



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P2-86-65

С.И.Биленькая, Д.Б.Стаменов\*

ЗАМЕЧАНИЯ О ВЕЛИЧИНЕ  $R = \sigma_L / \sigma_T$   
НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ДАННЫХ ЕМС  
ПО ГЛУБОКОНЕУПРУГОМУ  $\mu p$ -РАССЕЯНИЮ

Направлено в журнал "Nuclear Physics"

---

\* Институт ядерных исследований и ядерной  
энергетики БАН, София

1986

## Введение

Измеряемое на опыте дифференциальное сечение глубокоэластичного рассеяния мюонов на протоне в однофотонном приближении имеет следующий вид:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \frac{1}{x} \left[ 1 - y - \frac{Mxy}{2E} + \frac{y^2(1+4M^2x^2/Q^2)}{2(1+R(x, Q^2))} \right] F_2(x, Q^2), \quad (I)$$

где  $Q^2$  - квадрат переданного импульса,  $x = Q^2/2M\nu$  - скейлинговая переменная Бёркена,  $y = \nu/E$ ,  $\nu = E - E'$ ,  $E$  и  $E'$  - энергии начального и конечного мюонов в лабораторной системе,  $M$  - масса протона. Информация о структуре протона содержится в функциях  $F_2$  и  $R$ , которые являются функциями переменных  $x$  и  $Q^2$ .

Величина  $R$  является отношением полных сечений поглощения виртуального фотона с продольной ( $G_L$ ) и поперечной ( $G_T$ ) поляризациями:

$$R \equiv \frac{G_L}{G_T}.$$

Чтобы определить из опыта отношение  $R$  и структурную функцию  $F_2$  модельно-независимым способом, необходимы данные по сечениям при фиксированных  $x$  и  $Q^2$  для разных значений  $y$ , т.е. для разных значений энергии налетающего мюона. Эта процедура требует дополнительных экстраполяций, что снижает точность в определении  $R$ . Отметим еще, что при такой процедуре нельзя использовать всю информацию о сечениях. Поэтому кинематическая (по  $x$  и  $Q^2$ ) область определения  $R$  существенно сужается (см. работы /1,2/).

В настоящей работе нами используется другой подход при определении структурных функций  $F_2$  и  $R$ . Полученные в теории или феноменологической модели выражения для этих величин подставляются в формулу (I), и все свободные параметры, связанные с  $F_2$  и  $R$ , находятся из фита данных по сечениям. Преимущество такого подхода заключается в том, что сравнение теории осуществляется с непосредственно измеряемыми на опыте величинами во всей исследованной кинематической области. Такой метод применялся нами ранее /3/

при анализе данных упругого и глубокоэластичного рассеяния электронов на протонах. Отметим, что такой подход был применен также в работе /4/ при совместном анализе глубокоэластичного  $e p$ - и  $\mu p$ -рассеяния.

В работе /5/ нами был проведен совместный анализ данных Европейской мюонной коллаборации (EMC) по рассеянию мюонов на водороде /2/ и дейтерии /6/ в рамках главного логарифмического приближения (ГЛП) квантовой хромодинамики для структурных функций свободного нуклона. В этом приближении  $R = 0$ , и тогда между сечением (I) и структурной функцией  $F_2(x, Q^2)$  существует однозначная связь.

Как хорошо известно /7/, для того чтобы сравнивать значения параметра КХД  $\Lambda$ , полученные из анализа различных процессов, необходимо учесть следующие к ГЛП поправки по константе связи сильных взаимодействий  $\alpha_s$ . В этом приближении, однако,  $R^{th} \neq 0$ , и поэтому нужно анализировать непосредственно сечение глубокоэластичного  $\mu N$ -рассеяния.

Данная работа является первым этапом в решении этой задачи. Анализ проводился в предположении о том, что структурная функция  $F_2$  дается выражением, полученным в ГЛП квантовой хромодинамики, а отношение  $R$  - простыми феноменологическими параметризациями.

## Метод анализа

Метод анализа был подробно изложен в работе /5/. Здесь напомним его основные предпосылки и приведем некоторые необходимые формулы.

I. Структурная функция  $F_2$  выражается через кварк-партоновые распределения в свободном нуклоне. В ГЛП квантовой хромодинамики  $F_2^p$  имеет следующий вид:

$$F_2^p(x, Q^2) = \frac{4}{9} x u_v(x, Q^2) + \frac{1}{9} x d_v(x, Q^2) + \frac{2}{9} x S(x, Q^2) + \frac{4}{9} x C(x, Q^2), \quad (2)$$

где  $S = 6s$ ,  $C = 2c$  ( $\bar{c} = c$ ).

В (2)  $u_v$ ,  $d_v$ ,  $s$  и  $c$  - функции распределения валентных  $u$ - и  $d$ -кварков, странных и очарованных кварков в протоне. Предполагается также  $SU(3)$ -симметрия моря очарованных кварков.

Для отношения  $R$  рассматриваются следующие феноменологические параметризации:

$$R = \frac{4a}{Q^2}, \quad (3a)$$

$$R = b, \quad (3a)$$

$$R = c / \ln(Q^2/\Lambda^2). \quad (3b)$$

Здесь  $a$ ,  $b$  и  $c$  - свободные параметры, которые определяются из анализа экспериментальных данных. Выражение (3a) получено Фейнманом /8/ в рамках партонной модели с учетом поперечного импульса партон в нуклоне. Параметр  $a$  имеет смысл среднего значения квадрата этого импульса:  $a = \langle p_{\perp}^2 \rangle$ .

2. Для партонных распределений используется параметризация Бураса - Гемерса /9/:

$$x u_v(x, Q^2) = \Gamma_u(\bar{s}) x^{\eta_1(\bar{s})} (1-x)^{\eta_2(\bar{s})}, \quad (4a)$$

$$x d_v(x, Q^2) = \Gamma_d(\bar{s}) x^{\eta_3(\bar{s})} (1-x)^{\eta_4(\bar{s})}, \quad (4b)$$

$$x S(x, Q^2) = A_s(\bar{s}) (1-x)^{\eta_5(\bar{s})}, \quad (4c)$$

$$x C(x, Q^2) = A_c(\bar{s}) (1-x)^{\eta_6(\bar{s})}, \quad (4d)$$

$$x G(x, Q^2) = A_G (1-x)^{\eta_G}, \quad (4e)$$

где

$$\eta_i(\bar{s}) = \eta_i + G \eta'_i \bar{s}, \quad i = 1, 2, \dots, 4, \quad (5)$$

$$\bar{s} = \ln \frac{\ln(Q^2/\Lambda^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda^2)}. \quad (6)$$

Коэффициенты  $\Gamma_u(\bar{s})$  и  $\Gamma_d(\bar{s})$  в (4a, б) определяются правилами сумм, а  $A_G$  в формуле (4e) фиксируется законом сохранения энергии-импульса. В формуле (6)  $G = 4/(33 - 2 N_f)$ , где  $N_f$  - число ароматов.  $\eta_i$ ,  $A_s \equiv A_s(0)$ ,  $\eta_s \equiv \eta_s(0)$ ,  $\eta_G$  ( $A_c(0)$  принимается равным нулю) являются свободными параметрами, определяющими функции распределения кварков и глюонов в протоне для произвольного значения  $Q_0^2$ , лежащего в кинематической области эксперимента. Имеются экспериментальные указания на то, что функции распределения морских кварков в области  $x \gg 0,45$  стремятся к нулю. Тогда  $A_s(\bar{s})$ ,  $\eta_s(\bar{s})$ ,  $A_c(\bar{s})$  и  $\eta_c(\bar{s})$  могут быть записаны в явном виде /9/ как функции этих параметров и параметра  $\Lambda$ .

При определении  $\eta'_i$  мы требуем, чтобы функции распределения валентных кварков (4a, б) воспроизводили в кинематической области ЕМС точные решения уравнений КХД для моментов в ГЛП с точностью не меньше 2-3%.

3. В отличие от работы /9/, значения параметров  $\{\Lambda^2; \eta_i, A_s, \eta_s, a(b, c); \eta'_i\}$  находятся из совместного фита экспериментальных данных по сечениям (во всей кинематической области) и уравнений КХД для моментов распределений валентных кварков. Все свободные параметры определяются минимизацией функционала:

$$\chi^2 = \chi_{\text{exp}}^2 + \frac{1}{\varepsilon^2} \chi_{\text{th}}^2, \quad (7)$$

где

$$\chi_{\text{exp}}^2 = \sum_{i,k} \frac{(\sigma_{i,k}^{\text{exp}} - N_k \sigma_i^{\text{th}})^2}{\Delta_{i,k}^2}. \quad (8)$$

Здесь  $\sigma_{i,k}^{\text{exp}}$  - дифференциальное сечение  $\mu p$ -процесса в  $i$ -й точке, измеренное в  $k$ -м эксперименте,  $\Delta_{i,k}$  - ошибка  $\sigma_{i,k}^{\text{exp}}$ ,  $\sigma_i^{\text{th}}$  - сечение в  $i$ -й точке, вычисленное по формуле (1), а  $N_k$  - нормировочные множители.

В формуле (7)

$$\chi_{\text{th}}^2 = \sum_{n=2}^{20} \sum_{i=1}^N \sum_{q=u,d} \left\{ \frac{\exp(-G \gamma_n \bar{s}_i) - R_n^{(q)}(\bar{s}_i; \eta, \eta')}{\exp(-G \gamma_n \bar{s}_i)} \right\}^2, \quad (9)$$

а  $\varepsilon^{-2}$  - некий вес, значение которого подбирается таким образом, чтобы распределения валентных кварков (4a, б) с найденными значениями для  $\eta_i$ ,  $\eta'_i$  воспроизводили с точностью, не меньшей, чем 2-3%, численные решения эволюционных уравнений ЛАП /10/ в ГЛП во всей области эксперимента. В (9)  $R_n^{(q)}$  - отношение для моментов функций распределения валентных кварков, зависимость которого от  $\eta_i$  и  $\eta'_i$  вычисляется в явном виде с помощью (4a, б).

#### Результаты анализа

В работе были проанализированы данные ЕМС /2/ по сечениям глубоконеупругого  $\mu p$ -рассеяния (234 экспериментальные точки) в следующей кинематической области:

$$0,03 \leq x \leq 0,75,$$

$$5,5 \leq Q^2 \leq 170 \text{ ГэВ}^2.$$

Значение  $Q_0^2$  принималось равным  $5 \text{ ГэВ}^2$ . Расчеты, однако, показали, что полученные результаты не зависят от выбора  $Q_0^2$ . Для параметра  $\eta_c$ , характеризующего распределение глюонов  $\chi G(x, Q^2)$ , принимались разные значения в интервале  $3 \leq \eta_c \leq 10$ . Показано, что значение величины  $R$  не зависит от выбора  $\eta_c$ . Влияние  $\eta_c$  на параметр КХД  $\Lambda$  подробно обсуждено нами в работе /5/. Кроме учета статистических ошибок при анализе вводились также варьируемые нормировочные множители  $N_i$ , учитывающие относительную нормировку данных, полученных при различных энергиях налетающего мюона.

Значения параметров  $a(b, c)$ ,  $\Lambda^2$ ,  $N_i$  для всей рассматриваемой кинетической области, а также для области  $0,03 \leq x \leq 0,45$  приведены в табл. I. Анализ ( $\eta_c = 5$ ,  $N_f = 4$ ) показал, что величина  $R$  стремится к нулю при всех рассматриваемых для  $R$  параметризациях. Значения варьируемых параметров, а также величины  $\chi^2_{\text{exp}}/D_F$  практически одинаковы для параметризаций (3а, б, в). Отметим, что значение  $\chi^2_{\text{exp}}/D_F = 1,65$  велико. Однако, если выполнить процедуру, предложенную в /II/, и умножить экспериментальные ошибки на масштабный фактор

$$S = \sqrt{\frac{\chi^2_{\text{exp}}}{n-1}},$$

где  $n$  - число экспериментальных точек, то значение  $\chi^2_{\text{exp}}/D_F$  становится близким к единице (1.10), а значения параметров в минимуме практически не меняются.

В табл. I приведены также результаты анализа (параметризация (3а)) для  $0,03 \leq x \leq 0,45$ . В этой области относительное число экспериментальных точек, для которых значение  $y = Q^2/2M \times E$  велико, намного больше, чем во всей кинетической области. Тогда из формулы (I) видно, что вклад в сечение от члена, связанного с  $R$ , более заметен. Однако и в этом случае мы получили практически то же самое решение для свободных параметров, а  $R$  - равное нулю ( $a = 0,00 \pm 0,11$ ).

В таблице I приведены значения нормировочных множителей  $N_i$ . Последние отличаются от единицы не более чем на 3%, что не превышает указанных авторами работы /2/ значений неопределенности в относительной нормировке.

Таблица I.  
Результаты анализа данных EMC ( $\eta_c = 5$ ,  $N_f = 4$ ,  $Q_0^2 = 5 \text{ ГэВ}^2$ ,  $N_1$  ( $E = 120 \text{ ГэВ}$ ) = 1)

Кин. область	$\chi^2_{\text{exp}}/D_F$	$\Lambda^2$ (ГэВ <sup>2</sup> )	$\Lambda$ (МэВ)	$N_2$	$N_3$	$N_4$	$a$ (в, с)
				$E = 200 \text{ ГэВ}$	$E = 240 \text{ ГэВ}$	$E = 280 \text{ ГэВ}$	
все x	341/206	0,0065±0,0032	80	0,972±0,006	0,993±0,008	0,986±0,006	0,000 ± 0,119
$R = 4a/Q^2$							
$x \leq 0,45$	264/149	0,0073±0,0038	85	0,969±0,007	0,990±0,008	0,985±0,006	0,000 ± 0,113
$R = 4a/Q^2$							
все x	341/206	0,0069±0,0033	83	0,972±0,006	0,993±0,008	0,986±0,006	0,000 ± 0,021
$R = b$							
все x	341/206	0,0067±0,0033	82	0,971±0,006	0,993±0,008	0,986±0,006	0,000 ± 0,175
$R = c/L_n Q^{1/2}$							

Таблица 2

Значения свободных параметров, связанных с  $u_v$ ,  $d_v$  и  $S$  ( $\eta_6 = 5$ ,  $N_f = 4$ ,  $A_G = 3,21$ ,  $Q_0^2 = 5$  (ГэВ)<sup>2</sup>)

$R$	1	2	3	4	$\eta_5$	$A_5$
$\eta_i$	$0,64 \pm 0,01$	$2,90 \pm 0,05$	$0,80 \pm 0,05$	$4,87 \pm 0,28$		
$\eta'_i$	$-1,27 \pm 0,17$	$4,56 \pm 0,40$	$-1,67 \pm 0,25$	$4,96 \pm 0,58$	$18,17 \pm 1,05$	$1,21 \pm 0,05$

$$x u_v(x, Q_0^2) = \frac{2 \Gamma(\eta_1 + \eta_2 + 1)}{\Gamma(\eta_1) \Gamma(\eta_2 + 1)} x^{\eta_1} (1-x)^{\eta_2},$$

$$x d_v(x, Q_0^2) = \frac{\Gamma(\eta_3 + \eta_4 + 1)}{\Gamma(\eta_3) \Gamma(\eta_4 + 1)} x^{\eta_3} (1-x)^{\eta_4},$$

$$x S(x, Q_0^2) = A_5 (1-x)^{\eta_5}, \quad x C(x, Q_0^2) = 0,$$

$$x G(x, Q_0^2) = A_G (1-x)^{\eta_G}.$$

В табл. 2 представлены полученные значения для параметров, характеризующих распределения валентных и морских кварков в протоне. Для нахождения физического решения этих параметров было необходимо привлечь данные по структурным функциям глубокоэластичного рассеяния мезонов на дейтронах <sup>16/</sup>. При анализе только протонных данных полученные для партонных распределений параметры приводили к противоречию с физическим требованием, что часть импульса протона, переносимая  $u$  - кварками, должна быть больше части импульса, которая переносится  $d$  - кварками. Кроме того, такие распределения не согласуются с экспериментальными данными <sup>16/</sup> для разности структурных функций протона и нейтрона  $F_2^{p-n}$ .

### Заключение

В настоящей работе был проведен анализ данных ЕМС по сечениям глубокоэластичного  $\mu p$ -рассеяния. При этом для структурной функции протона  $F_2$  принималось выражение, полученное в главном логарифмическом приближении КХД, а для отношения  $R$  - параметризации типа

$$R = \text{const}, \quad R = 4 \langle p_i^2 \rangle / Q^2, \quad R = \frac{c}{\ln Q^2 / \Lambda^2}.$$

Для величин  $R$ ,  $\langle p_i^2 \rangle$ ,  $c$  и параметра КХД  $\Lambda$  были найдены следующие значения:

$$R = 0,000 \pm 0,021, \quad \Lambda^2 = (0,0069 \pm 0,0033) \text{ГэВ}^2$$

( $\Lambda = 83$  МэВ);

$$\langle p_i^2 \rangle = (0,000 \pm 0,119) \text{ГэВ}^2, \quad \Lambda^2 = (0,0065 \pm 0,0032) \text{ГэВ}^2$$

( $\Lambda = 80$  МэВ);

$$c = 0,000 \pm 0,175, \quad \Lambda^2 = (0,0067 \pm 0,0033) \text{ГэВ}^2$$

( $\Lambda = 82$  МэВ).

Полученные нами значения для  $R$  и  $\Lambda$  согласуются со значениями для этих величин, приведенными группой ЕМС. Подчеркнем еще раз, что при определении  $R$  нами использовалась информация о сечениях глубокоэластичного рассеяния во всей кинематической области измерений.

В заключение хотелось бы отметить, что проведенный в работе анализ является только частью задачи, представляющей бесспорный

интерес, а именно: анализа данных по сечениям лептон-нуклонного рассеяния с учетом следующих к главному логарифмическому приближению поправок КХД как для структурной функции  $F_2$ , так и для отношения  $R$ . Подчеркнем, однако, что измерение отношения  $R$  с большей точностью в широком кинематическом интервале явилось бы прямым способом определения константы связи сильного взаимодействия и, следовательно, более прямым тестом КХД.

Авторы признательны И.А. Савину за поддержку и интерес к работе, а также Г.Султанову и Б.З.Копелиовичу за обсуждения и полезные замечания.

#### Литература

- I. Aubert J.J. et al. Phys. Lett., 1983, I21B, p. 87.
2. Aubert J.J. et al. Nucl. Phys., 1985, B259, p. 189.
3. Bilenkaya S.I., Kazarinov Yu. M., Lapidus L.I.  
Zh. Eksp. Teor. Fiz., 1971, 60, p. 460;  
Bilenkaya S.I., Stamenov D.B. Nucl. Phys., 1974, B79, p. 422;  
Yad. Fiz. 1980, 31, p. 233.
4. Fox G.C. Nucl. Phys., 1977, B131, p. 107.
5. Bilenkaya S.I., Stamenov D.B. JINR, E2-85-380; Dubna, 1985.
6. Aubert J.J. et al. Phys. Lett., 1983, I23B, p. 115.
7. Bacé M. Phys. Lett., 1978, 78B, p. 132;  
Buras A.J. Rev. Mod. Phys., 1980, 52, p. 199.
8. Feynman R.P. Photon-Hadron Interactions. Benjamin Press N.Y., 1972.
9. Buras A.J. Nucl. Phys., 1977, B125, p. 125;  
Buras A.J., Gaemers K.J.F. Nucl. Phys., 1978, B132, p. 249.
10. Lipatov L.N. Yad. Fiz., 1974, 20, p. 181;  
Altarelli G., Parisi G. Nucl. Phys., 1977, B126, p. 298.
11. Reviews of Modern Phys., April 1984, vol. 56, No 2, part II.

Рукопись поступила в издательский отдел  
6 февраля 1986 года.

Биленькая С.И., Стаменов Д.Б.  
Замечания о величине  $R = \sigma_L/\sigma_T$  на основе анализа  
данных EMC по глубоконеупругому  $\mu p$ -рассеянию

P2-86-65

Излагаются результаты анализа данных EMC по глубоконеупругому  $\mu p$ -рассеянию. Для структурной функции  $F_2$  используется выражение, полученное в главном логарифмическом приближении КХД, а для отношения  $R = \sigma_L/\sigma_T$  - следующие феноменологические параметризации:  $R = 4a/Q^2$ ;  $R = b$ ;  $R = c/\ln(Q^2/\Lambda^2)$ . Все свободные параметры, связанные с  $F_2$  и  $R$ , находятся из совместного фитинга экспериментальных данных по сечениям и эволюционных уравнений КХД для моментов кварк-партоновых распределений. Показано, что сделанные предположения для  $F_2$  и  $R$  согласуются с экспериментальными данными. При этом среднее значение  $R$  (независимо от используемой нами параметризации) равно нулю. В случае  $R = \text{const}$  получены следующие значения для  $R$  и параметра КХД  $\Lambda$ :  
 $R = 0,000 \pm 0,021$ ,  $\Lambda^2 = 0,0069 \pm 0,0033 \text{ ГэВ}^2$  ( $\Lambda = 83 \text{ МэВ}$ ).

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Bilenkaya S.I., Stamenov D.B.  
On the Quantity  $R = \sigma_L/\sigma_T$  from Analysis of EMC  
Experimental Data on Deep Inelastic  $\mu p$  Scattering

P2-86-65

The EMC deep inelastic  $\mu p$  scattering data are analysed in the framework of the leading order approximation of QCD for the structure function  $F_2$ . For the ratio  $R = \sigma_L/\sigma_T$  ( $\sigma_L$  and  $\sigma_T$  are the longitudinal and transverse photoabsorption cross sections) the following phenomenological parametrizations are used:  $R = 4a/Q^2$ ;  $b$ ;  $c/\ln(Q^2/\Lambda^2)$ . All free parameters (connected with  $F_2$  and  $R$ ) are found from a simultaneous fit to the cross section data and the QCD equations for the moments of quark-parton distributions. It is shown that the experimental data are in agreement with the assumptions for  $F_2$  and  $R$  made above. The mean value of  $R$  (independently of the parametrizations under consideration) is equal to zero. In the case of  $R = \text{const}$  the following values of  $R$  and the QCD mass scale parameter  $\Lambda$  are obtained:  
 $R = 0,000 \pm 0,021$ ,  $\Lambda^2 = 0,0069 \pm 0,0033 \text{ GeV}^2$  ( $\Lambda = 83 \text{ MeV}$ ).

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986