сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-86-598

М.П.Чавлейшвили

СТРУКТУРА СПИРАЛЬНЫХ АМПЛИТУД И ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ БЕЗМАССОВОГО ГРАВИТИНО НА ПИОНЕ

1986

1. ВВЕДЕНИЕ

Во времена, когда электромагнитные, слабые и сильные взаимодействия изучались по отдельности, а гравитация вообще не рассматривалась в физике частиц, процветал метод дисперсионных соотношений. Как известно, дисперсионные соотношения для ряда процессов были строго доказаны в рамках квантовой теории поля /1/ на основе только фундаментальных принципов физики. Эти принципы - лоренц-инвариантность, причинность и унитарность /2/ сохранились во всех современных теориях. В те годы дисперсионные соотношения были написаны почти для всех процессов с участием известных тогда частиц /см., например /3-7/ /. Все следствия и выводы, всевозможные проверки показали жизнеспособность и полезность дисперсионных соотношений. Дисперсионные соотношения для некоторых процессов использовались и без строгого доказательства. Появилась такая уверенность в методе, что в теории, уже вне рамок квантовой теории поля, возник так называемый S-матричный подход, основанный на постулировании дисперсионных соотношений и претендующий на роль "главной теории" при изучении сильных взаимодействий /см., например /8/ /.

Дисперсионные соотношения не оправдали всех, слишком оптимистических, надежд, которые на них возлагались, не потому, что они оказались неправильными, а в основном из-за непреодолимых математических сложностей, возникающих на пути к теории, в которой все должно было вытекать из дисперсионных соотношений. По-видимому, заложенная в них информация была слишком общей. Сейчас основным методом физики частиц, как и в предшествующие расцвету S-матричной теории годы, опять стала квантовая теория поля с привлечением свежих идей калибровочных и цветных симметрий и, в последнее время, суперсимметрии.

Интерес к дисперсионным представлениям заметно упал, однако метод дисперсионных соотношений до сих пор остается апробированным и общим подходом изучения структуры амплитуды рассеяния. Будучи модельно-независимым подходом, дисперсионный метод может оказаться особенно плодотворным в области, где окончательной теории нет, а моделей слишком много. Такова сегодня ситуация в суперсимметрии.

Результатов, относящихся к определенному процессу, в суперсимметрии почти нет. В настоящее время все внимание уделяется изучению самой структуры теории, которая оказалась очень сложной /см., например, работы, выполненные в Дубне /9-11/ / и которая пока далека от окончательного вида. Однако уже сейчас можно получить результаты, относящиеся к "суперсимметричному процессу". /Именно такой процесс и рассматривается в данной работе/. Эти результаты общие, их можно получить, не затрагивая деталей динамики взаимодействия. Они основываются на законах сохранения - кинематике спиновых частиц и общих свойствах амплитуд - дисперсионных соотношениях.

Среди гипотетических частиц, которые предсказывает теория суперсимметрии, ключевой является гравитино. С этой частицей связаны сокращения ультрафиолетовых расходимостей /см., например [12-14]/. В единой суперсимметричной теории, включающей гравитацию, гравитино является суперсимметричным партнером гравитона. Для значения массы гравитино имеются две возможности. Первая возможность - масса равна нулю или очень мала. В таком случае можно получить правильное значение космологической плотности[15]. Вторая возможность - масса большая, порядка десятков или сотен ГэВ, и тяжелые гравитино распались на ранней стадии развития Вселенной[16].

В данной работе рассматривается кинематика спина для ранее не изученной реакции. Формализм так называемых динамических амплитуд /который для адрон-адронных процессов был предложен в[17,18]/ применяется для рассеяния безмассового фермиона со спином 3/2 /гравитино/ на пионе. Мы здесь рассматриваем кинематически простейший случай рассеяния гравитино в предположении, что его масса равна нулю, а в качестве мишени, по той же причине, выбираем массивную частицу с нулевым спином. На основе предложенной кинематической параметризации получены дисперсионные соотношения для описывающих процесс физических спиральных амплитуд.

При изучении любого бинарного процесса с участием частиц со спином удобно использовать спиральные амплитуды[19]. Эти амплитуды содержат как кинематическую, так и динамическую информацию о процессе. Кинематика связана с общими свойствами симметрии и законами сохранения /в частности, с сохранением момента количества движения/ и со спином. Кинематика спина накладывает определенные жесткие требования на поведение спиральных амплитуд. В формализме, описывающем процесс, полезно разделить кинематику и динамику и так параметризовать спиральные амплитуды, чтобы обеспечить /желательно автоматически/ выполнение кинематических требований.

Симметрия процесса определяет физически выделенное разложение амплитуд на полный набор определенных функций. Свойство изотропности пространства приводит к симметриям относительно вращения, с которыми связаны закон сохранения момента количества движения и удобство разложения спиральных амплитуд на функции вращения Вигнера. Разложения спиральных амплитуд в прямом и аннигиляционном каналах и кроссинг-соотношения позволяют удобным образом параметризовать спиральные амплитуды, выделив из них все кинематические особенности по обеим переменным. Тем самым простым и общим образом реализуется разделение спиральных амплитуд на кинематическую часть, связанную с законами сохранения и не зависящую от вида взаимодействия, и динамическую часть. Вид последней зависит от взаимодействия, которое в свою очередь определяется лагранжианом или модельными представлениями. Однако существует и модельно-независимые, общие свойства динамики, которые определяются принципами унитарности, причинности и аналитичности и задаются дисперсионными соотношениями.

Кинематическая структура спиральных амплитуд бинарных процессов приводит к интересным следствиям. При экстремально малых энергиях "кинематика спина" позволяет получить низкоэнергетические теоремы для некоторых фотон-адронных процессов[20-23], доказать модельно-независимые ограничения типа правил сумм для комптон-эффекта на пионе и нуклоне[23-26]. В работах[17,18] из кинематических требований для пион-нуклонного и нуклон-нуклонного рассеяния были введены так называемые динамические амплитуды /модифицированные регуляризованные спиральные амплитуды одинаковых размерностей/ и получена для этих процессов "кинематическая иерархия" - серия неравенств для физических величин при высоких энергиях. Перечень работ, в которых существенную роль играет кинематическая структура спиральных амплитуд, конечно, можно продолжить. Знание кинематической структуры необходимо также для получения дисперсионных соотношений.

2. КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА СПИРАЛЬНЫХ АМПЛИТУД

Свойства инвариантности амплитуд рассеяния зависят от симметрии физической системы. Как упоминалось выше, для спиральных амплитуд их общие свойства симметрии при вращении приводят к тому, что физически выделенным и весьма удобным является разложение на собственные функции оператора вращения - на d-функции Вигнера. Наше рассмотрение стартует от рассмотрения такого разложения в ряд. Такой ряд является обобщением парциального разложения на полиномы Лежандра для случая, когда рассеивающие частицы имеют спин. С учетом свойств d-функций определяются приведенные амплитуды s- и t-каналов, которые отражают геометрические свойства процесса и свободны от кинематических особенностей по одной переменной. Кроссинг-соотношения уже для приведенных амплитуд приводят к определению так называемых динамических амплитуд. Так как кроссинг-соотношения особенно просты для нашего процесса, можно очень коротко провести весь кинематический анализ. В найденной параметризации реализуется полное разделение кинематики и динамики, притом все обязательные кинематические свойства выполняются автоматически. Имеется в виду, в частности, то, что для рассеяния на углы $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ спиральные амплитуды, запрещенные законом сохранения проекции момента количества движения, автоматически обращаются в нуль.

Сами динамические амплитуды свободны от кинематических особенностей по обеим переменным и являются обобщением амплитуды бесспиновых частиц /на которые кинематика не накладывает никаких условий/.

В случае массивных гравитино возможные значения спиральности гравитино были бы $\pm 1/2$ и $\pm 3/2$ - всего четыре состояния, а число амплитуд рассеяния гравитино на массивной частице с нулевым спином равнялось бы 16. Если масса гравитино равна нулю, то спиральности гравитино принимают только два значения: $\pm 3/2$, поэтому рассматриваемый в данной работе процесс рассеяния безмассового гравитино на пионе описывается 4 спиральными амплитудами. Если наложить требование P-инвариантности*, то число независимых амплитуд уменьшится вдвое. В качестве независимых спиральных амплитуд в системе центра масс s-канала выбираем $f^s_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t)$ - амплитуду без изменения спиральности и $f^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t)$ - амплитуду с изменением спиральности. Эти амплитуды разлагаются по функциям вращения Вигнера - $d^J_{\lambda\mu}(\cos\theta)$ [27]. Такое разложение, учитывая связь функций Вигнера с полиномами Якоби второго рода $P^J_{\lambda\mu}(\cos\theta)$, можно представить в общем случае в виде

$$f^s_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t) = \left(\sin\frac{\theta_s}{2}\right)^{|\lambda-\mu|}\left(\cos\frac{\theta_s}{2}\right)^{|\lambda-\mu|}\sum_J (2J+1) f^{J,s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s) P^J_{\lambda\mu}(\cos\theta), \qquad /1/$$

λ_i - спиральности соответствующих частиц, $\lambda=\lambda_1-\lambda_2$, $\mu=\lambda_3-\lambda_4$. Для рассматриваемого нами случая $\cos\theta_s$ / θ_s - угол рассеяния в системе центра масс s-канала/, при фиксированном s, линейно зависит от t. Таким образом, приходим к определению приведенных амплитуд рассеяния гравитино на пионе, $\hat f^s_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t)$, которые связаны со спиральными амплитудами так:

$$f^s_{3/2\,0,\,3/2\,0}(s,t) = \left(\cos\frac{\theta_s}{2}\right)^3 \hat f^s_{3/2\,0,\,3/2\,0}(s,t), \qquad /2/$$

$$f^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) = \left(\sin\frac{\theta_s}{2}\right)^3 \hat f^s_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t). \qquad /3/$$

Здесь

$$\sin\frac{\theta_s}{2} = \frac{\sqrt{-st}}{s-m^2}, \qquad /4/$$

где m - масса мишени.

Приведенные амплитуды разлагаются на полиномы по t и поэтому /это и есть одно из возможных определений "кинематических особенностей", правда, по одной переменной/ по этой переменной

*Предположение о P-инвариантности не является существенным и его можно снять. В этом случае таким же образом надо рассматривать все четыре амплитуды.

не содержат кинематических особенностей - последние в /2/ и /3/ выделены в множителях перед приведенными амплитудами. Эти же множители автоматически регулируют число степеней свободы /число амплитуд/, описывающих процесс, так как для рассеяния вперед и назад должно остаться по одной ненулевой амплитуде, а другая запрещается законом сохранения проекции момента.

Рассмотрим амплитуду без изменения спиральности. Для рассеяния вперед, $\theta_s=0$, проекция момента количества движения начального состояния на направление движения первой частицы /оси z / равна 3/2 и не изменяется после рассеяния в согласии в соответствующим законом сохранения. Однако эта же амплитуда для рассеяния назад, $\theta_s=\pi$, "запрещена" - она должна обращаться в нуль, так как в этом случае импульс первой частицы после рассеяния направлен против оси z, а проекция момента после рассеяния на ту же ось равна - 3/2. Условие сохранения проекции момента для этой амплитуды при $\theta_s=0$ не выполняется, она должна обращаться в нуль. Это достигается автоматически введением кинематического множителя $\left(\sin\frac{\theta_s}{2}\right)^{|\lambda-\mu|}$ в /2/. Другая амплитуда с изменением спиральности должна обращаться в нуль для рассеяния вперед, и это обеспечивается множителем $\left(\cos\frac{\theta_s}{2}\right)^{|\lambda+\mu|}$ в /3/.

Аналогично s-каналу рассматривается процесс в аннигиляционном канале. Здесь, конечно, также имеем две независимые амплитуды. Связь между t-канальными спиральными и приведенными амплитудами дается формулами:

$$f^t_{3/2\,3/2,00}(s,t) = \hat f^t_{3/2\,3/2,00}(s,t), \qquad /5/$$

$$f^t_{3/2\,-3/2,00}(s,t) = \left(\sin\frac{\theta_t}{2}\cos\frac{\theta_t}{2}\right)^3 \hat f^t_{3/2\,-3/2,00}(s,t), \qquad /6/$$

θ_t - угол рассеяния в системе центра масс t-канала,

$$\sin\theta_t = 2\sqrt{\frac{(s-m^2)^2+st}{4m^2-t}}. \qquad /7/$$

Приведенные амплитуды аннигиляционного канала разлагаются в ряд по переменной s и по этой переменной свободны от кинематических особенностей. Здесь, как для рассеяния вперед, так и для рассеяния назад, в нуль обращается вторая спиральная амплитуда, что обеспечивается соответствующим фактором в /6/.

Таким образом, выделенные из спиральных амплитуд безразмерные множители в формулах /2/, /3/ и /5/, /6/, с учетом свойств симметрии амплитуд обеспечивают автоматическое выполнение требований сохранения проекции момента количества движения для рассеяния вперед и назад в системах центра масс соответствующих каналов и одновременно освобождают амплитуды от кинематических особенностей, однако только по одной прееменной: по t для s-канальных спиральных амплитуд и по s - для t-канальных амплитуд.

Матрица рассеяния является единой аналитической функцией своих переменных, описывающей различные каналы в различных областях изменения переменных, поэтому спиральные амплитуды s- и t-каналов связаны между собой кроссинг-соотношениями. Требования согласованности поведения спиральных амплитуд в прямом и аннигиляционном каналах приводят к определению динамических амплитуд, которые имеют одинаковые размерности, автоматически учитывают требования, вытекающие из закона сохранения проекции момента, и свободны от кинематических особенностей по обеим переменным.

Спиральные амплитуды s-канала в общем случае посредством кроссинг-соотношений можно выразить через t-канальные амплитуды с известными коэффициентами. Кроссинг-соотношения для бинарных процессов имеют вид [28, 29]:

$$f^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t) = \sum_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} d^{s_1}_{\lambda_1\mu_1}(\chi_1)\, d^{s_2}_{\lambda_2\mu_2}(\chi_2)\, d^{s_3}_{\lambda_3\mu_3}(\chi_3)\, d^{s_4}_{\lambda_4\mu_4}(\chi_4)\, f^{t}_{\mu_3\mu_4,\mu_1\mu_2}(s,t). \qquad /8/$$

Кроссинг-углы χ_i удобно вычислить, если рассмотреть кинематические диаграммы в пространстве скоростей и использовать формулы тригонометрии Лобачевского [30]. Когда какая-нибудь частица имеет нулевую массу /именно такой случай - безмассовое гравитино - рассматривается в данной работе/, кроссинг-соотношения упрощаются, так как соответствующие d-функции в /8/ заменяются δ-функциями Кронекера [31], и сумма по соответствующим индексам исчезает. Мы в данной работе в качестве мишени взяли частицу с нулевым спином. Тогда и соответствующие функции в /8/, уже по другой причине, "из-за спина", также сводятся к функциям Кронекера. Все это для рассматриваемого случая максимально упрощает кроссинг-соотношения - каждая s-канальная амплитуда связана с одной t-канальной амплитудой:

$$f^{s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t) = \alpha f^{t}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t), \quad f^{s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) = \beta f^{t}_{3/2\,3/2,0\,0}(s,t). \qquad /9/$$

α и β - постоянные с модулем 1, они для нас роли не играют. Простота кроссинг-соотношений позволяет легко выделить кинематические особенности s-канальных спиральных амплитуд по переменной s. Учитывая формулы /2/, /3/ и /5/, а также связь приведенных выше тригонометрических функций с s,t переменными /4/, /7/, из /9/ получаем соотношения такого типа:

$$\hat{f}^{s}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t) = \left(\frac{s-m^2}{m^2}\right)^{A} \left(\frac{m}{\sqrt{s}}\right)^{B} \left(\frac{t}{m^2}\right)^{C} \left(\frac{\sqrt{t-4m^2}}{m}\right)^{D} \hat{f}^{t}_{\lambda_3-\lambda_1,\lambda_4\lambda_2}(s,t). \qquad /10/$$

$\hat{f}^{s}$ может иметь кинематические особенности только по переменной s, и так как $\hat{f}^{t}$ свободны от кинематических особенностей по s, выражения перед приведенными амплитудами аннигиляционного канала содержат кинематические особенности по s спиральных амплитуд s-канала. Стало быть, мы их нашли. Таким образом, можно определить динамические амплитуды $\mathfrak{D}_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(s,t)$ для рассматриваемой реакции, которые связаны со спиральными следующим образом:

$$f^{s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t) = \left(\frac{s-m^2}{m^2}\right)^{3} \left(\cos\frac{\theta_s}{2}\right)^{3} \mathfrak{D}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t), \qquad /11/$$

$$f^{s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) = \left(\frac{s-m^2}{m^2}\right)^{3} \left(\frac{m}{\sqrt{s}}\right)^{3} \left(\sin\frac{\theta_s}{2}\right)^{3} \mathfrak{D}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t). \qquad /12/$$

3. ДИНАМИЧЕСКИЕ АМПЛИТУДЫ

Существует несколько способов разделения кинематики и динамики для бинарных процессов частиц со спином. Процедура состоит в выделении из физических амплитуд, которые непосредственно описывают процесс /чаще всего и удобнее использовать в качестве таковых спиральные амплитуды/, функций, обеспечивающих выполнение кинематических требований. Такие функции, как правило, содержат особенности /сингулярности - полюса, точки ветвления и нули/, которые не присущи S-матрице, а являются неизбежным следствием конкретной параметризации матрицы рассеяния с помощью спиральных амплитуд. Поэтому такие функции называют кинематическими особенностями. Было бы удобно простым образом выделить такие особенности и параметризовать спиральные амплитуды функциями, которые не содержат кинематических особенностей.

Есть разные эквивалентные способы определения самого понятия "кинематические особенности" и, соответственно, различные способы параметризации спиральных амплитуд. Один из них - параметризация инвариантными амплитудами.

Инвариантые амплитуды, так же как динамические амплитуды, свободны от кинематических особенностей. Однако разделение кинематики и динамики при такой параметризации не является простым - каждая спиральная амплитуда связана с суммой инвариантных амплитуд с коэффициентами, зависящими от s и t, которые и содержат все кинематические особенности спиральных амплитуд. Число слагаемых в указанной сумме равно числу амплитуд, которые описывают процесс $N = (2s_1+1)(2s_2+1)(2s_3+1)(2s_4+1)$ для массивных частиц; s_n - спин соответствующей частицы. /В случае безмассовой частицы соответствующий множитель заменяется на двойку/. С ростом спина число N быстро возрастает, соответственно усложняя параметризацию спиральных амплитуд, которые обладают лишними кинематическими особенностями, с помощью амплитуд, в данном случае инвариантных, которые кинематических особенностей не имеют.

В предложенной схеме с динамическими амплитудами в формулах /11/ и /12/, связывающих спиральные и динамические амплитуды, сумма вообще отсутствует. И так будет, если рассматривать рассеяние гравитино на мишени с произвольным спином - т.е. с ростом спина кинематика не усложняется! При такой параметризации каждая спиральная амплитуда связана с одной, "своей" динамической амплитудой. Это и просто, особенно для больших спинов, и позволяет придать ясный физический смысл динамическим амплитудам /каковым инвариантные амплитуды не обладают/.

Возвращаясь к инвариантным амплитудам, отметим, что они имеют разные размерности, что также неудобно. При построении базиса для нахождения инвариантного разложения возникают трудности, возрастающие с увеличением спина, в частности, связанные с неоднозначностью параметризации и с учетом C-, P-, T- и калибровочной инвариантности. Кроме того, такая процедура требует знания в явном виде уравнений для свободной частицы со спином, что для больших спинов нетривиально, так как сами уравнения можно строить по-разному, а их решения обычно содержат лишние компоненты, от которых нелегко избавиться. Немаловажно и то, что физически наблюдаемые величины - дифференциальные сечения, поляризации, асимметрии и т.д. гораздо проще выражаются через динамические амплитуды.

Динамические амплитуды близки к так называемым регуляризованным амплитудам. Собственно, они являются модифицированными регуляризованными спиральными амплитудами с одинаковой размерностью. Регуляризованные спиральные амплитуды в большой степени были привязаны к реджистике. Кинематика спина часто рассматривалась как часть реджевской модели /32-34/. Эта модель так и не стала лидирующей теорией сильных взаимодействий, и интерес к ней, а заодно и к часто применяемым в модели регуляризованным спиральным амплитудам, заметно уменьшился. Главное отличие динамических и регуляризованных амплитуд состоит в том, что динамические имеют одинаковые размерности, совпадающие с размерностью спиральных амплитуд. Вопрос о размерностях в реджевских моделях не возникал. Разные размерности инвариантных или регуляризованных спиральных амплитуд беспокойства не вызывали, так как размерные функции - функции вычитания-все равно фитировались. А фитировать с одинаковым успехом можно и функции с разными размерностями.

Самое неприятное в регуляризованных спиральных амплитудах /рассмотренных вне рамок определенной модели/ то, что они обладают разными размерностями, а эти размерности зависят, притом непростым образом, от значений спинов и спиральностей. Это неестественно и неудобно.

Напомним, что размерности в физике имеют и важное эвристическое значение. Соображения, связанные с размерностями, а также знание кинематической структуры амплитуд, играют важную роль в физике элементарных частиц, например, в изучении рассеяния при асимптотических энергиях - при рассмотрении принципа автомодельности /35/, правил кваркового счета /36-39/ и получения кинематической иерархии /17,18/.

Динамические амплитуды не привязаны к определенной модели. Они - результат общего анализа в задаче кинематики спина для бинарных процессов. Параметризацией посредством динамических амплитуд реализуется адекватное разделение кинематики и динамики при описании процессов с произвольными спинами. Здесь важны автоматическое выполнение законов сохранения, размерности амплитуд, а также вопросы, связанные с кинематическими особенностями. При этом приведенная выше процедура нахождения параметризации, связанная с геометрией процесса и обеспечивающая законы сохранения, одновременно помогает /с привлечением кроссинг-соотношений/ нахождению кинематических особенностей по обеим инвариантным переменным. Такая параметризация может служить базой как для рассмотрения общих, модельно-независимых результатов, так и для модельных представлений.

Итак, можно последовательно построить несколько параметризаций, разделяющих кинематику и динамику. Результаты являются эквивалентными. Тогда на первый план выдвигаются удобство, простота и общность формализма. Нам кажется, что динамические амплитуды в полной мере удовлетворяют этим требованиям.

Наконец, отметим также, что никакая другая, альтернативная параметризация для рассматриваемой нами "новой" реакции - рассеяния безмассовой частицы со спином 3/2 на массивной частице с нулевым спином ранее не рассматривалась. Не были написаны и дисперсионные соотношения для этого процесса.

4. ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СПИРАЛЬНЫХ АМПЛИТУД

Как известно, дисперсионные соотношения первоначально были предложены для комптон-эффекта на нуклоне для нулевого угла рассеяния /3/. Первое строгое доказательство дисперсионных соотношений было получено Н.Н.Боголюбовым для пион-нуклонного рассеяния /см. /1,2/ /. Как отмечалось выше, в те годы были написаны дисперсионные соотношения для большинства бинарных процессов, в которых участвовали известные тогда частицы. Отметим рассмотренные, "родственные" нашему процессу в кинематическом плане, фотон-адронные процессы: дисперсионные соотношения для рассеяния фотона на нуклоне на произвольный угол были предложены в /4/, а для фоторождения пиона - в /5/. На основе дисперсионных соотношений анализировались экспериментальные данные. На базе дисперсионных соотношений были получены строгие теоретические результаты - низкоэнергетические теоремы и правила сумм /40-45/, ограничения на сечения рассеяния при высоких энергиях /46/ и многие другие результаты.

Спиральные амплитуды помимо особенностей, определяемых условием унитарности, имеют дополнительные, кинематические особенности. Мы уже отмечали, что существует несколько определений этого понятия. Выше мы использовали определение, связанное с разложением амплитуд. Другие определения связаны с теорией возмущения [47], с определением самих спиральных состояний [48], разложением на так называемые инвариантные функции Иооса [49,50], разложением на инвариантные функции [51,52], см. также работы [53-55], и т.д. Эти определения эквивалентны. Это, в частности, проявится, если выписать в явном виде связь между разными амплитудами, свободными от кинематических особенностей, или однотипными амплитудами, но полученными исходя из разных определений кинематических особенностей./Такие соотношения для малых соотношений спинов даны, например, в цитированных выше работах [31,32]/.

Для определения и построения динамических амплитуд мы использовали определение понятия кинематических особенностей, связанное с разложением на полиномы. Для использования динамических амплитуд при изучении аналитических свойств спиральных амплитуд и нахождения для них дисперсионных соотношений удобно другое, эквивалентное определение /см., напр., [56,57]/. Если рассматривать процесс рассеяния бесспиновых частиц:

$$0 + 0 \to 0 + 0 ,$$

то он описывается одной амплитудой, которая не имеет кинематических особенностей, связанных со спином. Эта амплитуда имеет только динамические особенности, ее аналитические свойства определяются условием унитарности и она удовлетворяет дисперсионным соотношениям. В случае рассеяния частиц со спином s_i:

$$s_1 + s_2 \to s_3 + s_4 ,$$

спиральные амплитуды кроме динамических особенностей, которые определяются условием унитарности, имеют дополнительные особенности - полюса, нули и точки ветвления, которые и являются кинематическими особенностями. Итак, одно из возможных эквивалентных определений кинематических особенностей: особенности, которые связаны с условием унитарности и определяют вид дисперсионных соотношений - динамические особенности, остальные особенности - кинематические. При таком определении ясно, что после выделения кинематических особенностей из спиральных амплитуд, оставшаяся часть, а это и есть в нашем случае динамические амплитуды, удовлетворяет дисперсионным соотношениям.

Структура кинематических особенностей спиральных амплитуд рассеяния безмассового гравитино на пионе рассматривалась выше. Для явного и автоматического выполнения требований законов сохранения проекции момента удобна параметризация /11/, /12/, где явно присутствуют функции $\sin\frac{\theta_s}{2}$ и $\cos\frac{\theta_s}{2}$. Однако для рассмотрения дисперсионных соотношений мы перейдем к инвариантным переменным. Тогда, учитывая /4/, будем иметь вместо /11/, /12/:

$$f^{s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t) = \left(\frac{\sqrt{(s-m^2)^2+st}}{m^2}\right)^3 \mathfrak{T}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t) , \qquad /13/$$

$$f^{s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) = \left(\frac{\sqrt{-t}}{m}\right)^3 \mathfrak{T}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) . \qquad /14/$$

Эти соотношения являются ключевыми для получения дисперсионных соотношений для физических спиральных амплитуд. Кинематические особенности выделены, а аналитические свойства динамических амплитуд для комплексных значений переменных задаются особенностями, которые определяются условием унитарности. При этом одночастичные промежуточные состояния в условии унитарности определяют полюса, а многочастичные промежуточные состояния определяют скачки амплитуд на разрезах. Начала разрезов определяются пороговыми значениями двухчастичных промежуточных состояний.

Рассмотрим динамические амплитуды при фиксированном значении s. Дисперсионные соотношения для динамических амплитуд имеют вид

$$\mathfrak{T}_h(s,t) = \mathfrak{T}^B_h(s,t) + \frac{1}{\pi}\int_{t_0}^{\infty} \frac{dt'[\mathfrak{T}_h(s,t')]^t}{t'-t} + \frac{1}{\pi}\int_{u_0}^{\infty} \frac{du'[\mathfrak{T}_h(s,u')]^u}{u'-u} . \qquad /15/$$

Здесь $[\mathfrak{T}_h(s,t')]^t$ и $[\mathfrak{T}_h(s,u')]^u$ - скачки функций $\mathfrak{T}_h$ в t- и u-каналах соответственно, $h \equiv \lambda_3\lambda_4, \lambda_1\lambda_2$, $\mathfrak{T}^B_h(s,t)$ - возможные борновские полюсные члены.

Для процессов с участием фотона [5,6,20,21,42] промежуточные состояния в условии унитарности /определяющие скачки динамических амплитуд/, которые содержат фотоны, не учитывались вследствие малости константы электромагнитных взаимодействий. Полученные результаты были точны по сильным взаимодействиям /для которых теория возмущения не работала/, а по электромагнитным взаимодействиям они были справедливы лишь в e^2-приближении. Аналогичное предположение об отсутствии в промежуточных состояниях безмассовых частиц делалось при рассмотрении рассеяния гравитона [20,58,59]. Мы будем считать, что константа взаимодействия безмассового гравитино с массивными частицами мала, а относительно вкладов в условие унитарности сделаем более слабое предположение, чем делалось для фотона и гравитона: мы будем пренебрегать вкладами унитарных диаграмм, которые содержат только безмассовые частицы. В таком случае низшими двухчастичными промежуточными состояниями в условии унитарности в соответствующих каналах будут два пиона и пион и гравитино, поэтому $t_0 = 4m^2$, $u_0 = m^2$.

Кинематически родственный процесс - рассеяние безмассовой частицы со спином 1 /фотона/ на пионе, т.е. комптон-эффект на пионе, борновский член соответствует полюсному с одночастичным пионным состоянием. В нашем случае аналогичный борновский член отсутствует из-за того,что гравитино имеет спин 3/2 и является фермионом,и одночастичное бозонное состояние,π-мезонный полюс, не существует. Учитывая эти замечания и соотношения /13/-/15/, получим

$$f^{s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\sqrt{(s-m^2)^2+st}}{m^2}\right)^3 \Big\{ \int\limits_{4m^2}^{\infty}\frac{dt'}{t'-t}\Big[\Big(\frac{m^2}{\sqrt{(s-m^2)^2+st'}}\Big)^3 \times f^{s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t')\Big]^t + \int\limits_{m^2}^{\infty}\frac{du'}{u'-u}\Big[\Big(\frac{m^2}{\sqrt{m^4-su'}}\Big)^3 f^{s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,u')\Big]^u\Big\}, \qquad /16/$$

$$f^{s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\sqrt{-t}}{m}\right)^3 \Big\{ \int\limits_{4m^2}^{\infty}\frac{dt'}{t'-t}\Big[\Big(\frac{m}{\sqrt{-t'}}\Big)^3 f^{s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t')\Big]^t + \int\limits_{m^2}^{\infty}\frac{du'}{u'-u}\Big[\Big(\frac{m}{\sqrt{s+u'-2m^2}}\Big)^3 f^{s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,u')\Big]^u\Big\}. \qquad /17/$$

Мы получили дисперсионные соотношения для спиральных амплитуд рассматриваемого процесса.

Восстанавливая во множителях перед интегралами зависимость от θ_s и s, можно этим соотношениям придать другой вид:

$$f^{s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{s-m^2}{m^2}\right)^3 \cos^3\frac{\theta_s}{2}\Big\{ \int\limits_{4m^2}^{\infty}\frac{dt'}{t'-t}\Big(\frac{m^2}{\sqrt{(s-m\ )\ +st'}}\Big)^3 \times [f^{s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,t')]^t + \int\limits_{m^2}^{\infty}\frac{du'}{u'-u}\Big(\frac{m^2}{\sqrt{m^4-su'}}\Big)^3 [f^{s}_{3/2\,0,3/2\,0}(s,u')]^u\Big\}, \qquad /18/$$

$$f^{s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{s-m^2}{m^2}\right)^3 \left(\frac{m}{\sqrt{s}}\right)^3 \sin^3\frac{\theta_s}{2}\Big\{ \int\limits_{4m^2}^{\infty}\frac{dt'}{t'-t}\Big(\frac{m}{\sqrt{-t'}}\Big)^3 \times [f^{s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,t')]^t + \int\limits_{m^2}^{\infty}\frac{du'}{u'-u}\Big(\frac{m}{\sqrt{s+u'-2m^2}}\Big)^3 [f^{s}_{3/2\,0,-3/2\,0}(s,u')]^u\Big\} \qquad /19/$$

Из такой записи видно, что для рассеяния вперед амплитуда с изменением спиральности обращается в нуль.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в данной работе получена удобная параметризация спиральных амплитуд рассеяния безмассового гравитино, частицы со спином 3/2, на массивной частице с нулевым спином. При такой параметризации реализуется разделение кинематических и динамических свойств спиральных амплитуд, описывающих бинарные процессы частиц со спином. На базе знания кинематической структуры спиральных амплитуд для них были получены дисперсионные соотношения при фиксированном s. Мы получили общие представления для амплитуд процесса, которые не зависят от моделей /в частности, от конкретного вида лагранжиана/.

Полученные результаты касаются "суперсимметричной реакции" /в которой участвует гравитино/, без использования пока еще до конца не выясненного вида динамики взаимодействия. Теория пока не завершена, в ней есть много неоднозначности и нерешенных проблем в выяснении окончательной структуры. Несмотря на это, как показано в данной работе, некоторые общие физические результаты можно получить уже сегодня. Может быть, это послужит и развитию самой теории. Однако, если суперсимметрия не сможет оправдать связанные с ней надежды, но безмассовая частица со спином 3/2 существует, полученные здесь результаты останутся.

Автор выражает глубокую благодарность А.Н.Тавхелидзе за постоянный интерес и поддержку, Н.С. Амаглобели, В.Г.Кадышевскому, В.А.Матвееву, Я.А.Смородинскому, А.Н.Сисакяну и А.А.Хелашвили за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н.Н., Медведев В.В., Поливанов М.К. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Физматгиз, М., 1958.
2. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантовых полей. Гостехиздат, М., 1957.
3. Gell-Mann., Goldberger M.L., Thirring W. Phys.Rev., 1954, 95, p.1612.
4. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. ДАН СССР, 1957, 113, с.529.
5. Logunov A.A., Isaev P.S. Nuovo Cimento, 1958, 10, p.917.
6. Logunov A.A., Soloviev L.D., Tavkhelidze A.N. Nucl.Phys., 1957, 4, p.425.
7. Ширков Д.В., Серебряков В.В., Мещеряков В.А. Дисперсионная теория сильных взаимодействий при низких энергиях. "Наука", М., 1967.
8. Чью Дж. Аналитическая теория S-матрицы. "Мир", М., 1968.
9. Galperin A.S., Ivanov E.A., Kalitzin S., Ogievetsky V.I. Class. Quantum Grav., 1984, 1, p.469.
10. Galperin A.S., Ivanov E.A., Kalitzin S., Ogievetsky V.I. Phys. Lett., 1985, 151B, p.215.
11. Galperin A.S., Ivanov E.A., Ogievetsky V.I., Sokatchev E.S. JINR, E2-86-258, Dubna, 1986.
12. Огиевецкий В.И., Мезинческу Л., УФН, 1975, 117, с.637.
13. Fayet P., Ferrara S. Phys.Reports, 1977, 32C, p.250.
14. Nieuwenhuizen P. Phys.Reports, 1981, 68, p.189.

15. Weinberg S. Phys.Rev.Lett., 1982, 48, p.1303.
16. Ellis J. et al. Nucl.Phys., 1982, 43B, p.202.
17. Чавлейшвили М.П. ЯФ, 1984, 40, с.243.
18. Чавлейшвили М.П., ЯФ, 1985, 41, с.1055.
19. Jacob M., Wick G.C. Ann. of Phys., 1959, 7, p.404.
20. Мурадян Р.М., Чавлейшвили М.П. ТМФ, 1971, 8, с.16.
21. Чавлейшвили М.П. Сообщение АН ГССР, 1976, 81, с.345.
22. Чавлейшвили М.П. ОИЯИ, Р2-9417, Дубна, 1975.
23. Radescu E.E., Guiasu J. Phys.Rev., 1974, D10, p.3036.
24. Чавлейшвили М.П. ЯФ, 1983, 37, с.365.
25. Чавлейшвили М.П., ЯФ, 1983, 37, с.680.
26. Чавлейшвили М.П., ЯФ, 1984, 40, с.813.
27. Варшалович Д.А. и др. Квантовая теория углового момента. "Наука", Л., 1975.
28. Smorodinsky Ja.A. JINR, E-1227, Dubna, 1963.
29. Truman T.L., Wick G.C. Ann. of Phys., 1964, 26, p.322.
30. Черников Н.А. ЭЧАЯ, 1973, 4, с.773.
31. Ader J.P., Capdeville M., Navelet H.Nuovo Cimento, 1968, 56A, p.315.
32. Cohen-Tannoudji G., Morel A., Navalet H. Ann. of Phys., 1968, 46, p.239.
33. Hara Y. Supplement of the Progress of Theoretical Physics, 1972, 51, p.96.
34. Коллинз П., Сквайрс Э. Полюса Редже в физике частиц. "Мир", М., 1971.
35. Боголюбов Н.Н., Владимиров В.С., Тавхелидзе А.Н. ТМФ, 1972, 12, с.3.
36. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett.Nuovo Cimento, 1973, 7, p.779.
37. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. JINR, E2-8-48, Dubna, 1974.
38. Brodsky S.J., Farrar G.R. Phys.Rev.Lett., 1973, 31, p.1153.
39. Чавлейшвили М.П. Труды семинара "Кварки-84", ИЯИ АН СССР, М., 1985.
40. Герасимов С.Б. ЯФ, 1965, 2, с.568.
41. Drell S.D., Hearn A.C. Phys.Rev.Lett., 1968, 16, p.908.
42. Abarbanel H., Goldberger M.L. Phys.Rev., 1968, 165, p.1594.
43. Logunov A.A., Soloviev L.D., Tavkhelidze A.N. Phys.Lett., 1967, 24B, p.181.
44. Журавлев В.И., Мещеряков В.А., Рерих К.В., Тавхелидзе А.Н. ОИЯИ, Р2-3385, Дубна, 1967.
45. Азнаурян И.Г., Соловьев Л.Д. ЯФ, 1966, 4, с.615.
46. Логунов А.А., Мествиришвили М.А., Хрусталев О.А. ЭЧАЯ, 1972, 3, с.513.
47. Hara Y. Phys.Rev. 1964, 136B, p.507.
48. Truman T.L. Phys.Rev., 1968, 173, p.1684.
49. Joos H. Fortsch.Physik, 1962, 10, p.65.
50. Williams D.N. Preprint UCRL-11113, Berkeley, California.

51. Gell-Mann M. et al. Phys.Rev., 1964, 133B, p.145.
52. Bardeen W.A., Tung W.K. Phys.Rev., 1968, 173, p.1423.
53. Hepp K. Helv.Phys.Acta, 1963, 36, p.355.
54. Wang L.L. Phys.Rev., 1965, 142, p.1187.
55. Stapp H.P. Phys.Rev., 1967, 160, p.1251.
56. Hearn A.C. Nuovo Cimento, 1961, 21, p.333.
57. Leo R.A., Minguzzi A. Nuovo Cimento, 1972, 9A, p.28.
58. Gross D.J., Jackiw R. Phys.Rev., 1968, 166, p.1287.
59. Jakiw R. Phys.Rev., 1968, 168, p.1623.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 сентября 1986 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р.50 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна 1985.	4 р. 80 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Чавлейшвили М.П. Р2-86-598
Структура спиральных амплитуд и дисперсионные соотношения для рассеяния безмассового гравитино на пионе

Анализируется кинематическая структура спиральных амплитуд рассеяния безмассового фермиона со спином 3/2 /гравитино/ на массивной частице с нулевым спином /пионе/. Кинематическая структура определяется пространственно-временными симметриями, законами сохранения и кроссинг-соотношениями. Вводятся так называемые динамические амплитуды, особенности которых определяются только условием унитарности. На основе предложенной параметризации получены дисперсионные соотношения для спиральных амплитуд.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод автора

Chavleishvili M.P. P2-86-598
Structure of Helicity Ampitudes and Dispersion Relations for Massless Gravitino-Pion Scattering

The kinematic structure of the helicity scattering amplitudes of a massless fermion with spin 3/2 (gravitino) on a massive particle with zero spin (pion) is analysed. The kinematic structure is defined by the conservation laws and crossing-relations. The so-called dynamic amplitudes are introduced, which possess singularities defined by the unitarity conditions only. The dispersion relations for the helicity amplitudes are found on the basis of the parametrization suggested.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986