоряющей системы ЛИУ обусловлена необходимостью знания этого распределения для рассмотрения движения заряженного электронного пучка. Экспериментальное измерение магнитного поля для всех возможных значений токов в фокусирующих линзах практически невозможно. Единственный выход из этого положения состоит в надежном численном моделировании магнитного поля. Оно формируется на начальном ускорительном участке, содержащем 12 соосных осесимметричных секций, расположенных на различном расстоянии друг от друга. Остальные участки ускорителя содержат отдельно расположенные линзы.

С математической точки зрения задача определения стационарного магнитного поля сводится к решению краевой задачи вида

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} (r A_\theta) \right) = \frac{4\pi}{c} J_\theta, \quad (6)$$

$$A_\theta|_{z=0} = 0, \quad A_\theta(\infty) = 0,$$

где $\mu = \mu(z, r, \nabla A_\theta)$ - магнитная проницаемость среды, J_θ - плотность тока, а A_θ - аксиальная компонента вектор-потенциала.

Поскольку данная задача относится к неограниченной области она решалась методом "граничных интегральных уравнений". Соответствующее (6) интегральное уравнение дается выражением

$$A_\theta(x_0) + \int_{\Gamma} k(x_0, x) A_\theta(x) ds_x = \int_T J_\theta L(x_0, x) dx, x_0 \in \Gamma,$$

где Γ - граница многосвязной области, содержащей все ферромагнетики, T - многосвязная область, содержащая линзы ($x = \sqrt{z^2 + r^2}$). Расчет позволяет найти поле в любой пространственной точке. Что же касается измерений, то они ввиду технических трудностей проводились лишь на оси oz . Расчет одной конфигурации магнитного поля для всех 12 секций занимает 4-5 часов на ЕС-1061. При этом требуется около 3-х Мбайт оперативной памяти.

Описанный пример, в силу аксиальной симметрии, представляет собой случай двумерной магнитостатической задачи. Ситуация для трехмерных задач еще более сложная. В этом случае проведение необходимых расчетов для имеющихся в настоящее время и разрабатываемых в ОИЯИ ускорителей (Нуклотрона и Супернуклотрона) требует возрастания основных ресурсов ЦВК (производительности и памяти) не менее чем в 10-20 раз. Следует также подчеркнуть, что подобные задачи поддаются эффективному распараллеливанию, следовательно, для их

решения целесообразно использовать спецпроцессоры векторного типа (матричные процессоры).

При решении задач динамики и транспортировки пучков заряженных частиц в ОНМУ был успешно применен метод моментов функции распределения^{8/}. Дело в том, что в ряде важных случаев при расчете ускоряющих, фокусирующих и транспортных структур ускорительных комплексов оказывается возможным ограничиться небольшим числом первых моментов при обеспечении достаточного уровня точности. Это позволяет уменьшить счетное время в несколько десятков раз по сравнению с более традиционными способами вычислений и делает возможным проводить оптимизацию элементов конструкции работая в интерактивном режиме с терминала с графическим дисплеем. Таким способом, например, в течение недели был произведен расчет двух вариантов канала инжекции пучка протонов мезонной фабрики ИЯИ АН СССР^{8/}.

3. Аналитические вычисления

Возможности современных компьютеров далеко не исчерпываются цифровыми расчетами. В последние годы быстро прогрессирует область информатики, связанная с обработкой символьных данных, и в частности, математических выражений (формул), содержащих символы. Позволяя быстро и безошибочно выполнять широкий класс формульных преобразований, обычно называемых аналитическими вычислениями^{10/}, компьютер становится не столько вычислительной (в смысле выполнения численных расчетов), сколько универсальной математической машиной.

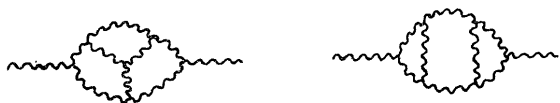
Многие актуальные задачи теоретической физики и прикладной математики требуют выполнения чрезвычайно громоздких аналитических выкладок, не сводящихся к обычным числовым расчетам. Примером одного из самых ярких физических результатов, полученного благодаря аналитическим вычислениям, явился расчет аномального момента электрона в четырехпетлевом приближении^{11/}. Он позволил получить теоретическое значение аномального магнитного момента электрона с точностью $\sim 10^{-10}$, что необходимо для анализа экспериментальных данных, которые также имеют точность $\sim 10^{-10}$. Ни одна из трехпетлевых диаграмм и тем более 891 четырехпетлевой диаграммы, содержащей соответственно $\sim 10^5$ и $\sim 10^6$ слагаемых в подинтегральном выражении для интегралов Фейнмана, не могла бы быть вычислена без интенсивного использования программных систем для аналитических вычислений (СAB).

В ОИЯИ за последние десять лет накоплен значительный опыт использования аналитических вычислений на ЭВМ в теоретических исследованиях. К настоящему времени в Объединенном Институте имеется двенадцать САВ различного назначения, три из которых SCHOONSCHIP, REDUCE и FORMAC оказались наиболее приемлемыми для теоретических расчетов. Рассмотрим вкратце некоторые из них.

Многопетлевые расчеты в квантовой теории поля (КТП). Это наиболее традиционная область применения аналитических вычислений в ОИЯИ, первые важные результаты в которой были получены в 1976 году вскоре после внедрения на CDC-6500 первой САВ SKUNSHIP. Созданная еще в 1965 году специально для вычисления диаграмм Фейнмана, эта система до сих пор находится вне конкуренции в расчетах высших порядков теории возмущений. Именно с ее помощью выполнены наиболее рекордные квантовополевые вычисления^{/11-12/}. Многопетлевые расчеты, выполняемые в ОИЯИ, ориентированы на современные калибровочные теории фундаментальных взаимодействий. В частности, цикл работ был посвящен вычислению расходимости в квантовой хромодинамике /КХД/ и ряде суперсимметричных моделей вплоть до трех петель включительно. Пока что самым трудоемким является расчет трехпетлевого вклада в β -функцию для КХД, соответствующего слагаемому $\sim g^4$ в выражении

$$\beta_f(g) = -\left(11 - \frac{2}{3}f\right)g^2 - \left(102 - \frac{38}{3}f\right)g^3 - \left(\frac{2857}{2} - \frac{5033}{18}f + \frac{325}{54}f^2\right)g^4,$$

где $g = \frac{e^2}{4\pi}$ и f - число кварковых ароматов. Для этого потребовалось вычислить вклад 440 трехпетлевых диаграмм, наиболее трудоемкие из которых имеют вид



Поскольку трехглюонной вершине соответствуют по правилам Фейнмана 6 тензорных слагаемых

$$\rightarrow g \left[g_{\mu\nu} (p-q)_\rho + g_{\nu\rho} (q-r)_\mu + g_{\rho\mu} (r-p)_\nu \right],$$

то каждая из этих диаграмм в подынтегральных выражениях содержит матричные полиномы, содержащие

$$6^6 = 46656 \text{ слагаемых}$$

¹² см. также обзорный доклад^{/13/}.

Вычисление этих полиномов с помощью системы SKUNSHIP потребовало для каждой из диаграмм около 100 сек на CDC-6500.

Проведенные в^{/11/} вычисления 3-петлевых диаграмм в КХД, в свою очередь, вошли составной частью в расчеты^{/12/}, показавшие отсутствие 3-петлевых расходимостей в $N=4$ суперсимметричной теории Янга-Миллса. Этот результат породил целое направление исследований, связанное с построением реалистических физических теорий без расходимостей. Данное направление, интенсивно развиваемое в нашем институте^{/14/}, требует все возрастающего использования аналитических вычислений и соответственно значительного повышения эффективности САВ и ЦВК.

Другое важное направление, опирающееся на использование системы SKUNSHIP и также имеющее десятилетний "стаж" в ОИЯИ, связано с систематическим учетом радиационных поправок к сечениям взаимодействия элементарных частиц, и в частности, к электрослабым процессам^{/15/}. Созданные на этом пути эффективные общие алгоритмы и программы расчета сечений по схеме "матричный элемент \Rightarrow полное сечение" оказались весьма плодотворными при обработке физической информации, полученной в таких крупных экспериментах ОИЯИ как НА-4 и АЯКС-СИГМА^{/15/}.

В отличие от описанных выше применений аналитических вычислений в физике высоких энергий, основанных на использовании готового встроеного аппарата системы SKUNSHIP совершенно иной методический подход к компьютерной реализации диаграммной техники Фейнмана предложен в работе^{/17/}. Здесь для выполнения на ЭВМ трудоемких расчетов в рамках развиваемой в ЛТФ виртон-кварковой модели создан специализированный Лисп-пакет (по-существу специализированная Лисп-система), написанный на языке Standard-LISP, являющемся внутренним языком (языком реализации) системы РЕДЬЮС. Данный пакет весьма экономичен по отношению к ресурсам ЭВМ и позволяет полностью автоматизировать всю последовательность расчетов матричных элементов в виртон-кварковой модели, а именно:

- генерировать диаграммы Фейнмана исследуемого процесса;
- вычислять матричный элемент;
- генерировать необходимые программы на языке ФОРТРАН для нахождения числовых коэффициентов матричного элемента, который является полиномом по внешним импульсам диаграммы.

Исследование влияния нелинейных резонансов на движение частиц в циклических ускорителях. Эта задача сводится к анализу следующей системы нелинейных дифференциальных уравнений

$$x''_{\theta} + \dot{x}^2_x = \sum_{i \geq 1} \varepsilon^i F_i^{(x)}(x, x'_{\theta}, z, z'_{\theta}), \quad (7)$$

$$z''_{\theta} + \dot{z}^2_z = \sum_{i \geq 1} \varepsilon^i F_i^{(z)}(x, x'_{\theta}, z, z'_{\theta}),$$

где $\varepsilon \sim r_0/R_0$ - малый параметр (r_0 - радиус вакуумной камеры, а R_0 - радиус "идеальной" орбиты); частоты бетатронных колебаний \dot{x} и \dot{z} связаны условием резонанса $k_x \dot{x} + k_z \dot{z} = q$ (k_x, k_z и q - целые числа).

Уравнения (7) исследовались асимптотическим методом усреднения Крылова - Боголюбова вплоть до третьего приближения^{/18/}. Это позволило показать устойчивость работы ускорителя под влиянием различных резонансов. Соответствующие аналитические выкладки были автоматизированы с помощью системы РЕДЬОС и требуют несколько часов времени ЕС-1061 на один резонанс при памяти в 2-3 Мбайт.

Классификация интегрируемых нелинейных уравнений вида

$$u_t = f(u, u_1, \dots, u_n), \quad u \equiv u(x, t), \quad u_i \equiv \partial^i u / \partial x^i, \quad (8)$$

которые представляются весьма важным в связи с их солитонными решениями. В работах^{/19/} описан алгоритм и его программная реализация на САВ ФОРМАК, позволяющая:

- находить плотности канонических законов сохранения для уравнений (8) и получать ограничения на их правую часть, вытекающие из условий интегрируемости;
- находить нетривиальные симметрии (элементы алгебры Ли-Беклунда) для (8);
- строить преобразование Беклунда, связывающее различные интегрируемые уравнения, если такое существует.

Для наиболее громоздких случаев эта программа требует несколько килобайт памяти ЕС-1061 и десяти минут счетного времени. Ее использование позволило получить ряд важных результатов для уравнений (8) высоких порядков. В частности, удалось обнаружить два новых интегрируемых уравнения пятого порядка и полностью проклассифицировать высшие аналоги уравнений Кортевега - де Фриза вплоть до уравнения 9-го порядка. В настоящее время ведутся исследования по обобщению методов анализа уравнения (8) на случай систем уравнений, что потребует ЭВМ с производительностью, превосходящей ЕС-1061 в десятки раз.

Следует отметить, что для аналитических вычислений первостепенное значение приобретает эффективный диалоговый режим. Это связано

с часто возникающей необходимостью просмотра и контроля промежуточных стадий вычислений и соответствующих промежуточных выражений, поскольку очень трудно, а часто и невозможно заранее оценить объем выкладок и требуемые ресурсы ЭВМ для отдельных этапов счета. По этой причине необходимо существенное развитие диалоговых возможностей ЦВК.

4. Калибровочные теории на решетке

Основным методом КТП, не связанным с теорией возмущений является метод, использующий представление континуального интеграла. Вводя дискретную решетку в евклидизированном пространстве-времени, получают так называемую решеточную формулировку КТП, автоматически содержащую ультрафиолетовое обрезание. Этот подход (см., например,^{/20/}) позволяет исследовать ряд вопросов, в которых существенную роль играют непертурбативные эффекты, таких как конфайнмент, спектр масс адронов, фазовый переход в состояние кварк-глюонной плазмы. Введение решетки сводит континуальные интегралы непрерывной теории к хорошо определенным многократным интегралам вида

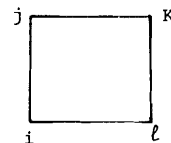
$$\langle O(u, \varphi) \rangle = Z^{-1} \int_{\text{ребран}} \prod_{\ell} du_{\ell} \prod_{i \text{ узлам}} d\varphi_i O(u, \varphi) e^{-S(u, \varphi)}, \quad (9)$$

$$Z = \int_{\ell} \prod_{\ell} du_{\ell} \prod_{i} d\varphi_i e^{-S(u, \varphi)},$$

где $O(u, \varphi)$ - вычисляемая физическая величина (наблюдаемая), зависящая от матричных переменных u , принадлежащих компактной калибровочной группе G , и полей материи φ . $S(u, \varphi)$ - решеточное евклидово действие, выбираемое таким образом, чтобы в пределе нулевого шага решетки $a \rightarrow 0$ (непрерывном пределе) оно переходило в действие непрерывной теории. В случае чистой глюодинамики с $G = SU(N)$ простейший выбор действия, предложенный основоположником решеточного подхода Вильсоном, состоит в суммировании по всем элементарным граням решетки следующего выражения

$$S_G = \beta \sum_{\square} \left(1 - \frac{1}{2} \text{ReTr } u_{\square} \right). \quad (10)$$

Здесь $\beta = 2N/g^2$ для группы $SU(N)$ (g - константа связи), а u_{\square} есть произведение групповых U -матриц, соответствующих ребрам данной грани,



$$u_{\square} = u_{ij} u_{jk} u_{kl} u_{li}, \quad u_{ij} = u_{ji}^{-1}.$$

В интеграле (9), так же как и в действии (10), калибровочные переменные u_ℓ приписываются ребрам решетки $\ell=(ij)$, и произведение берется по всем ребрам. В качестве меры интегрирования по u_ℓ выбирается инвариантная мера Хаара^{*}) для группы G . Поля материи φ_i "помещаются" не на ребра, а в узлы решетки.

Чрезвычайно привлекательной особенностью решеточного подхода представляется применимость к вычислению интегралов типа (9) традиционных вычислительных методов статистической физики, таких как специальная разновидность метода Монте-Карло, вариационные методы, метод среднего поля, высокотемпературное разложение и др.

Наиболее универсальным методом вычисления интегралов (9) является метод Монте-Карло, который состоит в генерации последовательности решеточных полевых конфигураций c_i , $i = 1, 2, \dots, K$ с бoльцмановской вероятностью

$$P(c_i) \sim \exp[-S(c_i)]. \quad (II)$$

После этого интеграл (9) аппроксимируется суммой

$$\langle O \rangle = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K O(c_i).$$

Алгоритм генерации конфигураций с распределением (II) состоит в последовательном "проходе" всех ребер (a в случае полей материи - и узлов) решетки с выбором на каждом ребре нового значения полевой переменной. Новое значение выбирается исходя из имеющейся конфигурации, по вполне определенным правилам^{1/20-21/}, гарантирующим после достаточно большого числа переборов предельный вид (II). Ясно, что объем вычислений пропорционален числу итераций (проходов по решетке) и числу степеней свободы системы. Последнее определяется размером решетки и структурой изучаемой модели. Так, для чистой глюодинамики, с группой $SU(N)$ и d -мерной гиперкубической решетки с L узлами по каждой оси число степеней свободы и соответственно кратность m интеграла равны

$$m = (N^2 - 1) dL^d, \quad (I2)$$

^{*}) Например, для группы $SU(2)$ эта мера имеет вид:

$$du = \frac{1}{\pi^2} d^4 a \delta(a_0^2 + \vec{a}^2 - 1), \text{ где } u = a_0 + i\vec{a} \vec{\sigma}, a$$

$\sigma_i (i=1, 2, 3)$ - матрицы Паули.

где N^2-1 - кратность интеграла по группе и dL^d - число ребер решетки. Для того чтобы решеточные расчеты соответствовали реальности, т.е. для исключения артефактов, связанных с конечным размером решетки и шагом a , необходимо выполнение физических ограничений вида

$$a \ll \xi \ll La, \quad (I3)$$

где $\xi=1/m$ - корреляционная длина, a m - характерный физический параметр размерности массы. В КХД, например, m есть масса адрона, и условие (I3) означает, что комптоновская длина волны адрона должна быть много больше шага решетки и много меньше ее размеров.

В практических вычислениях размер решетки определяется возможностями ЭВМ. Память компьютера должна быть не меньше, чем m машинных слов, где m - кратность интеграла (9). Это необходимо для "запоминания" текущей полевой конфигурации при построении распределения (II). Быстродействие компьютера должно обеспечивать построение распределения (II) за разумное время. Все эти требования с учетом физического условия (I3) оказываются чрезвычайно высокими, и в реальных расчетах, проведенных до сих пор (рекордные решетки при расчетах масс адронов в КХД, имеют, например, размер 48×24^3 , что соответствует кратности интегралов $\sim 10^7$), условия (I3), строго говоря, не выполняются. Поэтому решеточные результаты для таких величин, как массы адронов и силы междукваркового взаимодействия, приводящие к росту потенциала на больших расстояниях, полученные в расчетах с подобными решетками на суперкомпьютерах типа "Сайбер-205" или "Крэй" с производительностью в сотни миллионов операций в секунду, хотя и представляющиеся крайне важными с физической точки зрения, не могут рассматриваться как окончательные.

Решеточные расчеты позволили начать изучение нового физического явления, каким является фазовый переход от адронной фазы к фазе кварк-глюонной плазмы при температурах порядка 10^{12} К, когда исчезают свойства конфайнмента. Это явление представляет интерес для понимания ранней стадии образования Вселенной. В лабораторных условиях оно, в принципе, может проявиться в высокоэнергетических ядронных соударениях.

В нашем институте расчеты на решетке, ведущиеся совместными усилиями ученых ЛТФ и ЛВГА в течение последних 4-х лет, привели к ряду интересных результатов как в чистой глюодинамике, так и в калибровочных теориях с хиггсовскими скалярными полями^{22/}. Последние привлекают все больший интерес, в первую очередь в связи с проблемой хиггсовского сектора электрослабых взаимодействий. Хиггсовские скаляры представляют собой простейший (с вычислительной точки зрения) тип полей материи, взаимодействующих с калибровочными полями, и

могут быть промоделированы на менее мощных ЭВМ, чем те, которые требуются для учета кварков в КХД. В цикле работ, выполненных в ОИЯИ, впервые была детально исследована фазовая структура широкого класса хиггс-калибровочных моделей с Z_N , $u(1)$, $SU(2)$, $SU(2) \times u(1)$ и $SU(3)$ группами симметрии. Другими словами, найдено положение и тип точек фазовых переходов в пространстве параметров модели v , m^2 и λ , входящих в действие

$$S(U, \phi) = S_G + \sum_{\substack{\text{ребра} \\ \ell=(ij)}} \left[\left(1 + \frac{m^2}{8}\right) \phi_i^* \phi_i + \lambda (\phi_i^* \phi_i)^2 - \text{Re} \phi_i^* U_{ij} \phi_j \right],$$

где S_G - дается формулой (10).

Соответствующие интегралы (9) для различных наблюдаемых типа $D(U, \phi) = \{ \phi_i^* \phi_i, \phi_i^* U_{ij} \phi_j, U_0, \dots \}$ вычислялись методом Монте-Карло на ЕС-1060, ЕС-1061 для решеток 4^4 и 6^4 и потребовали несколько сотен часов машинного времени (примерно по 200 часов на каждую модель).

Эти расчеты, а также анализ эффективного потенциала Коулмена-Вайнберга, найденного аналитически при малых v , показали, что линии фазовых переходов первого рода оканчиваются точками фазового перехода второго рода. Нахождение таких точек является важным этапом анализа решеточных теорий, поскольку при приближении к точке фазового перехода второго рода корреляционная длина $\xi \rightarrow \infty$. В соответствии с условием (II) это равносильно непрерывному пределу $a \rightarrow 0$.

Следующий шаг в использовании решеточных хиггс-калибровочных теорий состоит в выборе точки фазового перехода второго рода, отвечающей реалистической непрерывной теории. Для этого необходимо вычисление различных корреляционных функций и их корреляционных длин. Такие расчеты позволяют также получить теоретические предсказания для масс пока не найденных хиггсовских частиц. Конечно же дальнейшие исследования требуют существенного увеличения мощности ЦВК (в десятки раз) и использования спецпроцессоров, которые значительно повышают эффективность решеточных расчетов. Еще более серьезные требования к ресурсам ЭВМ предъявляет решеточное моделирование КХД с учетом кварковых степеней свободы 20,21 . Здесь необходима производительность в сотни миллионов операций в секунду и память в десятки мегабайт.

5. Математический эксперимент

Перейдем теперь к другому важному применению современных ЭВМ, связанному с так называемой экспериментальной математикой. Понятно, что при наличии качественно надежной и количественно достаточно точной математической модели физического явления любой аналитический или численный расчет может являться прообразом реального физического процесса и соответствующих измерений. С момента своего появления современные компьютеры непрерывно используются для численного расчета различных конструкций и сложных физических систем, имеющих важное прикладное значение. Однако, как правило, основные конструктивные и физические идеи формулируются без участия вычислительных машин, а расчеты на ЭВМ уточняют приближенные предварительные оценки либо интерполируют между трудно осуществимыми и дорогостоящими реальными экспериментами. Если добавить еще ситуации, когда эксперимент в природе вообще невозможен, как например, при изучении задач глобальной экономики или климатических последствий ядерной войны, то станет ясно, что современная вычислительная техника значительно расширила возможности науки и техники и математический эксперимент дополняет физический на наиболее важных и сложных направлениях.

Однако, что касается научных проблем, между физическими и математическими экспериментами имеется существенное, хотя и вполне естественное различие. Физический эксперимент дает основу для формирования физических представлений и понятий, а также для формулирования физических законов на языке математики. Математический эксперимент опирается на эти, уже известные из физики, законы. С его помощью, тем не менее, удастся открывать новые явления. Приведем несколько примеров.

Качественные основы квантовой хромодинамики, включающие представления о кварках, глюонах и цветовой симметрии были добыты в итоге сложного процесса, опирающегося как на теоретические находки, так и на экспериментальные данные. Обнаружение особенностей глубоко-неупругого взаимодействия лептонов и адронов, приведшее к формированию партонной гипотезы, является четким примером определяющей роли эксперимента в этом процессе, итогом которого явилась простая и элегантная формулировка основного закона сильных взаимодействий в виде лагранжиана КХД. На его основе традиционными средствами перенормированной теории возмущений было получено количественное описание процессов, связанных с малыми расстояниями. Для изучения задач больших расстояний был привлечен новый метод, основанный на представлении функционального интеграла и использующий приближенный числен-

ный метод Монте-Карло, о котором уже упоминалось выше. Именно на этом пути удалось получить указания на линейный рост междукваркового потенциала, что может послужить основой объяснения конфайнмента. Если эти результаты получат дальнейшее развитие, то может оказаться, что феномен невыедания кварков и глюонов, в течение долгого времени имеющий статус правдоподобного свойства КХД, будет "экспериментально открыт" с помощью моделирования на компьютере.

Т-слой. В 1968 году Комитет по делам открытий и изобретений при Совете Министров СССР зарегистрировал в качестве открытия эффект Т-слоя, заключающийся в том, что при определенных условиях в плазме за фронтом ударной волны возникает локализованная "горячая" область, в которой сосредоточены электрические токи и джоулев нагрев. Это новое физическое явление было открыто группой советских ученых^{/23/} при численном моделировании на ЭВМ движения плотной плазмы в магнитном поле. Физическое открытие, сделанное при помощи компьютера, спустя 5-6 лет было подтверждено в прямом физическом эксперименте. В настоящее время изучаются возможности практического использования эффекта Т-слоя и МГД-генераторах с целью существенного повышения их КПД.

Наш следующий сюжет связан с так называемым динамическим хаосом - новым научным направлением, возникающим в течение последнего десятилетия. Принципиальный результат состоит в том, что простые динамические системы, описываемые решениями уравнений с небольшим числом степеней свободы, могут проявлять хаотическое поведение.

Простая иллюстрация связана с итерациями функциональных отображений^{/24/}.

Отображение

$$x \rightarrow f(x) = \lambda x(1-x), \quad (I4)$$

при соблюдении условия $0 < \lambda < 4$, переводит единичный отрезок $0 \leq x \leq 1$ сам в себя. Определим последовательность итераций этого отображения

$$x_n \rightarrow x_{n+1} = f(x_n)$$

и поставим вопрос о сходимости таких итераций

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x^* = ? \quad \text{при } n \rightarrow \infty$$

Результат, полученный с помощью ЭВМ, изображен на рис.1. Как видно, при $\lambda < \lambda_1 = 3$ имеется один устойчивый предел $x^* = 1 - 1/\lambda$, который оказывается устойчивым корнем уравнения $x^* = f(x^*)$. При увеличении λ этот корень теряет устойчивость. Вместе с тем появляется пара корней x_1^* и x_2^* , удовлетворяющая системе уравнений

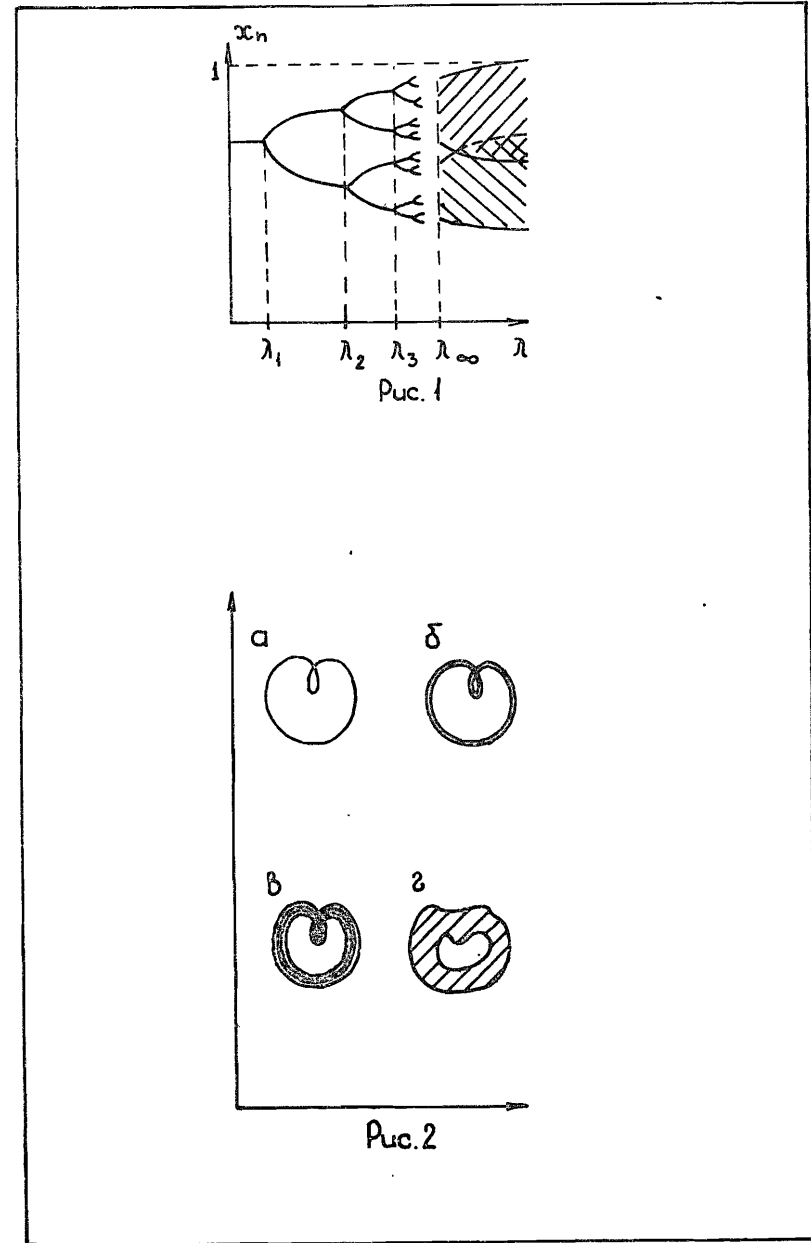


Рис.1

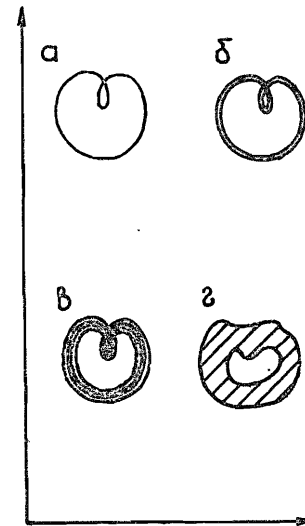


Рис.2

$$x_1^* = f(x_2^*), \quad x_2^* = f(x_1^*), \quad (15)$$

которая в совокупности образует устойчивый 2-цикл: при достаточно больших значениях λ результат итераций "перепрыгивает" от x_1^* к x_2^* и наоборот. Изменение числа и устойчивости решений называется бифуркацией. На рис. 1 бифуркации отвечает точка ветвления кривой при $\lambda = \Lambda_1$. При увеличении параметра λ в точке Λ_2 происходит вторая бифуркация, и в области $\Lambda_2 < \lambda < \Lambda_3$ предельное поведение еще более усложняется: появляются 4 значения: $x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*$, являющиеся решением системы 4-х уравнений типа (15) и в совокупности образующие устойчивый 4-цикл. По мере дальнейшего возрастания λ процесс удвоения числа корней повторяется. В области $\Lambda_n < \lambda < \Lambda_{n+1}$ после n бифуркаций имеет место 2^n -цикл: предельная совокупность значений x_i^* состоит из 2^n элементов. Как видно из рис. 1, граничные точки Λ_n сгущаются и при $n \rightarrow \infty$ стремятся к некоторому предельному значению Λ_∞ , причем предельный закон стремления имеет степенной характер $\Lambda_n = \Lambda_\infty - c/\delta^n$, где $\delta = 4,6692016\dots$ - так называемое число Фейгенбаума. Для нас сейчас существенно в первую очередь то, что в области $\lambda > \Lambda_\infty$ распределение предельных точек становится полностью хаотическим. При этом случайный процесс выступает как предел все более сложных упорядоченных структур 2^n при $n \rightarrow \infty$. Можно сказать, что хаос возникает в итоге усложнения порядка.

Этот вывод, как оказалось, имеет весьма общий характер. Аналогичное поведение проявляется широкий класс динамических систем, в том числе описываемых дифференциальными уравнениями.

Ангармонический осциллятор с трением, находящийся под воздействием периодической внешней силы, описывается так называемым уравнением Дюффинга

$$\ddot{x} + \frac{1}{\lambda} \dot{x} + x^3 = b \sin 2\pi t. \quad (16)$$

Уменьшая силу трения, т.е. увеличивая коэффициент λ , получаем качественную картину, близкую к предыдущей. В области $\lambda < \Lambda_1$ решение уравнения Дюффинга, рассматриваемое на фазовой плоскости переменных x и \dot{x} , стремится к устойчивому предельному циклу (см. рис. 2а). При $\lambda = \Lambda_1$ происходит первая бифуркация, и предельный цикл как бы "удваивается" или "раздваивается" - см. рис. 2б. Полное время прохождения нового цикла равно двум периодам вынуждающей силы, и его естественно назвать 2-циклом. При дальнейшем уменьшении силы трения в точке $\lambda = \Lambda_2$ происходит вторая бифуркация, возникает 4-цикл, изображенный на рис. 2в и т.п. При достижении предельного значения Λ_∞ на фазовой плоскости проявляется целая область (см. рис. 2г), заменяющая

бесконечно усложненную кривую предельного цикла. Наступает хаос. Характер стремления Λ_n к Λ_∞ определяется тем же степенным законом, как и для функциональных итераций, с тем же универсальным показателем, равным числу Фейгенбаума δ .

Среди важных физических задач, для которых было установлено аналогичное возникновение хаоса из усложняющегося порядка, содержится задача движения вязкой жидкости, описываемая уравнением Навье-Стокса. Этот факт позволяет по-новому взглянуть на природу такого сложного явления как турбулентность.

Уже около 15 лет в ОИЯИ также ведутся работы по численному эксперименту. Эти исследования относятся к теории нелинейных волн и солитонов. В первых работах изучалась временная эволюция волновых пакетов в рамках нелинейного уравнения Шредингера. Позже исследования стали вестись более широким фронтом и касались таких общих вопросов теории солитонов, как свойство интегрируемости той или иной модели^{/25/}.

Изучались одно-, двух- и трехмерные модели. В результате были открыты новые солитоноподобные объекты - пульсоны, представляющие собой долгоживущие сгустки пульсирующего во времени поля.

Вначале они довольно неожиданно появились при изучении в 1976 г. эволюции трехмерных хиггсовских пузырей, моделирующих в рамках MIT-BAG модели поведение глюония. Предполагалось, что такой пузырь будет попеременно схлопываться и расширяться большое число раз. Численный эксперимент дал иную картину: пузырь после нескольких (обычно 2-5) схлопываний, излучая часть своей энергии, превращается в локализованный в его центре сгусток поля размерами, определяемыми запасенной энергией. Время жизни такого пульсона от нескольких сотен до нескольких тысяч периодов пульсаций поля^{/26/}. Позже аналогичные объекты были открыты и в рамках других полевых моделей, в частности, уравнения синус-Гордона, а также переоткрыты и подвергнуты тщательному изучению в других лабораториях мира (Англии, Дании, Бразилии, СССР и др.).

В 1980 году в ОИЯИ при изучении взаимодействия 2-мерных солитонов было обнаружено еще одно на первый взгляд парадоксальное явление: связанное состояние двух неустойчивых квазисолитонов оказалось устойчивым долгоживущим образованием.

Время жизни этого состояния в сотни или даже тысячи раз превышало время жизни каждого из образующих его солитонов в отдельности. Интересно отметить, что этот долгоживущий "монстр" оказался не чем иным, как одной из разновидностей пульсона^{/27/}.

На первоначальном этапе рассматривались свойства отдельных, симметричных в пространстве солитонов, что эффективно делало задачу

одномерной и требовало разумного времени для просчета одного варианта.

Постановка вычислительных экспериментов с двумя и более взаимодействующими солитонами приводит к двух-, а иногда и трехмерным задачам. Вторые еще поддаются решению с помощью современной вычислительной техники (и науки), хотя это решение уже становится довольно дорогим. Трехмерные задачи уже находятся на грани возможностей современных суперкомпьютеров.

6. Заключение

Как следует из вышеизложенного, ЭВМ в нашем институте, помимо применений в экспериментальной физике для регистрации событий и обработки данных, успешно использовались в широком спектре задач теоретической и математической физики. Поэтому можно констатировать, что вычислительная машина является важным инструментом получения физической информации. Физические результаты теоретиков, представляющие существенную часть научной продукции Института, в основной массе добыты с помощью ЭВМ ЦВК.

В этой статье было также показано, что современные ЭВМ допускают проведение математических расчетов, которые в полном смысле слова являются аналогом физических экспериментов – они позволяют открывать новые явления. Мощная ЭВМ может дать физическую продукцию, сравнимую с результатами современной экспериментальной установки. Для этого необходимо наличие достаточного научного потенциала как физиков-теоретиков, так и математиков. В ОИЯИ такой потенциал имеется. Таким образом, достаточно мощный ЦВК может стать в один ряд с базовыми экспериментальными установками нашего института. Отсюда следует вывод о необходимости пересмотра шкалы приоритетов финансирования и существенного увеличения доли средств, отпускаемых на вычислительную технику, и в первую очередь на нужды развития ЦВК. Суммируя вышесказанное, можно перечислить ориентировочные минимальные требования к ЦВК ОИЯИ, способному в течение ближайших лет обеспечить развитие в ОИЯИ актуальных теоретических исследований и получение новых конкурентоспособных результатов.

1. Производительность – не менее 30 млн. оп/сек на операциях с плавающей запятой при разрядности не менее 64 и широким диапазоном представления чисел.

2. Оперативная память – не менее 32 Мбайт.

3. Внешняя память на устройствах прямого доступа не менее 4 Гбайт.

4. Развитие терминальной сети и устройств отображения информации на базе персональных ЭВМ.

5. Расширение диалоговых и математических возможностей систем аналитических вычислений и оснащение ими персональных ЭВМ.

6. Развитие библиотек численных и символьных программ.

7. Эффективное объединение всех трех типов машинных операций: численных, аналитических и графических.

Авторы выражают благодарность С.И.Виницкому, Н.Н.Говоруну, Е.П.Жидкову, А.М.Задорожному, С.И.Курдюмову, Л.А.Малову, В.Г.Маханькову, В.К.Митрюшкину, И.В.Пузынину, В.Д.Тонееву и Г.Д.Ширкову за помощь в составлении материала данной статьи.

Литература

1. Виницкий С.И., Пономарев Л.И. ЭЧАЯ, 1982, 13, с.1336.
2. Grocheva A.D. et al. Phys. Lett., 1985, 153B, p.349.
3. Виницкий С.И., Пузынин И.В., Коробов В.И. ЖЭТФ, 1986, 91, с.704.
4. Соловьев В.Г. ЭЧАЯ, 1978, 9, с.810.
Малов Л.А., Соловьев В.Г. ЭЧАЯ, 1980, 11, с.301.
Воронов В.В., Соловьев В.Г. ЭЧАЯ, 1983, 14, с.1381.
5. Vdovin A.I. et al. JINR, E4-86-30. Dubna, 1986.
Dao Tien Khog et al. JINR, E4-86-198, Dubna, 1986.
6. Toneev V.D., Gudima K.K. Nucl. Phys., 1983, A400, p.173c.
Gudima K.K. et al. Phys. Rev., 1985, C32, p.1605.
Гудима К.К., Тонеев В.Д. В трудах VII Межд.семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984, Д1, 2-84-599, с.567.
7. Жидков Е.П., и др. ОИЯИ, Р9-85-915, Дубна, 1985.
8. Перельштейн Э.А. Метод моментов в теории ускорителей. В трудах Международной школы молодых ученых по проблемам ускорителей заряженных частиц. ОИЯИ, Д9-89-817, Дубна, 1984.
9. Гердт В.П., Тарасов О.В., Ширков Д.В. УФН, 1980, 130, с.113.
10. Kinoshita T., Sapirstein J. In: Atomic Physics 9 (Van Dyck R.S., Fortson E.N., eds), World Sci. Publ. Co., Washington, 1984, p.38.
11. Tarasov O.V., Vladimirov A.A., Zharkov A. Yu. Phys. Lett., 1980, 93B, p.429.
12. Vladimirov A.A., Tarasov O.V. JINR, E2-80-433, Dubna, 1980.
13. Ширков Д.В. ОИЯИ, Р2-81-80, Дубна, 1981.
14. Ermushev A.V., Kazakov D.I., Tarasov O.V. JINR E2-86-17, Dubna, 1986.
15. Ахундов А.А., Баранов С.П., Бардин Д.Ю., Римани Т. В сб. /16/, с.382.

16. Аналитические вычисления на ЭВМ и их применение в теоретической физике. ОИЯИ, ДИИ-85-796, Дубна, 1986.
17. Рапортиренко А.М. В сб. /16/, с.71.
18. Амирханов И.В., Жидков Е.П., Жидкова И.Е. В сб. /16/, с.361.
19. Gerdt V.P., Shvachka A.D., Zharkov A.Yu. Comp. Phys. Comm., 1985, 34, p.303; J. Symb. Comp.: 1985, 1, p.101.
20. Creutz M., Quarks, Gluons and Lattices. Cambridge University, Press, Cambridge, Great Britain, 1983.
(Имеется перевод: Кройц М. Кварки, глюоны и решетки. "Мир", М., 1987).
21. Макеенко Ю.М. УФН, 1984, 143, с.161.
22. Gerdt V.P., Ilchev A.S., Mitrjushkin V.K., Zadorozhny A.M. Z.Phys. C., 1985, 26, p.363.
Gerdt V.P., Ilchev A.S., Mitrjushkin V.K. JINR, E2-85-59, Dubna, 1985.
Gerdt V.P., Mitrjushkin V.K., Zadorozhny A.M. Phys. Lett., 1986, 172B, p.65.
Mitrjushkin V.K., Zadorozhny A.M. JINR, E2-86-376, Dubna, 1986.
23. Самарский А.А. - Вестник АН СССР, 1979, 5, с.38.
24. Фейгенбаум М. УФН, 1983, 141, с.343.
25. Makhankov V.G. Phys. Rep. 1978, 35, p.1.
26. Боголюбский И.Л., Маханьков В.Г. Письма в ЖЭТФ, 1977.
27. Маханьков В.Г. ЭЧАЯ, 1983, 14, с.123.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 декабря 1986 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги,
если они не были заказаны ранее.

Д2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р. 50 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.
Д13-85-793	Труды X Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна 1985.	4 р. 80 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Гердт В.П., Мещеряков М.Г., Ширков Д.В.
Компьютеры в теоретической физике

P2-86-848

Работа, написанная по материалам доклада двух ее авторов /М.Г.Мещерякова и Д.В.Ширкова/ на 60-й сессии Ученого совета ОИЯИ 5 июня 1986 г., содержит обзор применений машинной математики в исследованиях по теоретической и математической физике, проводимых в нашем институте. Даются рекомендации по дальнейшему развитию Центрального вычислительного комплекса /ЦВК/ в целях его соответствия программе развития теоретических исследований в ближайшей пятилетке.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации и в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Gerdt V.P., Meshcheryakov M.G., Shirkov D.V.
Computers in Theoretical Physics

P2-86-848

The paper is written on the basis of the report presented by two authors (M.G.Meshcheryakov and D.V.Shirkov) at the 60th session of the JINR Scientific Council, June 5, 1986. It reviews the usage of computer mathematics in theoretical and mathematical investigations carried out in the Joint Institute. Recommendations are given on further development of the JINR Computer Center in accordance with the program of theoretical researches in nearest Five-Year Plan.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR and at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986