

**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

**P2-86-741**

**В.Н.Стрельцов**

**БЫСТРОВРАЩАЮЩИЕСЯ ТЕЛА**

**1986**

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В свое время для описания релятивистского вращения были рассмотрены лоренц-подобные тангенциальные преобразования <sup>/1,2/</sup>, которые в цилиндрических координатах имеют вид:

$$t = (t' - \omega r^2 c^{-2} \phi') \gamma, \quad \phi = (\phi' - \omega t') \gamma, \quad /1/$$

$$r = r' = \text{const.}, \quad z = z' = \text{const.},$$

где  $\gamma = (1 - \omega^2 r^2 c^{-2})^{-1/2}$ ,  $c$  - скорость света. Формулы /1/ описывают переход от инерциальной К-системы к неинерциальной К'-системе, вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  ( $\omega r \leq c$ ) вокруг оси  $z'$ , совпадающей с осью  $z$  К-системы.

Преобразования /1/ обеспечивают форминвариантность элементарного интервала  $ds$ , квадрат которого в цилиндрической системе координат равен

$$ds^2 = c^2 dt^2 - r^2 d\phi^2 - dr^2 - dz^2. \quad /2/$$

Раньше уже отмечалось <sup>/2/</sup>, например, что релятивистское уравнение движения в циклотроне либо в магнитном спектрометре фактически является следствием именно данных преобразований. Ниже мы применим полученные на их основе преобразования для энергии и момента импульса для описания структуры вращательных спектров ядер.

## 2. ЭНЕРГИЯ И МОМЕНТ ИМПУЛЬСА БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ ТЕЛ

Вытекающие из преобразований /1/ соответствующие формулы для энергии и момента импульса имеют вид <sup>/2/</sup>:

$$E = (E' - \omega M') \gamma, \quad M = (M' - \omega r^2 c^{-2} E') \gamma, \quad /3/$$

где  $M = r \phi = r [m r (d\phi/dr)]$ . Отметим, что эти преобразования обеспечивают инвариантность выражения

$$E^2 - r^{-2} c^2 M^2 = \text{inv.} = E_0^2, \quad /4/$$

откуда следует, в частности, равенство

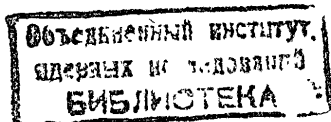
$$E = \sqrt{E_0^2 + r^{-2} c^2 M^2}. \quad /5/$$

Заметим также, что в рассматриваемом релятивистском случае известное классическое равенство  $-\partial E / \partial \omega = M$  уже не выполняется.

Его место занимает

$$-\frac{\partial E}{\partial \omega} = M, \quad /6/$$

где



$$u = \text{Arth} \frac{\omega r}{c} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \omega r/c}{1 - \omega r/c} \quad /7/$$

мы будем называть тангенциальной быстротой.

При условии  $M' = 0$  ( $E' = E_0$ ) и достаточной малости величины  $\beta = \omega r/c$  формулы /3/ могут быть представлены в виде разложений в ряд

$$E \approx E_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega^2 r^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{\omega^4 r^4}{c^4} + \frac{5}{16} \frac{\omega^6 r^6}{c^6} + \dots \right), \quad /8/$$

$$M \approx - \frac{\omega r^2 E_0}{c^2} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega^2 r^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{\omega^4 r^4}{c^4} + \dots \right). \quad /9/$$

В случае вращения частицы массы  $m$   $E_0 = mc^2$  и выражения /8/ и /9/ будут следующими:

$$E_{\text{rot}} \approx \frac{1}{2} \omega^2 (mr^2 + 3 \frac{mr^4}{4c^2} \omega^2 + 5 \frac{mr^6}{8c^4} \omega^4 + \dots), \quad /8'/$$

$$M \approx - \omega (mr^2 + 2 \frac{mr^4}{4c^2} \omega^2 + 3 \frac{mr^6}{8c^4} \omega^4 + \dots), \quad /9'/$$

где  $E_{\text{rot}} = E - E_0$ . Аналогичным образом, опираясь на формулу /5/, получим

$$E_{\text{rot}} \approx \frac{1}{2} \frac{1}{mr^2} M^2 - \frac{1}{8} \frac{1}{m^3 r^4 c^2} M^4 + \frac{1}{16} \frac{1}{m^5 r^6 c^4} M^6 - \dots - \frac{5}{128} \frac{1}{m^7 r^8 c^6} M^8 + \dots \quad /10/$$

Приведенные выше формулы описывают быстрое вращение тел достаточно малых размеров /по сравнению с  $r$ /.

Следует отметить, что выражения /8'/ и /10/ - следствие разложения соответствующих точных выражений по параметрам  $\beta$  и  $\beta\gamma$ . Поскольку эти величины при  $\beta \approx 1$  значительно отличаются, то радиусы сходимости рядов /8'/ и /10/ будут также заметно отличаться. Так, оказывается, что если при  $\beta = 0,7$  они сходятся /с точностью до 4-х членов/ практически одинаково, то уже при  $\beta = 0,8$  последний ряд расходится.

При описании вращения тел больших размеров нужно, опираясь на формулы /8'/ и /9'/, провести соответствующее интегрирование. Это приведет к появлению дополнительных сомножителей у слагаемых в данных выражениях. Например, в случае твердого шара радиуса постоянной плотности получим 2/5, 8/35 и 16/105 для первого, второго и третьего членов соответственно. Если в этом случае из найденных таким образом выражений для  $E_{\text{rot}}$  и  $M$  мы попытаемся

получить зависимость  $E_{\text{rot}}$  от  $M$ , то она уже не будет иметь такого простого вида, как формула /10/.

### 3. ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ СПЕКТРЫ ЯДЕР

Энергия вращательных уровней ядер описывается известной формулой

$$E = \frac{M^2}{2J} = \frac{h^2}{2J} I(I+1), \quad /11/$$

где  $J$  - момент инерции ядра,  $I$  - его угловой момент /спин/. Однако по мере увеличения  $I$  наблюдается отклонение от простой пропорциональности  $I(I+1)$ . Как это впервые было замечено О. Бором и Моттельсоном<sup>/4/</sup>, при не слишком больших значениях  $I$  это отклонение можно приближенно описать членом, пропорциональным  $I^2(I+1)^2$  \*). В общем случае имеем /см., например, /6/ /:

$$E_I = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3 + \dots, \quad /13/$$

где  $A$ ,  $B$ , и  $C$  рассматриваются как параметры теории.

Что касается первого параметра, то с учетом /11/ очевидно, что он выражается через момент инерции ядра  $A = h^2/2J$ . При этом измеряемые на опыте моменты инерции ядер приблизительно в три раза меньше соответствующих величин для твердого шара радиуса  $r = 1,3 \cdot A^{1/3}$  фм ( $J^{\text{exp}} \approx 0,3 J_{\text{ш}}^{\text{тв.}}$ ). Конечно, в случае твердого вытянутого эллипсоида, вращающегося вокруг оси симметрии, момент инерции  $J_{\text{пл.}}^{\text{тв.}}$  может быть как угодно меньше  $J_{\text{ш}}^{\text{тв.}}$ . Однако, как следует из опыта, ядро вращается вокруг оси, нормальной его оси симметрии.

Разложение вида /13/, как выяснилось, имеет плохую сходимость. Если же использовать разложение по степеням вращательной частоты /7/:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \omega^2 (J_0 + 3C \omega^2 + 5D \omega^4 + \dots), \quad /14/$$

$$h [I(I+1)]^{1/2} = \omega (J_0 + 2C \omega^2 + 3D \omega^4 + \dots), \quad /15/$$

то сходимость существенно улучшается. При этом трехпараметрическое фитирование оказывается заметно лучше двухпараметрического.

На основе результатов раздела 2 /см. также /8'/ формулы, описывающие вращательные спектры ядер, приобретают ясный физический

\*) Лучшее согласие с экспериментом дает другая двухпараметрическая формула<sup>/5/</sup>:

$$E_I = \frac{J_0}{c'} \left( \sqrt{1 + \frac{c'}{J_0} I(I+1)} - 1 \right). \quad /12/$$

смысл\*). При этом, очевидно, что в принципе можно получить аналитические выражения для соответствующих коэффициентов. Вопрос относительно  $J_0$  мы уже обсуждали выше. Что же касается  $C$  и  $D$ , то с точностью до не очень существенных численных коэффициентов, зависящих от формы вращающегося тела и др., их теоретические значения\*\*) оказываются значительно меньше экспериментально измеренных. Чтобы согласовать их между собой, нужно допустить, что предельное значение скорости определяется величиной  $c_n = c/n$ , где  $n$  - некоторый эффективный показатель преломления  $n \approx 70$ . В модели жидкой капли теоретические значения  $J_0$  близки к экспериментальным, однако для  $C$  и  $D$ , как кажется, согласие ухудшается.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование релятивистских формул для энергии и момента импульса быстровращающегося тела позволяет описать основные особенности вращательных полос ядер. Оказывается, однако, что при этом необходимо ввести некоторый эффективный показатель преломления. Кроме того, по-видимому, имеются трудности в детальном согласовании теоретических и экспериментальных значений коэффициентов разложений в выражении для энергии вращения.

Автор благодарит Г.Н.Афанасьева за консультации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Strauss M. Int.J.Theor.Phys., 1974, 11, p.107.
2. Стрельцов В.Н. ОИЯИ, P2-11386, Дубна, 1978.
3. Стрельцов В.Н. ОИЯИ, P2-80-266, Дубна, 1980.
4. Bohr A., Mottelson B.R. Kgl.Danske Videnskab.Selskab, Mat.-Fys.Medd.1953, 27, No.16.
5. Михайлов И.Н., Наджаков Е., Сафаров Р.Х. ОИЯИ, P-2866, 1966.
6. Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра. "Мир", М., 1977, т.2.
7. Harris S.M. Phys.Rev., 1965, D509, p.138.
8. Carmeli M. Lett.Nuovo Cim, 1984, 41, p.551; Found.Phys., 1985, 15, p.889.

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 ноября 1986 года.

\*) В частности, становится понятным, почему формула /12/ лучше описывает экспериментальные данные, чем соответствующая формула /13/.

\*\*) В модели твердого ротатора.

Стрельцов В.Н.

P2-86-741

Быстровращающиеся тела

Обсуждается возможность применения формул преобразования для энергии и момента импульса быстровращающихся тел к описанию вращательных спектров ядер. Указанные формулы вытекают из лоренц-подобных /тангенциальных/ преобразований для координат, обеспечивающих форминвариантность интервала и описывающих релятивистское вращение.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Strel'tsov V.N.

P2-86-741

Fast-Rotating Bodies

The possibility of application the transformation formulas for energy and angular momentum of fast-rotating bodies to the description of nuclear rotating spectra is discussed. The formulas follow from Lorentz-like (tangential) transformations for coordinates providing the form-invariance of interval and describing the relativistic rotation.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986