И-13

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-86-835

Р.М.Ибадов*, В.Г.Кадышевский

О ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ СУПЕРСИММЕТРИИ В ТЕОРИИ ПОЛЯ С ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАССОЙ

Направлено в журнал "ДАН УзССР"

*Самаркандский государственный университет им.А.Навои

1986

Как было установлено ранее/I-4/, в квантовой теории поля с фундаментальной массой (ф.м.) все физические поля появляются в сопровождении вспомогательных полевых переменных, не имеющих своих уравнений движения. Их значения целиком определяются значениями физических полей. Подобная ситуация имеет место и в теории суперсимметрии, хотя происхождение, природа и число вспомогательных полей там совсем другие (см., однако,/5/). Интересно сопоставить оба подхода друг с другом с целью обнаружения хотя бы частичной их эквивалентности.

Суть этой заметки сводится к простому замечанию, что в рамках теории поля с ф.м. сумма <u>кинетических членов</u>, отвечающих скалярному, псевдоскалярному и майорановскому полям, инвариантна относительно преобразований суперсимметрии, присущей модели Весса-Зумино/6/. Все дело в том, что само понятие "кинетический член" в нашем подходе приобретает новый смысл (см./4/).

Введем вначале для перечисленного набора полей переменные $\phi(x,o)$ и $-\frac{i}{M}\frac{\partial}{\partial x^5}\phi(x,o)$ /4/:

$$(S(x),\ \xi(x))$$ – скалярное поле,

$$(P(x),\ \sigma(x))$$ – псевдоскалярное поле,

$$(\psi(x),\ \chi(x))$$ – поле Майорана.

По определению, размерности всех этих полей – <u>канонические</u>.

Согласно/4/, кинетические члены соответствующих лагранжианов имеют вид[*]:

$$L_{kin}[S,\xi]=\frac{1}{2}\frac{\partial S(x)}{\partial x^\mu}\frac{\partial S(x)}{\partial x_\mu}+\frac{M^2}{2}\left(S(x)-\xi(x)\right)^2, \tag{1}$$

$$L_{kin}[P,\sigma]=\frac{1}{2}\frac{\partial P(x)}{\partial x^\mu}\frac{\partial P(x)}{\partial x_\mu}+\frac{M^2}{2}\left(P(x)-\sigma(x)\right)^2, \tag{2}$$

$$L_{kin}[\psi,\chi]=\frac{1}{4}\bar\psi(x)\gamma^\mu\overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^\mu}}\psi(x)+i\frac{M}{4}\left(\bar\chi(x)-\frac{1}{M}\bar\psi\left(-i\overleftarrow{\frac{\partial}{\partial x^\mu}}\gamma^\mu+M\right)\right)\cdot \tag{3}$$

$$\cdot\left(\chi(x)-\frac{1}{M}\left(i\gamma^\mu\overrightarrow{\frac{\partial}{\partial x^\mu}}+M\right)\psi(x)\right),$$

---

[*] Майорановские поля $\psi(x)$ и $\chi(x)$ считаются грассмановыми переменными.

где M – фундаментальная масса. Складывая выражения (I)-(3) и отождествляя слагаемые $\frac{M^2}{2}(S(x)-\xi(x))^2$ и $\frac{M^2}{2}(P(x)-\sigma(x))^2$ со вспомогательными членами в свободном лагранжиане Весса-Зумино для безмассового случая, приходим к выводу, что

$$L_{kin}[S,\xi]+L_{kin}[P,\sigma]+L_{kin}[\psi,\chi]= \qquad (4a)$$

$$= L^{WZ}_{m=0} - \frac{M}{4}\bar{\chi}'(x)\,\chi'(x), \qquad (4б)$$

где

$$\chi' \equiv \chi - \frac{1}{M}\left(i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + M\right)\psi(x). \qquad (5)$$

Поскольку поле $\chi'(x)$ полностью отделено от других полей, то (4) будет инвариантным при суперсимметричных преобразованиях Весса-Зумино, если считать $\chi'(x) = invar$.

Выпишем теперь в инфинитезимальной форме окончательный вид суперсимметричных преобразований всех полей, фигурирующих в (4a) (α – бесконечно малый безразмерный спинор Майорана)

$$\delta S(x) = \frac{\bar{\alpha}\psi(x)}{\sqrt{M}}, \quad \delta P(x) = \frac{i\bar{\alpha}\gamma^5\psi(x)}{\sqrt{M}},$$

$$\delta\xi(x) = \frac{1}{M^{3/2}}\bar{\alpha}\left(\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu} + M\right)\psi(x),$$

$$\delta\sigma(x) = \frac{-i}{M^{3/2}}\bar{\alpha}\gamma^5\left(\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu} - M\right)\psi(x), \qquad (6)$$

$$\delta\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{M}}\left(\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu} - M\right)\alpha S(x) + \frac{i\gamma^5}{\sqrt{M}}\left(\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu} - M\right)(\alpha P(x)) +$$

$$+ \sqrt{M}\left(\xi(x) + i\gamma^5\sigma(x)\right)\alpha,$$

$$\delta\chi(x) = \left[1 + \frac{i}{M}\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x^\mu}\right]\delta\psi(x).$$

В пределе $M\to\infty$, отвечающем переходу к стандартной теории поля, приращения (6) всех полей обращаются в нуль, т.е. суперсимметричные преобразования вырождаются в тождественные. Чтобы убедиться в исчезновении $\delta\psi(x)$ при $M\to\infty$, необходимо учесть следующее. Пары полевых переменных вида $\phi(x,0)$ и $-\frac{i}{M}\frac{\partial}{\partial x^5}\phi(x,0)$, согласно /4/, играют роль данных Коши для "фундаментального уравнения" теории

$$\left(\Box - \frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - M^2\right)\phi(x,x^5) = 0. \qquad (7)$$

Полагая

$$\phi(x,x^5) = \psi(x,x^5)\,e^{iMx^5}, \qquad (8)$$

будем иметь из (7):

$$\left[\frac{1}{2iM}\left(\Box - \frac{\partial^2}{\partial x^{5\,2}}\right) - \frac{\partial}{\partial x^5}\right]\psi(x,x^5) = 0. \qquad (9)$$

Следовательно, в пределе $M\to\infty$ в нулевом приближении

$$\frac{\partial\psi(x,x^5)}{\partial x^5} = 0, \qquad (10)$$

и поэтому

$$\phi_0(x,0) = \frac{-i}{M}\frac{\partial\phi_0(x,0)}{\partial x^5}.$$

В следующем приближении

$$\phi_1(x,0) = \frac{-i}{M}\frac{\partial\phi_1(x,0)}{\partial x^5} - \frac{\Box}{2M^2}\phi_0(x,0).$$

Таким образом, при выполнении в (6) предельного перехода $M\to\infty$ надо иметь в виду, что

$$S(x) - \xi(x) = O\left(\frac{1}{M^2}\right),$$

$$P(x) - \sigma(x) = O\left(\frac{1}{M^2}\right).$$

Мы не будем воспроизводить модель Весса-Зумино в полном объеме, т.е. с массовыми членами и взаимодействием, т.к. это не дает каких-либо новых результатов. Отметим лишь, что структура массовых членов, как бозонных, так и фермионных, здесь оказывается отличной от той, которая была принята в работах /I-3/. Например, свободный лагранжиан нейтральной скалярной частицы массы m в /I/ имел вид

$$L = \frac{1}{2} \frac{\partial S(x)}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial S(x)}{\partial x_{\mu}} + \frac{M^2}{2} \left[\xi(x) - S(x)\right]^2 - 2M^2 \operatorname{sh}^2 \frac{\mu}{2}\, \xi(x) S(x), \qquad \frac{m}{M} = \operatorname{sh}\mu, \tag{II}$$

а в рамках модели Весса-Зумино —

$$L = \frac{1}{2} \frac{\partial S(x)}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial S(x)}{\partial x_{\mu}} + \frac{M^2}{2} \left[\xi(x) - S(x)\right]^2 + mM\, S(x) \left(\xi(x) - S(x)\right). \tag{I2}$$

В заключение нам хотелось бы подчеркнуть, что вспомогательные полевые переменные, характерные для теории поля с ф.м., по-видимому, облегчают включение в эту теорию преобразований суперсимметрии.

Авторы выражают искреннюю благодарность Ш.И.Вашакидзе, М.Д.Матееву, М.П.Чавлейшвили и М.В.Чижову за плодотворные дискуссии.

Литература

1. Kadyshevsky V.G. and Mateev M.D. Nuovo Cim. v.87A, N 3, p.324, 1985.
2. Chizhov M.V., Donkov A.D., Ibadov R.M., Kadyshevsky V.G. and Mateev M.D. Nuovo Cimento v.87A, N 3, p.350, 1985; v.87A, N 4, p.373, 1985.
3. Кадышевский В.Г., "Квантовая теория поля и "максимон" Маркова", ОИЯИ, Р2-84-753, Дубна, 1984.
4. Ибадов Р.М., Кадышевский В.Г. "К теории поля с фундаментальной массой", ОИЯИ, Р2-86-830, Дубна, 1986.
5. Sohnius M.F., Stelle K.S., West P.C., Nucl. Phys., B173, p.127, 1980.
6. Wess J., Zumino B., Nucl. Phys., B70, 39 (1974).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 декабря 1986 года.

Ибадов Р.М., Кадышевский В.Г. Р2-86-835

О преобразованиях суперсимметрии в теории поля с фундаментальной массой

Отмечается, что вклад вспомогательных полей в лагранжианы теории поля с фундаментальной массой оказывается таким, что простая сумма кинетических членов, отвечающих в новом формализме скалярному, псевдоскалярному и майорановскому полям, является инвариантной относительно преобразований суперсимметрии, присущей модели Весса-Зумино.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод Г.Г.Сандуковской

Ibadov R.M., Kadyshevsky V.G. P2-86-835

On Supersymmetry Transformations in Field Theory

It is shown that the contribution of the auxiliary fields to the Lagrangians of the field theory with fundamental mass is such that the sum of the kinetic terms corresponding to scalar and Majorana fields is invariant under supersymmetry transformations inherent in the Wess-Zumino model.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986