

**сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна**

**P2-86-470**

**В.Н.Стрельцов**

**К ВОПРОСУ**

**О ПРОЯВЛЕНИИ "ФОРМУЛЫ УДЛИНЕНИЯ"**

**1986**

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Пространственные и временные координаты служат основой для нашего описания мира. Специальная теория относительности установила их тесную взаимосвязь. В частности, размеры релятивистски движущихся тел, определяемые пространственными координатами, зависят от того, в какие моменты времени фиксируются их положения.

В свое время была введена опирающаяся на радиолокационный метод измерения расстояний концепция релятивистской длины<sup>/1/</sup>. По сути дела она основывается на отличном от общепринятого определении продольных размеров быстродвижущихся материальных объектов, или, отвлекаясь от их поперечных размеров, длины стержня. В рамках этого определения указанная длина характеризуется как среднее расстояние, пройденное световым сигналом в прямом и обратном направлениях, вдоль измеряемого стержня. Следствием предложенной концепции является увеличение, а не сокращение продольных размеров /объема/ быстродвижущихся тел. При этом, что особенно важно подчеркнуть с точки зрения наблюдения релятивистского изменения длины, искомую величину можно получить, если воспользоваться "засечками" /событиями/, которые "делаются" /происходят/ одновременно в системе покоя тела /стержня/.

Указанная концепция по сути дела легла в основу релятивистской формулировки статики, ковариантного определения энергии и импульса электромагнитного поля заряда и др. Следует также отметить, что вытекающая из нее "формула удлинения" находится в прямом соответствии с предложенной в последнее время формулой релятивистской термодинамики.

Совсем недавно были проведены эксперименты по определению методом интерференции тождественных пионов пространственных размеров области взаимодействия в процессах множественного рождения частиц в различных системах отсчета<sup>/2,3/</sup>. В этих первых наиболее прямых опытах, позволяющих непосредственно наблюдать релятивистское изменение длины, получено указание на увеличение продольных размеров области взаимодействия в результате движения.

Дальнейшее применение предложений концепции релятивистской длины\* будет предметом нашего последующего рассмотрения.

---

\* Строго говоря - проявление "формулы удлинения".

## 2. ДЛИНА ПРОДОЛЬНОГО ПЛЕЧА ИНТЕРФЕРОМЕТРА В ОПЫТЕ МАЙКЕЛЬСОНА - МОРЛИ

Обычно при рассмотрении опыта Майкельсона - Морли /см., например, /4/ / рассчитывается время прохождения светом продольного плеча интерферометра  $t_{\parallel}$ . При этом для скоростей распространения света в направлении движения Земли и против него имеем соответственно  $c - v$  и  $c + v$  / $v$  - скорость движения Земли/. При расчете времени распространения света вдоль другого /перпендикулярного/ плеча учитывается, что свет идет по гипотенузе прямо-угольного треугольника /см.рис.1/. Отсюда получают, что

$$(ct_{\perp})^2 = l^2 + (vt_{\perp})^2 \quad /1/$$

и

$$t_{\perp} = \frac{l}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx \frac{l}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right). \quad /1'/$$

Однако, как особенно ясно видно из рис.1, скорость движения Земли  $v$  имеет проекцию на направление распространения света PS, которая определяется величиной

$$v_{PS} = v \cos(\angle SPP') = v \frac{vt_{\perp}}{\sqrt{l^2 + v^2 t_{\perp}^2}}. \quad /2/$$

С учетом того, что скорость распространения света вдоль PS будет равна  $c - v_{PS}$ , вместо /1/ будем иметь

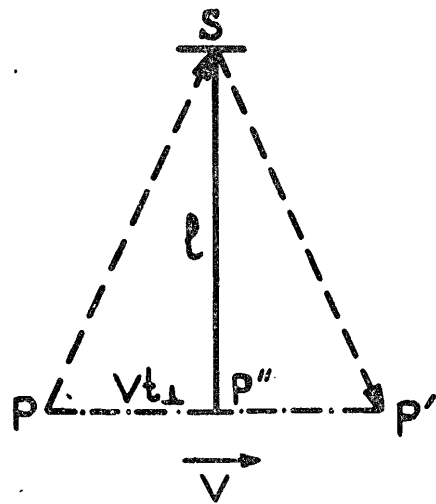


Рис.1. Путь луча света вдоль поперечного плеча интерферометра в опыте Майкельсона - Морли.

$$\left(c - \frac{v^2 t_{\perp}}{\sqrt{l^2 + v^2 t_{\perp}^2}}\right)^2 t_{\perp}^2 = l^2 + (vt_{\perp})^2, \quad /3/$$

отсюда с точностью до членов второго порядка по  $v/c$  найдем, что

$$t_{\perp} \approx \frac{l}{c} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{v^2}{c^2}\right). \quad /4/$$

С другой стороны, для  $t_{\parallel}$ , как обычно, имеем

$$t_{\parallel} \approx \frac{l_{\parallel}}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \quad /5/$$

из условия равенства  $t_{\perp}$  и  $t_{\parallel}$ , отвечающего отрицательному результату опыта Майкельсона - Морли, для длины продольного плеча интерферометра получим

$$l_{\parallel} \approx l \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right). \quad /6/$$

Таким образом, результатом последовательного учета влияния движения Земли /относительно эфира/ на скорость распространения света является удлинение, а не сокращение продольного плеча интерферометра.

## 3. "ВИДИМАЯ" ДЛИНА ЭЛЕМЕНТА ПЕРИОДИЧНОСТИ В ОНДУЛЯТОРЕ

При расчете ондуляторного излучения часто удобно пользоваться системой отсчета  $K'$ , где излучающая частица в среднем покоится /см., например, /5//. При этом на основании формулы преобразования Лоренца для ее периода колебания имеем

$$T' = \Delta t' = \frac{\lambda_0}{\beta c \gamma}. \quad /7/$$

Здесь  $\lambda_0$  - длина элемента периодичности,  $\beta c$  - средняя скорость частицы,  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  ( $\Delta x = \lambda_0$ ,  $\Delta t = \lambda_0 / \beta c$ ). Отсюда в лабораторной системе координат на основании формулы

$$\omega = \frac{\omega'}{\gamma(1 - \beta \cos \theta)}, \quad /8/$$

описывающей эффект Доплера, при  $\omega' = 2\pi/T'$  и  $\theta \approx 0$  получают известное выражение для частоты ондуляторного излучения

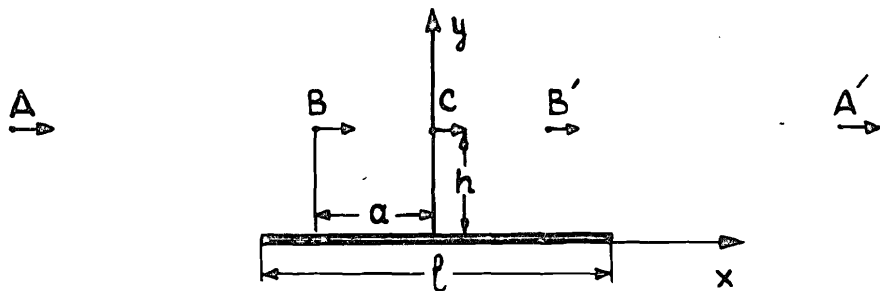


Рис.2. Иллюстрация к формулам, описывающим зависимость "видимых" размеров стержня от положений быстро движущегося наблюдателя.

$$\omega \approx (1 + \beta) \gamma^2 \beta c k_0 \quad (k_0 = 2\pi/\lambda_0) \quad /9/$$

При этом в собственной системе отсчета частицы длина элемента периодичности в ондуляторе характеризуется величиной  $\lambda_0/\gamma$  /см., например,  $10^6/$ .

Чтобы ответить на вопрос, какой размер действительно "видит" быстро движущая частица в ондуляторе, начнем со следующего простого примера.

Пусть мимо покоящегося стержня длины  $l$  релятивистски движется наблюдатель /см.рис.2/. В положении А наблюдатель будет видеть\* стержень длины

$$l_A = l(1 + \beta)\gamma \quad /10/$$

В положении В -

$$l_B = \left(\frac{l}{2} - a\right)(1 - \beta)\gamma + \left(\frac{l}{2} + a\right)(1 + \beta)\gamma = \left(l + \frac{2a}{\gamma}\beta\right)\gamma \quad /11/$$

Очевидно, что при  $-a = \beta l/2$  будет наблюдаться лоренцево сокращение, а в точке С

$$l_C = l\gamma \quad /12/$$

Когда наблюдатель пролетит середину стержня, то он последовательно будет занимать симметричные положения, например, в точках В' и А', соответствующих В и А он зарегистрирует

$$l_{B'} = l\left(1 - \frac{2a}{l}\beta\gamma\right) \quad /13/$$

$$l_{A'} = l(1 - \beta)\gamma \quad /14/$$

\* Т.е. одновременно регистрировать сигналы, испущенные в разные моменты времени из различных точек стержня. Для простоты можно положить, что  $h \ll l$ . Общий случай рассмотрен в Приложении.

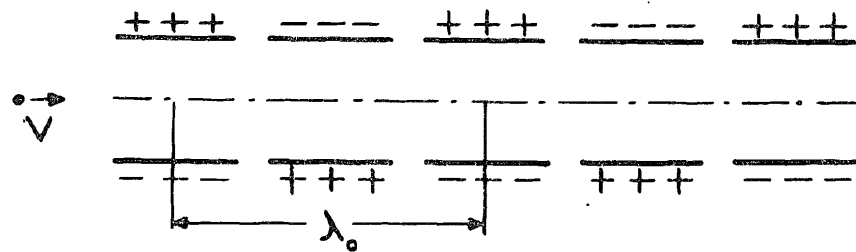


Рис.3. Движение заряда в электрическом ондуляторе

При этом характерно, что "средний" видимый размер стержня будет определяться именно "формулой удлинения"

$$\bar{l} = \frac{1}{2}(l_A + l_{A'}) = \frac{1}{2}(l_B + l_{B'}) = \dots = l\gamma \quad /15/$$

Пусть теперь мы имеем движущийся заряд и равномерно заряженный покоящийся стержень. И в этом случае заряд будет "видеть" /испытывать действие\* зарядов стержня/ в полном соответствии с формулами /10/ - /15/.

Возьмем далее набор таких стержней, лежащих в одной плоскости, и составим из них пластину. Очевидно, что указанный "средний" продольный размер пластины будет по-прежнему определяться формулой /15/.

Рассмотрим, теперь электрический ондулятор /см.рис.3/, который фактически представляет последовательный набор таких пластин. На основании вышесказанного можно утверждать, что "средний" размер элемента периодичности, который будет "видеть" излучающий заряд в его собственной системе определяется величиной

$$\lambda = \lambda_0 \gamma \quad /16/$$

Все предыдущие рассуждения остаются в силе и для магнитного ондулятора, поскольку в этом случае вместо электрического мы будем иметь аналогичное статическое периодическое магнитное поле (NS, SN, NS, ...).

Отметим, что в рамках концепции релятивистской длины скорость движения стержня определяется величиной

$$v = \frac{L}{t} \left[ 1 + \left(\frac{L}{ct}\right)^2 \right]^{-1/2} \quad /17/$$

Здесь L - длина движущегося стержня, а t - время пролета стержня мимо некоторого /покоящегося/ наблюдателя.

\* Это действие, очевидно распространяется также со скоростью света. При этом предполагается, что влияние на скорость движения пробного заряда мало.

#### 4. ДЛИНА КОГЕРЕНТНОСТИ

Когерентная длина, или длина формирования, была введена при рассмотрении тормозного излучения сверхбыстрых электронов в кристалле<sup>/7/</sup>\*. Можно сказать, что эта величина характеризует продольный размер "области взаимодействия". Было отмечено<sup>/7/</sup>, что когерентная длина определяет число одновременно действующих /интерферирующих/ ядер кристаллической решетки.

Выполнение последнего условия означает, что в системе электрона продольный размер области взаимодействия будет даваться величиной  $l_{\text{ког. } \gamma}$ , т.е. описываться "формулой удлинения". Здесь, однако, возникает вопрос, насколько группа атомов кристаллической решетки действительно одновременно взаимодействует с налетающим электроном. В этой связи уместо сделать замечание общего характера.

Современные квантовые теории фундаментальных взаимодействий основываются на обмене квантами поля. Грубо говоря, это взаимодействие типа посылки - приема квантов\*\*или на другом языке - это взаимодействие /особенно электромагнитное/ локационного типа. Тогда опираясь на конечность времени и симметричный характер взаимодействия, например, с атомами на границах длины когерентности, мы будем фактически иметь дело с картиной, которую качественно отражает опять-таки рис.2. В соответствии с результатами п.3 даже при неодновременном взаимодействии с различными атомами области когерентности ее "средний" продольный размер будет "восприниматься" электроном как  $l_{\text{ког. } \gamma}$ . С другой стороны, рассматриваемое явление тормозного излучения мы можем трактовать просто как испускание отдельных фотонов из различных частей "области взаимодействия". Если даже при этом существует сдвиг во времени между испусканием фотонов, например, из источника на границах области взаимодействия, условие симметрии снова приведет нас к "формуле удлинения"<sup>/9/</sup>.

#### 5. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННЫМ КОЛЬЦОМ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА

Картина интересующего нас явления - пролета, заряженного сгустка через идеально проводящий резонатор, - схематично изображена на рис.4.

Прежде всего, в духе результатов п.3 следует отметить, что и в данном случае отдельные заряды кольца будут "видеть" продольные размеры резонатора вытянутыми.

\* По существу эта величина ранее использовалась И.М.Франком<sup>/8/</sup>.

\*\* Т.е., тех же физических сигналов.

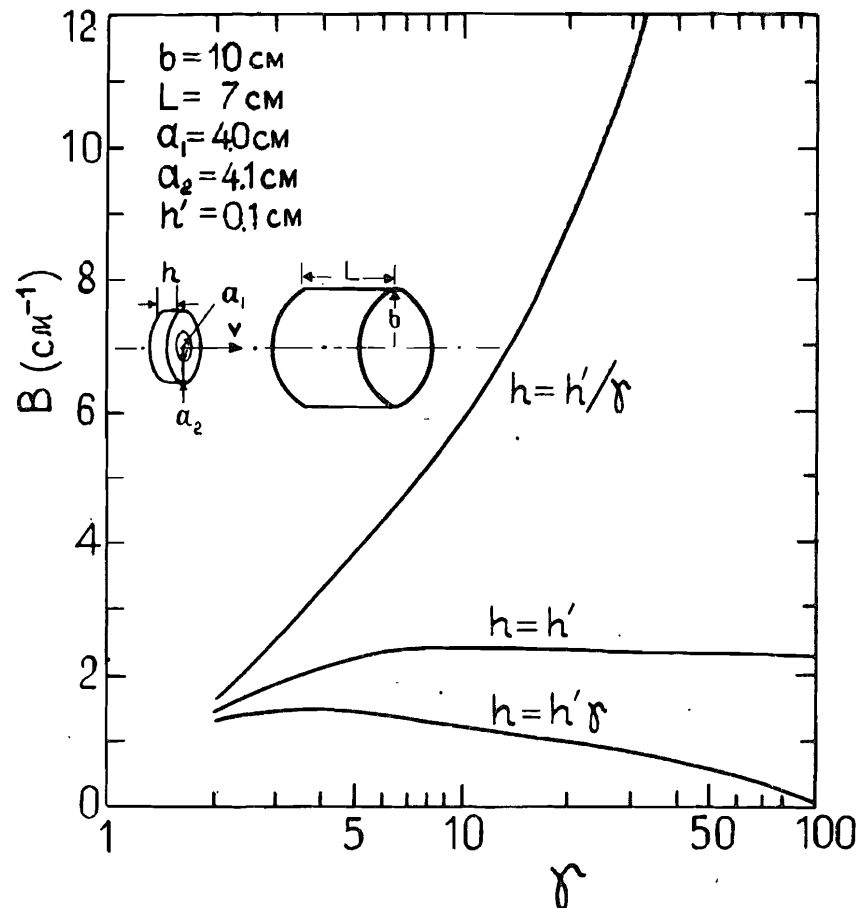


Рис.4. Зависимость радиационных потерь в резонаторе от  $\gamma$  при трех различных предположениях о поведении продольных размеров ( $h$ ) движущегося сгустка, где  $h'$  - соответствующий собственный размер.

Однако ниже нас по сути дела будет интересовать другой вопрос: какой продольный размер кольца ( $h$ ) "видят" электроны проводимости внутренних стенок резонатора. Поскольку фактически энергия возбуждения или радиационные потери определяются именно взаимодействием этих электронов с зарядами кольца\*. Опять-та-

\* Это приводит к наведению заряда на стенках резонатора. Индуцированный заряд перемещается вместе с движущимся сгустком и является причиной излучения.

ки в соответствии с выводами п.3 для "среднего" продольного размера кольца будем иметь  $h = h'\gamma$ , где  $h'$  - соответствующий размер в собственной системе расчета сгустка.

Так как радиационные потери, связанные с возбуждением резонатора, сильно зависят от поведения продольных размеров кольца при ускорении представляет интерес их оценка с использованием "формулы удлинения"<sup>11</sup>.

Потери энергии  $\Delta U$  заряженным сгустком при прохождении им резонатора даются выражением

$$\Delta U = \frac{1}{2} QV = \frac{32Q^2 \beta^2}{Lb^2} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \left( \frac{1 + \delta_{po}}{2} \right) \left[ \frac{\beta \sin(\omega_s h/v)}{\omega_s h} \right]^2 \times \left[ \frac{a_2 J_1(\mu_s a_2) - a_1 J_1(\mu_s a_1)}{\mu_s^2 (a_2^2 - a_1^2) J_1(\mu_s b)} \right]^2 \cdot \frac{1 - (-1)^p \cos(\omega_s L/v)}{[1 + (\pi p / (\gamma L \mu_s))^2]^2} \quad /18/$$

Здесь  $b$  - радиус резонатора,  $L$  - его длина;  $a_1$  и  $a_2$  - внутренний и внешний радиусы заряженного кольца,  $h$  - его толщина /продольный размер в направлении движения/.  $\delta_{po}$  - символ Кронеккера,  $v = \beta c$  - скорость движения кольца,  $\omega_s$  - резонансная частота

$$\omega_s = c \sqrt{\mu_s^2 + \left(\frac{\pi p}{L}\right)^2}, \quad /19/$$

где  $\mu_s$  определяется из уравнения

$$J_0(\mu_s b) = 0, \quad s = 1, 2, \dots, \quad /20/$$

$J_0$  и  $J_1$  - функции Бесселя.

Результаты расчетов\* представлены на рис.4. Средняя кривая соответствует неизменности продольных размеров кольца при ускорении. Нижняя кривая получена на основании "формулы удлинения"<sup>11</sup>. Здесь нанесена также кривая /10/, рассчитанная в предположении, что продольные размеры испытывают лоренцево сокращение в результате движения.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дополнительный учет влияния Земли на скорость распространения света вдоль поперечного плеча интерферометра в известной трактовке опыта Майкельсона - Морли привел к "формуле удлинения" для продольного плеча.

\* Ввиду плохой сходимости двойной суммы для простоты мы полагали  $s_{\max} = 100$  и  $p_{\max} = 99$ .

Исходя из задачи о видимых размерах быстро движущихся тел был поставлен вопрос об эффективных размерах, проявляющихся в процессах взаимодействия. В качестве примеров были рассмотрены движение заряженной частицы в ондуляторе и вопрос, касающийся длины когерентности. Оказывается, что "среднее действие" элемента периодичности на электрон происходит именно в соответствии с релятивистской "формулой удлинения"<sup>11</sup>. Проведенные с учетом этой формулы расчеты указывают на практическое исчезновение радиационных потерь заряженным сгустком при прохождении резонатора по мере заметного возрастания лоренц-фактора.

Выражаю глубокую благодарность С.Б.Рубину, обратившему внимание автора на проблемы, затронутые в п.п.3 и 5, за плодотворные обсуждения. В.Б.Радоманову автор обязан замечанием о возможной связи релятивистской длины с длиной когерентности. Выражаю также благодарность Г.В.Ефимовой и Н.И.Рахманиной за проведение численных расчетов, а Н.К.Смирновой - за помощь в оформлении рисунков.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Для случая  $a = \ell/2$ , что соответствует положению наблюдателя над левым концом стержня, "видимая" длина стержня будет даваться величиной

$$\ell_n = \ell \left[ 1 + \sqrt{1 - \gamma^{-2} \left( 1 - \frac{h^2}{\ell^2} \beta^2 \right)} \right] \gamma - h\beta. \quad /П1/$$

В симметричном случае /при положении наблюдателя над правым концом стержня/ будем иметь:

$$\ell_n = \ell \left[ 1 - \sqrt{1 - \gamma^{-2} \left( 1 - \frac{h^2}{\ell^2} \beta^2 \right)} \right] \gamma + h\beta. \quad /П2/$$

Таким образом, средний видимый размер стержня

$$\bar{\ell} = \frac{1}{2} (\ell_n + \ell_n)$$

будет, как легко видеть, опять-таки определяться "формулой удлинения"<sup>11</sup>.

На основании /П1/ и /П2/ нетрудно получить соответствующие выражения для промежуточных положений наблюдателя. Так, подставив вместо  $\ell$  в /П1/  $(\ell/2 - a)$ , а в /П2/ -  $(\ell/2 + a)$ , найдем величину  $\ell_B$ . Подставив в /П1/  $(\ell/2 + a)$ , а в /П2/ -  $(\ell/2 - a)$ , найдем  $\ell_B$ . Легко проверить, что и в этом случае формула /15/ останется в силе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. ОИЯИ, P2-3482, Дубна, 1967; P2-5555, Дубна, 1971; P2-10912, Дубна, 1977; P2-83-586, Дубна, 1983.
2. Ангелов Н. и др. ЯФ, 1983, 37, с.338.
3. Глаголев В.В. и др. ЯФ, 1985, 42, с.181.
4. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. "Мир", М., 1964, гл.V, §§ 14,15.
5. Алферов Д.Ф. и др. Труды ФИАН, "Наука", М., 1975, т.80, с.114.
6. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. "Наука", М., 1961, с.61.
7. Тер-Микаэлян М.Л. ЖЭТФ, 1953, 25, с.296.
8. Франк И.М. Изв.АН СССР. Сер.физ., 1942, 6, с.3.
9. Стрельцов В.Н. ОИЯИ, P2-82-699, Дубна, 1982.
10. Levine B.S., Sessler A.M. IEEE Trans.Nucl.Sci., 1969, 16, p.1031.

## НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике гяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
D1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
D17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики, Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
D10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р. 50 к.
D4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
D11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.
D13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна 1985.	4 р. 80 к.

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 июля 1986 года.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпонтamt, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Стрельцов В.Н.  
К вопросу о проявлении "формулы удлинения"

P2-86-470

Показано, что дополнительный учет влияния движения Земли на скорость распространения света вдоль поперечного плеча интерферометра в известной трактовке опыта Майкельсона - Морли приводит к "формуле удлинения" для продольного плеча. Обсуждаются вопросы дальнейшего проявления релятивистской "формулы удлинения" при рассмотрении взаимодействий движущихся заряженных частиц в ондуляторе, кристалле и резонаторе. Последняя формула - следствие концепции релятивистской длины, основанной на локационном методе измерения расстояний.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Strel'tsov V.N.  
On Manifestation of "Elongation Formula"

P2-86-470

It is shown that additional consideration of the influence of the Earth's motion on the velocity of light propagation along the transverse arm of an interferometer when interpreting the known experiment of Michelson - Morley leads to the "elongation formula" for longitudinal arm. The problems of further manifestation of relativistic "elongation formula" are discussed when considering the interaction of moving charged particles in an undulator, crystal and resonator. The latter formula is a consequence of the concept of relativistic length based on radar method for measuring distances.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986