объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-86-754

В.Г.Маханьков, О.К.Пашаев

НЕКОМПАКТНЫЕ МАГНЕТИКИ, БОГОЛЮБОВСКИЙ КОНДЕНСАТ И РЕШЕТОЧНЫЙ БОЗЕ-ГАЗ

Направлено в Оргкомитет Всесоюзного семинара "Квантовая теория солитонов", Ленинград, октябрь 1986 г.; в Оргкомитет II рабочего совещания "Теория солитонов и приложения", Юрмала, ноябрь 1986 г.

1986

Как известно, слабонеидеальный бозе-газ после выделения макроскопического состояния - бозе-конденсата, в результате конденсации бозонов в импульсном пространстве, переходит в новое макроскопическое состояние - боголюбовский конденсат /I/. Состояние бозе-конденсата описывается волновой функцией $\Psi = \sqrt{\rho}\, e^{i\alpha}$, являющейся точным решением классического нелинейного уравнения Шредингера (НУШ). Известно, что вследствие точной интегрируемости последнее может быть приведено к переменным действие-угол /2,3/. При этом угловая переменная в бессолитонном секторе описывает прецессию коэффициента отражения в фазовом пространстве с боголюбовской частотой $\omega_Б(k)$ и импульсом k /4/. Поэтому естественно искать классический аналог боголюбовского конденсата как точное решение нелинейной задачи не в рамках НУШ, а на языке его вспомогательной линейной задачи Захарова-Шабата /5/. Последняя для отталкивающегося НУШ формулируется на языке $SU(1,1)/U(1)$ однородного пространства /6/ (плоскость Лобачевского), и выбор НУШ соответствует выбору локально-плоской метрики в этом пространстве /7,8/. Динамика метрики искривленного пространства $SU(1,1)/U(1)$ описывается $SU(1,1)$ изотропным уравнением Ландау-Лифшица /6,7/, являющимся σ-модельным представлением НУШ отталкивающегося типа /6,7,9/. В $SU(1,1)\sim O(2,1)$ псевдоспиновой модели магнетика имеется решение, описывающее прецессию вектора псевдоспина $\vec{S}_{(k)}(x,t)$ на поверхности гиперболоида вокруг оси ξ_0 с боголюбовской частотой $\omega_Б(k)$ и распространяющееся вдоль оси x с импульсом k /I2/.

С другой стороны, известно, что боголюбовская теория сверхтекучести может быть интерпретирована на языке динамической $SU(1,1)$ симметрии /10/, являющейся динамической симметрией бозонной системы, а физический вакуум - боголюбовский конденсат - описывается $SU(1,1)$ обобщенными когерентными состояниями (точнее, $\prod_k \otimes SU(1,1)_k$) /II/. Отсюда следует, что естественной реализацией боголюбовского конденсата является плоскость Лобачевского с прецессирующим на ней вектором псевдоспина*.

* Совпадение геометрических структур линейной задачи псевдоспиновой системы и динамической симметрии боголюбовского конденсата не может быть случайным.

В настоящей работе на основе псевдоспинового подхода к теории сверхтекучести получена интерпретация боголюбовского конденсата как упорядоченного состояния ферромагнитного типа для операторов псевдоспина в импульсном пространстве. Вычисляя квантовые средние операторов псевдоспина $\hat{K}_{(p)}$ как функции пространства x и времени t, мы покажем, что они описывают классический вектор $\vec{K}_{(p)}(x,t)$, прецессирующий на поверхности гиперболоида $S^{1,1}$ с боголюбовской частотой $\omega_Б(p)$ и импульсом p. Далее мы сравним выражение для средних оператора псевдоспина для случая δ-образного парного взаимодействия бозонов с точным решением $SU(1,1)$ модели магнетика. Мы находим, что оба выражения в области малых p ($p^2 \ll 4\rho$) совпадают с точностью до коэффициента $\frac{I}{2}$, связанного с энергией нулевых колебаний гармонического осциллятора.

Полученный результат позволяет найти точный классический аналог боголюбовского конденсата в виде континуального набора прецессирующих на поверхности гиперболоида $S^{1,1}$ векторов псевдоспина $\vec{K}_{(p)}$. Он также проясняет характер калибровочного преобразования от НУШ отталкивающегося типа к $SU(1,1)$ модели магнетика. Как было показано ранее в /6,7/, калибровочное преобразование, генерируемое решением Йоста линейной задачи, в этом случае не может быть выбрано при значениях спектрального параметра $|\lambda_0| < 2\sqrt{\rho}$, и в частности, в точке $\lambda_0 = 0$. Теперь становится ясно, что, выбирая решения Йоста $g(x,t;\lambda)$ при $\lambda = \lambda_0$, мы выбираем локальный базис (решения Йоста играют роль тетрад) на однородном пространстве $SU(1,1)/U(1)$, соответствующий вектору псевдоспина $\vec{S}_{(p)}$ с импульсом $p = \sqrt{\lambda_0^2 - 4\rho}$. Классическая динамика $SU(1,1)$ модели магнетика далее разворачивается над прецессирующим вектором псевдоспина $\vec{S}_{(p)}$ - парциальной классической составляющей точного аналога боголюбовского конденсата*.

Рассмотрим систему N одинаковых бозонов, заключенных в макроскопическом объеме V в представлении вторичного квантования с гамильтонианом

$$H=\int d^3x\Psi^+(x)\left(-\frac{1}{2m}\Delta\right)\Psi(x)+\frac{1}{2}\int d^3x d^3x'\,\Phi(|x-x'|)\Psi^+(x)\Psi^+(x')\Psi(x')\Psi(x)\,, \quad (I)$$

$(\hbar \equiv 1)$ или

$$H=\sum_p \frac{p^2}{2m} b_p^+ b_p + \frac{1}{2V}\sum_{p_1,p_2,p_2',p_1'} \Delta(p_1+p_2-p_1'-p_2')\,\nu(p_1-p_2)\, b_{p_1}^+ b_{p_2}^+ b_{p_2'} b_{p_1'}\,, \quad (2)$$

где $\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_p b_p e^{ipx}$, $\quad \nu(p) = \int d^3x\,\Phi(|x|)\,e^{-ipx}$.

* Например, солитонное решение описывает отклонение вектора псевдоспина от плоскости прецессии с фиксированным k /I2/.

При малых температурах T и взаимодействии $\nu(p)$, выделяя бозе-конденсат

$$b_o = b_o^+ = \sqrt{N_o}\ , \quad b_o^+ b_o = N_o$$

как референтное состояние

$$b_p|0\rangle = 0\ , \quad p \neq 0 \tag{3}$$

и удерживая только члены, квадратичные по операторам $b_p (p\neq 0)$, мы приходим к гамильтониану

$$H = \frac{N^2}{2V}\nu(0) + \sum_{p\neq 0}\left(\frac{p^2}{2m} + \frac{N}{V}\nu(p)\right) b_p^+ b_p + \frac{N}{2V}\sum_{p\neq 0}\nu(p)\,(b_p^+ b_{-p}^+ + b_{-p} b_p)\ , \tag{4}$$

где $N = N_o + \sum\limits_{p\neq 0} b_p^+ b_p$ – число частиц в смысле среднего. Этот гамильтониан легко диагонализируется u-v преобразованием Боголюбова. Однако для выявления теоретико-групповой структуры модели (I) и ее связи с другими нелинейными моделями нам будет удобно другое представление гамильтониана (4). Как известно, u-v преобразование сохраняет перестановочные соотношения для бозонных операторов и носит гиперболический характер. Конденсация бозонов с противоположными импульсами приводит к естественному представлению гамильтониана (4) через билинейные комбинации бозонных операторов:

$$K_1^{(p)} = \frac{1}{2}(b_p^+ b_{-p}^+ + b_p b_{-p})\ , \tag{5}$$

$$K_2^{(p)} = -\frac{i}{2}(b_p^+ b_{-p}^+ - b_p b_{-p})\ ,$$

$$K_o^{(p)} = \frac{1}{2}(b_p^+ b_p + b_{-p}^+ b_{-p} + 1)\ ,$$

базис алгебры Ли $SU(1,1)_{(p)}$:

$$H = \sum_p \oplus\ \frac{N\nu(p)}{V}\left[K_1^{(p)} + \mu_p\left(K_o^{(p)} - \frac{1}{2}\right)\right] + \frac{N^2\nu(0)}{2V}\ , \tag{6}$$

где $\mu_p = 1 + \frac{p^2}{2m} \Big/ \frac{N}{V}\nu(p)$.

Так как предполагается, что система заключена в объем $V = L^3$ и импульс p принимает обычные квазидискретные значения $p = \frac{2\pi}{L}$ (n_1 , n_2 , n_3) (где n_α ($\alpha = 1,2,3$) – целые числа), гамильтониан (6) описывает решеточную модель невзаимодействующих псевдоспинов $\vec{K}(n_1, n_2, n_3) = (K_o, K_1, K_2)$. К аналогичной модели невзаимодействующих псевдоспинов на решетке импульсов приводится модель

антиферромагнетика Гейзенберга при выделении двухподрешеточного неелевского основного состояния, связанного с конденсацией магнонов в импульсном пространстве /4/.

Так как $H = \sum\limits_p \oplus H_p$, то собственное состояние $|\Psi_n\rangle$, соответствующее энергии E_n, факторизуется в набор одноузельных состояний $|\Psi_n\rangle = \prod\limits_p \otimes\ |\Psi_n\rangle_p$. Легко проверить, однако, что гамильтониан (6) не имеет дискретного ограниченного снизу спектра, что связано с некомпактностью группы динамической симметрии $\prod\limits_p \otimes\ SU(1,1)_p$. В p-м узле единственной ее компактной подгруппой будет группа фазовых преобразований $U(1)_p$, генерируемая оператором $K_o^{(p)}$. Поэтому, совершая в каждом узле решетки импульсов поворот R_p на угол θ_p, генерируемый оператором $K_2^{(p)}$:

$$R = \prod_p \otimes\ R(\theta_p)\ , \quad R_p = R(\theta_p) = \exp(-iK_2^{(p)}\theta_p)\ , \tag{7}$$

мы приходим к гамильтониану

$$\tilde{H} = RHR^{-1} = \frac{N^2\nu(0)}{2V} + \tag{8}$$

$$+ \sum_{p\neq 0} \oplus\ \frac{N\nu(p)}{V}\left[K_o^{(p)}(\mu_p \mathrm{ch}\theta_p + \mathrm{sh}\theta_p) + K_1^{(p)}(\mathrm{ch}\theta_p + \mu_p \mathrm{sh}\theta_p) - \frac{\mu_p}{2}\right] .$$

Определяя угол поворота с помощью соотношения ($\nu(p) > 0$)

$$\mathrm{cth}\,\theta_p = -\mu_p\ , \tag{9}$$

получим

$$\tilde{H} = \sum_p \oplus\ \left(E_p K_o^{(p)} - \mu_p \frac{N\nu(p)}{2V}\right) + \frac{N^2\nu(0)}{2V}\ , \tag{10}$$

где

$$E_p = \frac{N\nu(p)}{V}\mathrm{csech}\,\theta_p = \left[\left(\frac{p^2}{2m}\right)^2 + 2\left(\frac{p^2}{2m}\right)\frac{N\nu(p)}{V}\right]^{1/2} .$$

Таким образом, в каждом узле p мы развернули псевдоспины $\vec{K}_p$ вдоль направления ξ_o, определяемого компонентой $K_o^{(p)}$. Иными словами, основное состояние нашей модели в псевдоспиновых переменных имеет структуру ферромагнитного порядка вдоль оси ξ_o. Ограниченный снизу дискретный спектр состояний такой системы описывается унитарным неприводимым представлением положительной дискретной серии $D^+(j_p)$, где

$$j_p = +\frac{1}{2}(1 + |\Delta_p|)\ , \quad \Delta_p = b_p^+ b_p - b_{-p}^+ b_{-p}$$

определяют представление в p-м узле:

$$(K_0^{(p)})^2-(K_1^{(p)})^2-(K_2^{P})^2 = j_p(j_p-1)=\frac{1}{4}(\Delta_p^2-1) \quad , \qquad (\text{II})$$

$$K_0^{(p)}|n_p\rangle = (n_p+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\Delta_p)\ |n_p\rangle \ .$$

В результате для спектра энергий имеем

$$E(\{n\})=\sum_p\left[E_p(n_p+\frac{1}{2}\Delta_p+\frac{1}{2})-\frac{\mu_p}{2}\frac{N\nu(p)}{V}\right]+\frac{N^2\nu(0)}{2V} \quad , \qquad (\text{I2})$$

а с.ф. задачи являются соответствующие обобщенные когерентные состояния (ОКС) /II/. Еще раз отметим, что в рассматриваемом нами случае физический вакуум системы, возбуждения над которым устойчивы и соответствуют дискретному спектру энергий, не совпадает с референтным вакуумом $|0\rangle$, соответствующим бозе-конденсату (3), с помощью которого строятся ОКС.

Основное состояние модели (I) - боголюбовский конденсат получается при $n_p=\Delta_p=0$, $j_p=+1/2$:

$$E(\{0\}) = \frac{1}{2}\sum_p\left\{E_p-(\frac{p^2}{2m}+\frac{N}{V}\nu(p))\right\}+\frac{N^2\nu(0)}{2V} \ . \qquad (\text{I3})$$

Ему соответствует собственный вектор

$$|\Psi_0\rangle=\prod_p \operatorname{sech}\frac{\Theta_p}{2}\exp\left\{\sum_p \operatorname{th}\frac{\Theta_p}{2}\, b_p^+b_{-p}^+\right\}|0\rangle = \qquad (\text{I4})$$

$$=\prod_p e^{i\Theta_pK_2^{(p)}}\left|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle=\prod_p e^{i\Theta_pK_2^{(p)}}|0\rangle \ .$$

Боголюбовский конденсат - сложное состояние, обладающее рядом характерных черт, в частности, при выключении взаимодействия $\nu(p)\to 0$ он переходит в бозе-конденсат. Однако включение сколь угодно слабого взаимодействия $\nu(p)\neq 0$ приводит к существенной перестройке бозе-конденсата, поскольку в нем в состоянии с данным p присутствуют все многочастичные состояния $|\{n_p\}\rangle$ с вероятностью $\omega_{n_p}=\zeta_{0p}^{2n}(1-\zeta_{0p}^2)$, $\zeta_{0p}=\operatorname{th}\Theta_p/2$. Перестройка бозе-конденсата в боголюбовский при включении взаимодействия носит коллективный характер.

Строго говоря, рассмотренное явление (конденсации) происходит при конечной температуре в трехмерном пространстве. Ниже для выявления некоторых связей данной модели мы рассмотрим ее в одномерном варианте при нулевой температуре. При этом число частиц в конденсате становится бесконечным.

Прежде всего выпишем некоторые наблюдаемые характеристики боголюбовского конденсата (I4). Используя выражение для гамильтониана (I0) и оператора импульса

$$P=\sum_p p b_p^+b_p=\sum_p pK_0^{(p)}+\frac{1}{2}\sum_p p\Delta_p-\frac{1}{2}\sum_p p \quad ,$$

найдем среднее значение операторов псевдоспина в p-м узле:

$$\langle\tilde{K}_{\pm}^{(p)}\rangle\equiv 2\langle K_{\pm}^{(p)}\rangle = 2(\langle K_1^{(p)}\rangle \pm i\langle K_2^{(p)}\rangle) \quad ,$$

$$\langle\tilde{K}_0^{(p)}\rangle\equiv 2\langle K_0^{(p)}\rangle \ ,$$

как функции координаты x и времени t:

$$\langle\tilde{K}_i^{(p)}(x,t)\rangle=\langle\Psi_0|e^{-iPx}e^{-iHt}K_i^{(p)}e^{iHt}e^{iPx}|\Psi_0\rangle \ .$$

В результате получим

$$\langle\tilde{K}_{\pm}^{(p)}(x,t)\rangle=\frac{\frac{N}{V}\nu(p)}{E_p}e^{\mp i(E_pt+px+\pi)} \quad , \qquad (\text{I5})$$

$$\langle\tilde{K}_0^{(p)}(x,t)\rangle=\frac{\frac{N}{V}\nu(p)+\frac{p^2}{2m}}{E_p} \quad , \qquad (\text{I6})$$

а также соотношение

$$(\langle\tilde{K}_0^{(p)}\rangle)^2-(\langle\tilde{K}_1^{(p)}\rangle)^2-(\langle\tilde{K}_2^{(p)}\rangle)^2=1.$$

Отсюда видно, что каждому узлу p решетки импульсов можно сопоставить классический вектор псевдоспина $\vec{K}^{(p)}$, прецессирующий на поверхности гиперболоида с боголюбовской частотой $\omega_Б(p)=E_p$ вокруг оси ξ_0 и распространяющийся вдоль оси x в виде плоской волны с импульсом p. Для среднего числа частиц имеем

$$\langle\Psi_0|N^{(p)}|\Psi_0\rangle=\langle\Psi_0|K_0^{(p)}|\Psi_0\rangle-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\frac{(\frac{p^2}{2m}+\frac{N}{V}\nu(p))-E_p}{E_p} \ .$$

Теперь рассмотрим термодинамический предел модели бозе-газа с точечным парным взаимодействием между частицами с массой $m=\frac{1}{2}$:

$$\Phi(|x_i-x_j|)=2\delta(x_i-x_j) \ , \quad \text{тогда} \quad \nu(p)=2, \quad \frac{N}{V}\nu(p)=2\rho$$

и

$$\langle\Psi_0|N^{(p)}|\Psi_0\rangle=\frac{1}{2}\frac{2\rho+p^2-\omega_Б}{\omega_Б} \ , \qquad (\text{I7})$$

$$\langle\Psi_0|\tilde{K}_0^{(p)}(x,t)|\Psi_0\rangle=\frac{2\rho+p^2}{\omega_Б},\ \langle\Psi_0|\tilde{K}_{\pm}^{(p)}(x,t)|\Psi_0\rangle=\frac{2\rho}{\omega_Б(p)}e^{\mp i(E_pt+px+\pi)} \quad , \qquad (\text{I8})$$

$$\omega_Б(p)=p\sqrt{p^2+4\rho} \ .$$

Заметим теперь, что для исследования системы (4) мы использовали ОКС на группе $SU(1,1)$. Геометрически система этих состояний определяется точками однородного пространства $SU(1,1)/U(1)$ – двухполостного гиперболоида. Как мы уже отмечали во введении, аналогичной геометрической структурой обладает классическая псевдоспиновая модель Гейзенберга, которая в континуальном приближении определяется функцией Гамильтона /12/:

$$H=-\frac{1}{2}\int\left\{(S_x^{(1)})^2+(S_x^{(2)})^2-(S_x^{(o)})^2\right\}dx \qquad (19)$$

Вектор $\vec{S}$ лежит на гиперболоиде

$$|\vec{S}|^2=(S^{(o)})^2-(S^{(1)})^2-(S^{(2)})^2=1. \qquad (20)$$

Тогда в терминах псевдосферической проекции

$$S^+=S^{(1)}+iS^{(2)}=\frac{2\zeta}{1-|\zeta|^2},\quad S^{(o)}=\frac{1+|\zeta|^2}{1-|\zeta|^2} \qquad (21)$$

и

$$H=-\frac{1}{2}\int\frac{|\zeta_x|^2dx}{(1-|\zeta|^2)^2}, \qquad (22)$$

а уравнение движения в терминах матриц $S=\begin{pmatrix}S^o & iS^-\\ iS^+ & -S^o\end{pmatrix}$ суть

$$S_t=\frac{1}{2i}\left[S,S_{xx}\right]. \qquad (23)$$

Модель (19) в одномерном варианте является σ-модельным (калибровочно эквивалентным) представлением нелинейного уравнения Шредингера (НУШ):

$$i\Psi_t+\Psi_{xx}-2(|\Psi|^2-\rho)\Psi=0, \qquad (24)$$

с отталкиванием /6,7/.

В двух-и трехмерных случаях малоамплитудное приближение для огибающей S^+ также приводит к НУШ вида (24)/9/. Уравнения (23) имеют точные решения в виде "спиновых" волн/12/

$$S^{\pm}=S_o^{\pm}e^{\mp i(kx-\omega t)},\qquad \partial_t S^{(o)}=0 \qquad (25)$$

и

$$\omega=k^2S_o^{(o)}.$$

Из (20) имеем $\omega=k^2\sqrt{1+S_o^+S_o^-}$, то есть обычную квадратичную дисперсию. Однако калибровочная эквивалентность (23) и (24) налагает дополнительную связь (см., например,/6/) на величины k, S_o^z и ρ, так что

$$\omega=k^2\sqrt{1+S_o^+S_o^-}=k\sqrt{k^2+4\rho} \qquad (26)$$

есть боголюбовская частота*. В результате плосковолновое решение

$$S=\frac{1}{k}\begin{pmatrix}\sqrt{k^2+4\rho} & 2\sqrt{\rho}\,e^{i\theta(x,t)}\\ -2\sqrt{\rho}\,e^{-i\theta(x,t)} & -\sqrt{k^2+4\rho}\end{pmatrix}, \qquad (27)$$

где $\theta(x,t)=kx-\omega_Б(k)t$, описывает псевдоспиновую волну, соответствующую прецессии вектора $\vec{S}_k$ на гиперболоиде (20) с боголюбовской частотой (26) и распространяющуюся вдоль оси x с импульсом k. Далее, сравнивая матрицу (27) с матрицей $\langle\tilde{K}^{(p)}\rangle$ наблюдаемых боголюбовского конденсата (15),(16) при $k\equiv p$, получаем, что в области малых импульсов $p^2\ll 4\rho$ оба выражения совпадают и имеют вид

$$2\langle\tilde{K}^o_{(p)}\rangle=S^o_{(p)}=\frac{2\sqrt{\rho}}{p};\quad 2\langle\tilde{K}^{\pm}_{p}\rangle=S^{\pm}_{(p)}=\frac{2\sqrt{\rho}}{p}e^{\mp i(px-2\sqrt{\rho}pt)}.$$

Таким образом, имеется соответствие между наблюдаемыми боголюбовского конденсата $\langle\Psi_o|\tilde{K}_i^{(p)}(x,t)|\Psi_o\rangle$ и величинами $S_i^{(p)}(x,t)$ плосковолнового решения $SU(1,1)$ модели Гейзенберга**. $S_i^{(p)}(x,t)$ связаны с непрерывным спектром обратной задачи, и их можно трактовать как классические аналоги парциальных составляющих боголюбовского конденсата с импульсом p. Отметим также, что (25) является точным решением нелинейного уравнения (23).

Авторы благодарны академику Н.Н.Боголюбову за интерес к работе и обсуждение результатов.

Литература

1. Боголюбов Н.Н. Известия АН СССР, 1947, 11, с.77.
2. Захаров В.Е., Манаков С.В. ТМФ, 1974, 19, с.332.
3. Кулиш П.П., Манаков С.В., Фаддеев Л.Д. ТМФ, 1976, 28, с.38.

* Выражение для калибровочной функции $g(x,t;\lambda_o)$ показывает, что она в бессолитонном секторе играет роль преобразования Боголюбова, связывающего два представления с различными вакуумами.

** Отметим, что совпадение классической и квантовой матриц происходит с точностью до 1/2, что связано с выбором $|o\rangle=|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle$ и энергией нулевых колебаний.

4. Маханьков В.Г., Пашаев О.К. В сб.: "Теоретико-групповые методы в физике". Наука, М., 1986, с.346.
5. Захаров В.Е., Шабат А.Б. ЖЭТФ, 1973, 64, с.1627.
6. Маханьков В.Г., Пашаев О.К. В сб.: "Теоретико-групповые методы в физике". Труды Международного семинара, Звенигород, 24-26 ноября 1982 г. Наука, М., 1983, т.II, с.349.
7. Makhankov V.G., Pashaev O.K. Phys. Lett., 1983, A95, p.95.
8. Fordy A.P., Kulish P.P. Com. Math. Phys., 1983, 89, p.427.
9. Маханьков В.Г., Пашаев О.К., Сергеенков С.А. В сб.: "Труды III Международного симпозиума по статистической механике". ОИЯИ, Д17-84-850, том 2, Дубна, 1984, с.45.
10. Solomon A.I. J.Math. Phys., 1971, 12, p.390.
11. Perelomov A.M. Comm. Math.Phys., 1972, 26, p.222.
12. Pashaev O.K., Sergeenkov S.A. Physica, 1986, 137A, p.282

Рукопись поступила в издательский отдел
21 ноября 1986 года.

Маханьков В.Г., Пашаев О.К. Р2-86-754
Некомпактные магнетики, боголюбовский конденсат и решеточный бозе-газ

Показано, что боголюбовская теория сверхтекучести в пространстве импульсов может быть представлена в виде решеточной модели невзаимодействующих псевдоспинов. Сверхтекучее основное состояние соответствует ферромагнитному упорядочению псевдоспинов и является SU(1,1) обобщенным когерентным состоянием. Квантовые средние псевдоспиновых операторов в каждом узле p решетки импульсов описываются классическим вектором, прецессирующим с боголюбовской частотой в пространстве постоянной отрицательной кривизны. Сравнение их с классическим решением нелинейной модели псевдоспинового магнетика показывает, что они совпадают в области малых импульсов p.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Makhankov V.G., Pashaev O.K. P2-86-754
Noncompact Magnets, Bogolubov Condensat and Bose-Gas Models on the Lattice

The Bogolubov theory of superfluidity in terms of noninteracting pseudospins model on the momentum lattice is represented. In this approach the ground state - Bogolubov condensate and the ferromagnetic ordered state of pseudospins are related as well as the expectation values of pseudospin operators and the spin-waves classical solutions of the SU(1,1) Heisenberg model. Both of them describe a precession motion on the pseudosphere $S^{1,1}$ with the Bogolubov frequency and coincide exactly in the region of small $p(p^2 << 4\rho)$.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986