объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-86-423

Н.П.Илиева, Ю.Л.Калиновский[1], Нгуен Суан Хан[2],
В.П.Первушин

БРИТВА ОККАМА ДЛЯ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЙ

Направлено в журнал
"Zeitschrift fur Physik. Ser.C:
Particles and Fields"

---

[1] Гомельский политехнический институт
[2] Московский государственный университет

1986

В теории калибровочных полей существуют проблемы, решение которых в той или иной степени зависит от выбора калибровки (например, вычисление функции Грина фермиона, квантование теории с аномалиями, калибровочная неоднозначность, инфракрасная асимптотика неабелевой теории). С этой точки зрения полезно иметь физический принцип, который бы ограничил произвол в выборе калибровки.

В настоящей работе мы предлагаем минимальный подход канонического квантования калибровочных теорий, в котором в качестве такого физического принципа служит сама калибровочная инвариантность. В таком подходе проводится квантование только физических переменных, полученных с помощью явного решения уравнений связи.

В разделе I мы даем "минимальное" калибровочное инвариантное построение интеграла Фаддеева - Попова. В разделах 2-5 мы применяем "минимальную" схему квантования для решения проблем, указанных выше.

I. Функциональный интеграл Фаддеева - Попова

Рассмотрим теорию Янга-Миллса

$$S=\int d^4x\,\mathcal{L}\;,\quad \mathcal{L}(x)=-\frac{1}{4}\left(F^a_{\mu\nu}\right)^2+\bar\psi\left(i\gamma_\mu\nabla_\mu-m\right)\psi, \tag{1}$$

$$\nabla_\mu=\partial_\mu+\hat A_\mu\;;\quad \hat A_\mu=g\,\frac{\tau^a A^a_\mu}{2i}\;;\quad \hat F_{\mu\nu}=\partial_\mu\hat A_\nu-\partial_\nu\hat A_\mu+[\hat A_\mu,\hat A_\nu], \tag{2}$$

которая инвариантна относительно калибровочных преобразований

$$\hat A^g_\mu=g\left(\hat A_\mu+\partial_\mu\right)g^{-1}\;;\qquad \psi^g=g\psi. \tag{3}$$

Покажем, что функционал Фаддеева - Попова /I/

$$Z_f[\eta,\bar\eta]=\int d\psi\, d\bar\psi \prod_a d^4A^a_\mu\,\delta[f(A)]\,\Delta_f\,\exp\left\{iS+i\int d^4x\left(\bar\psi\eta+\bar\eta\psi\right)\right\}, \tag{4}$$

где f - калибровка, $\Delta_f\int dg\,\delta[f(A^g)]=1$, может быть получен каноническим квантованием (I), (2) с явным решением уравнений связи

$$\frac{\delta S}{\delta A^a_0}=0\quad\Rightarrow\quad \nabla_k^2 A^a_0=j^a_0+\left(\nabla_i\partial_0 A_i\right)^a. \tag{5}$$

I) <u>Построение калибровочно-инвариантных переменных</u>

С помощью решения уравнения (5) теорию (I) можно записать в терминах переменных, нелокально зависящих от исходных полей [2]

$$\hat{A}_i^I(A) = v_I(A)\left(\hat{A}_i + \partial_i\right) v_I^{-1}(A)\,, \qquad \psi^I(A,\psi) = v_I(A)\,\psi\,, \tag{6}$$

где матрица $v_I(A)$ удовлетворяет уравнению

$$\partial_0 v_I = v_I\left(\frac{1}{\nabla^2}\nabla_i \partial_0 \hat{A}_i\right); \left(v_I = T\exp\left[\int^t dt' \frac{1}{\nabla^2}\nabla_i \partial_0 \hat{A}_i\right]\right) \tag{7}$$

и имеет следующие трансформационные свойства относительно калибровочных преобразований (3)

$$v_I(A^g) = v_I g = v_I g^{-1}, \tag{8}$$

в силу которых нелокальные переменные (6) инвариантны относительно преобразований (3). Это означает, что переменные (6) содержат только физические степени свободы.

Требование калибровочной инвариантности эквивалентно выбору нелинейной калибровки [2,3,4]

$$\nabla_i(A^I)\partial_0 A_i^I \equiv 0\,, \qquad \int^t dt' \nabla_i(A^I)\,\partial_0 A_i^I = 0\,, \tag{9}$$

где знак интеграла $\int^t dt'$ означает первообразную

$$\int^t dt' \partial_0 A_i^I(t') = A_i^I(t)\,. \tag{10}$$

2) <u>Поперечные переменные</u>

Вообще говоря, существует множество нелокальных калибровочно-инвариантных переменных, которые можно получить невырожденными преобразованиями

$$\hat{A}_i^f = v_f(A^I)\left(\hat{A}_i^I + \partial_i\right) v_f^{-1}(A^I)\,; \quad \psi^f = v_f(A^I)\,\psi^I, \tag{II}$$

где матрица $v_f(A^I)$ есть произвольный функционал от инвариантных переменных A^I. В частности, можно найти в явном виде точечные преобразования к переменным $\hat{A}_i^T$

$$v_f = v_T(A^I) = \exp\left(\frac{1}{\nabla_i\partial_i}\partial_k \hat{A}_k^I\right); \left(\partial_i v_T = v_T\,\partial_i \frac{1}{\nabla_j\partial_j}\partial_k \hat{A}_k^I\right), \tag{I2}$$

которые удовлетворяют условиям поперечности

$$\partial_i \hat{A}_i^T = v_T(A^I)\left[\partial_i \hat{A}_i^I - \nabla_i\left(v_T^{-1}\partial_i v_T\right)\right] v_T^{-1} \equiv 0\,. \tag{I3}$$

Таким образом, можно дать явную конструкцию калибровочно-инвариантных поперечных переменных , предложенных в работе [4].

3) <u>Квантование</u>

Физические наблюдаемые (импульс , гамильтониан и т.д.) можно выразить только в терминах калибровочно-инвариантных переменных (6) или (II)-(I3), если использовать для их построения калибровочно-инвариантный тензор энергии-импульса Белинфанте

$$T^B_{\mu\nu} = F_\mu{}^\lambda F_{\lambda\nu} + \bar{\psi}(i\gamma_\mu \nabla_\nu)\psi - g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \frac{i}{2}\partial^\lambda\left\{\bar{\psi}\left[\frac{[\gamma_\lambda,\gamma_\nu]\gamma_\mu}{2} + \gamma_\lambda g_{\nu\mu} - \gamma_\nu g_{\lambda\mu}\right]\psi\right\}. \tag{I4}$$

Гамильтониан, импульс и тензор Лоренца имеют вид (с точностью до членов, связанных с расстановкой операторов [4])

$$H = \int d^3x\, T^{00} = \int d^3x\left[\frac{1}{2}F_{0i}^{a\,2} + \frac{1}{4}F_{ij}^{a\,2} + \bar{\psi}\, i\gamma_k \nabla_k \psi\right],$$
$$P^k = \int d^3x\, T^{0k}\,; \quad M_{0k} = x_k H - tP_k + \int d^3y\,(y_k - x_k)\,T^{00}, \tag{I5}$$

где F_{0i}^a (в соответствии с предписаниями канонического формализма) является независимой динамической переменной, которую можно представить в виде [4,5,6,7,8]

$$F_{0i}^a = E_i^{Ta} - \partial_i f^a\,; \quad f^a = \frac{1}{\nabla_i\partial_i}\left[g\,\varepsilon^{abc} A_k^{Tb} E_k^{Tc} + j_0^a\right]. \tag{I6}$$

Релятивистская инвариантность квантовой теории (I4)-(I6) с нелокальными комутационными соотношениями

$$i\,[\,E_i^{aT}(\vec{x},t),A_j^{bT}(\vec{y},t)] = \delta^{ab}\,\delta_{ij}^{T}\,\delta^3(\vec{x}-\vec{y}),$$

$$\delta_{ij}^{T} = \left(\delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial^2}\partial_j\right) \tag{I7}$$

доказана в [5,4] , где получены следующие трансформационные свойства операторов поля относительно преобразований Лоренца

$$i\epsilon_K\,[\,M_{oK},\psi^T] = \delta_L^o\,\psi^T + i\hat{\Lambda}\,\psi^T,$$

$$i\epsilon_K\,[\,M_{oK},A_j^{aT}] = \delta_L^o A_j^{aT} + \nabla_j^{ab}\Lambda^b; \tag{I8}$$

здесь δ_L^o – обычные преобразования Лоренца, а

$$\Lambda^b = \frac{\epsilon_K}{\nabla_i\partial_i}\left[\,\dot{A}_K^{bT} + \partial_K A_o^{bT}\right];\ \left(A_o^b = \frac{1}{\nabla_i\partial_i}\partial^2 f^b\right) \tag{I9}$$

есть дополнительное калибровочное преобразование, которое превращает поле A_j^{aT} в поперечное в новой системе координат $\ell_\mu = \ell_\mu^o + \delta_L^o \ell_\mu^o$, $\ell_\mu^o = (1,0,0,0)$

$$\partial_\mu^\ell \hat{A}_\mu^{T\ell} = 0\quad;\quad \partial_\mu^\ell = \partial_\mu - \ell_\mu(\partial.\ell). \tag{20}$$

Динамическая система квантовых полей (I6)-(I8) следит за поворотом оси времени,и её калибровка совпадает с кулоновской калибровкой $\partial_i \hat{A}_i = 0$ только в единственной лоренцевской системе отсчета, в которой $\ell_\mu^o x_\mu = t$.

Важно отметить, что релятивистская инвариантность теории теряется, если использовать локальные коммутационные соотношения [6] или канонический тензор энергии импульса [7], который отличается от (I5) полной производной. Последняя играет важную роль в операторе буста M_{oK} и дает как раз нужное калибровочное преобразование (I9). Наивный функциональный интеграл для переменных (I3),(I6), полученный, например, в работе [7],

$$Z[\eta,\bar{\eta}] = \int d\psi\, d\bar{\psi} \prod_a d^2E_i^a\, d^2A_i^a \exp\left\{i\int d^4x\left[\psi^T\dot{\psi}^T + \dot{A}_i^a E_i^a - T_{oo}^c + \bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta\right]\right\}, \tag{2I}$$

не отражает указанных свойств (20) операторного квантования Швингера. Этим свойствам соответствует интеграл, в котором явно учитывается зависимость от оси времени квантования ℓ_μ ,

$$Z^\ell[\eta,\bar{\eta}] = \int d\bar{\psi}\, d\psi \prod_a d^4A_\mu^a\, \delta(\partial_\mu^\ell A_\mu^{a\ell})\, \det(\nabla_\mu^\ell \partial_\mu^\ell) \exp\left\{iS + i\int d^4x\,[\bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta]\right\}, \tag{22}$$

$$\nabla_\mu^\ell = \nabla_\mu - \ell_\mu(\ell.\nabla).$$

Таким образом, существует минимальная схема квантования теории Янга – Миллса, на каждом этапе которой выполняется калибровочная и релятивистская инвариантность. Эта схема основана на явном решении уравнений связи и,вообще говоря,зависит от выбора оси времени канонического квантования ℓ_μ^o .Все сказанное выше относится и к абелевой теории (КЭД).

2. Доказательство релятивистской ковариантности функции Грина фермиона

Рассмотрим в такой минимальной схеме квантования функцию Грина электрона в однопетлевом приближении (для простоты ограничимся КЭД)

$$(2\pi)^4\delta^4(p-q)\,i\,G(p) = \int d^4x\, d^4y\; e^{ipx-iqy}\langle 0|\,T\,\psi^T(x)\,\bar{\psi}^T(y)|0\rangle, \tag{23}$$

$$G(p) = G_o(p) + G_o(p)\Sigma(p)G_o(p) + O(e^4)\ ;\quad G_o(p) = \frac{1}{\hat{p}-m}, \tag{24}$$

где ψ^T, $\bar{\psi}^T$ – операторы полей в гейзенберговском представлении.

В системе отсчета ℓ_μ^o = (I,0,0,0) оператор собственной энергии имеет вид

$$\Sigma(p_\mu) = ie^2\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\left[\frac{\left(\delta_{ij} - q_i\frac{1}{\vec{q}^2}q_j\right)}{q_\mu^2 + i\varepsilon}\gamma_i G_o(p-q)\gamma_j + \frac{1}{\vec{q}^2}\gamma_o G_o(p-q)\gamma_o\right]. \tag{25}$$

Для покоящегося электрона $p_\mu = (p_o, \vec{p} = 0)$ получим выражение [9]

$$\Sigma(p_\mu) = \frac{\alpha}{2\pi}\left\{m\left(\frac{3D+4}{2}\right) - \frac{D}{2}(\hat{p}-m) + (\hat{p}-m)^2\left[\frac{\hat{p}+m}{p^2}\left(1 + \frac{\hat{p}(\hat{p}-m)}{2p^2}\right)\ln\frac{m^2-p^2}{m^2} - \frac{\hat{p}}{2p^2}\right]\right\}, \tag{26}$$

где $\mathcal{D} = \frac{1}{\varepsilon} - \gamma_E + \ln 4\pi$, ε – параметр размерной регуляризации. При переходе в другую лоренцевскую систему отсчета, где электрон движется $p_\mu = (p_0, \vec{p} = 0) \rightarrow p'_\mu = (p'_0, \vec{p} \neq 0)$, мы должны учесть дополнительные диаграммы, индуцируемые калибровочным преобразованием (18) операторов полей ψ^T, $\bar{\psi}^T$, что эквивалентно переходу в калибровку (20). В результате мы получим то же самое выражение (26), где $\hat{p} = p_0 \gamma_0$ и $p_\mu^2 = p_0^2$ заменены на $\hat{p}'$ и $p_\mu'^2$ соответственно.

Полученная функция Грина (26) не имеет инфракрасных расходимостей и допускает перенормировку с вычитаниями на массовой поверхности. Перенормированная функция Грина обладает правильными аналитическими свойствами $\lim_{\hat{p} \to m} (\hat{p} - m) G_R(p) = 1$, в отличие от обычного подхода квантования /10/. Вектор ℓ_μ выбирается из физических соображений, чтобы совпадали скорости движения кулоновского поля частиц $(A_\mu \ell_\mu)$ и самой частицы.

Физические амплитуды на массовой поверхности не зависят от выбора ℓ_μ , точно так же, как в обычном подходе они не зависят от выбора калибровки.

3. Теория с аномалиями

Рассмотрим киральную модель Швингера с левыми фермионами ψ_L

$$\mathcal{L}(x) = \psi_L^+ i \partial_+ \psi_L + e \psi_L^+ A_+ \psi_L + \frac{1}{4}(\partial_- A_+ - \partial_+ A_-)^2,$$

$$x_\pm = t \pm x \quad , \quad \partial_\pm = (\partial_0 \pm \partial_1).$$

Эта модель в последнее время вызывала большой интерес в связи с проблемой квантования теорий с киральными аномалиями /11,12,13/. Минимальная схема квантования приводит к однозначному решению для этой модели. В соответствии с результатами предыдущего раздела в качестве оси времени следует выбрать направление движения фермиона. Явное решение уравнения Гаусса $\frac{\delta S}{\delta A_+} = 0$ приводит к нелокальным переменным

$$A_-^I = e^{i\omega}(A_- + \frac{i}{e}\partial_-) e^{-i\omega} = 0,$$

$$\psi_L^I = e^{i\omega}\psi_L \quad ; \quad \omega = -\frac{e}{\partial_-} A_- .$$

Действие модели в этих переменных формально совпадает с действием в калибровке A_- = 0. После бозонизации теория описывает одну скалярную частицу с массой $m = \frac{e}{\sqrt{\pi}}$ (связанное состояние фермио-

нов /10/. Таким образом, для квантования безмассовых фермионов, взаимодействующих с калибровочными полями, естественной является формулировка светового конуса.

В случае 4-мерного пространства, преобразования буста операторов фермионов, сопровождаются дополнительными калибровочными преобразованиями $\left(\Lambda = -\varepsilon_K \frac{1}{\partial_-} \hat{A}^K\right)$. Такие трансформационные свойства отражает функциональный интеграл

$$Z[\eta, \bar{\eta}] = \int d^4A_\mu d\bar{\psi} d\psi \, \delta(\ell_\mu A_\mu) \exp\left[iS + \int d^4x (\bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta) + iWZ(u^\ell)\right],$$

где $WZ(u^\ell)$ –член Весса – Зумино /11/, u^ℓ – калибровочное преобразование, сопровождающее лоренцев поворот от вектора системы отсчета ℓ_μ^0 = (1,0,0,1) к вектору квантования $\ell_\mu = (1, \vec{n}), \vec{n}^2 = 1$.

4. Калибровочная неоднозначность

Как известно, на языке функционального интеграла существует проблема калибровочной неоднозначности /14/. На более фундаментальном уровне канонического минимального квантования эта проблема переходит в проблему однозначного построения калибровочно-инвариантных классических переменных (6), или матрицы (7) по произвольному вектору $A_i^a(\vec{x}, t)$. Например, пусть $A_i^a \equiv 0$, тогда вид матрицы $v_I(A=0)$ определяется нулевыми собственными значениями оператора Лапласа $\nabla_i^2(A=0) = \partial_i^2$ в (7). В частности, для конечного объема $|\vec{x}| \leq R$ легко указать нетривиальные гладкие решения для $v_I(A=0)$, удовлетворяющие тождественно условиям (9) , (10) при $A_i^a = 0$.

$$v_I(A=0) = U^{(n)}(\vec{x}) = \exp\{i\tau^a \Omega^{ab}(\varphi_i) \frac{x^b}{R} \pi n\}; \quad n = \pm(0, 1, 2 \ldots), \tag{27}$$

где матрица Ω^{ab} зависит от трех углов Эйлера, определяющих ориентацию координат $\vec{x}$ относительно координат цветного пространства /2,3/.

Матрицы типа (27) описывают топологически нетривиальные отображения пространства $R(3)$ в $SU(2)$ с индексами n,

$$n=\frac{1}{24\pi^2}\int\limits_{|\vec{x}|\le R} d^3x\,\epsilon_{ijk}\,tr(\hat{V}_i\hat{V}_j\hat{V}_k);\quad \hat{V}_i=u^{(n)}\partial_i(u^{(n)})^{-1}.$$

Существования таких решений (27) отражают формулы $\pi_3[SU(2)]=Z$. (В КЭД такие решения отсутствуют: $\pi_3[U(1)]=0$, и калибровочный фактор $v_I=\exp\{ie\frac{1}{\partial^2}\partial_iA_i\}$ определяется однозначно).

Нетрудно убедиться, что калибровочно-инвариантные переменные

$$A_i^{(n)I}=u^{(n)}(x)(A_i^I+\partial_i)\,u^{(n)}(x)^{-1},\quad \frac{\partial}{\partial t}A_i^I\neq 0$$

удовлетворяют условию (9) точно так же, как A_i^I.

Как было показано в работах /2,3,13/, такое топологическое вырождение нелокальных переменных может вести к конфайнменту цвета благодаря деструктивной интерференции фазовых факторов (27).

5. Инфракрасная асимптотика неабелевой теории

Обычный функциональный интеграл (21), (22) (ℓ_μ = (1,0,0,0)) задан на классе функций

$$\partial_i^2A_j^{Ta}\neq 0,\quad i\int d^3x\,A_i^{Ta}(\vec{x},t)=0. \qquad (28)$$

Это легко увидеть при выводе функционального интеграла с помощью канонического квантования /7/, где опускается класс функции

$$\partial^2 b(\vec{x},t)=0. \qquad (29)$$

В КЭД такое ограничение (28) физически оправдано: из-за конечной энергетической разрешающей способности физического прибора, измеряющего электромагнитные явления (см., например, /2/ стр. 6-8), фотоны больших длин волн невидны.

В КХД из-за нелинейности теории существует сильная связь инфракрасных полей, и возможна дальняя корреляция полей во всем объеме, который они занимают $(V=\int d^3x)$.

Включение инфракрасных полей (29) достигается обобщением

поперечных коммутационных соотношений (17)

$$i[\dot{A}_i^a(\vec{x},t),A_j^b(\vec{y},t)]=\delta^{ab}\left[(\delta_{ij}-\partial_i\frac{1}{\partial^2}\partial_j)\delta^3(\vec{x}-\vec{y})+\frac{\delta_{ij}}{V}\right], \qquad (30)$$

$$\left(A_i^a=A_i^{Ta}+b_i^a(t);\ i[\dot{b}_i^a(t),b_j^b(t)]=\delta^{ab}\frac{\delta_{ij}}{V}\right).$$

Соотношения (30) также удовлетворяют условием поперечности.

Квантование поперечных полей A^T и ψ^T в такой теории ведет к эффективному потенциалу полей $b_i(t)$

$$Z[b|0,0]=\int d^4A_\mu\,d\psi\,d\bar{\psi}\,\delta(\partial_iA_i)\det[\nabla_i(A+b)\partial_i]\times$$
$$\times\exp\{iS(A_0,A_i+b_i)\}=\exp\left\{iV\int dt\left[\frac{1}{2}\dot{b}_i^{a\,2}+\varphi(b)\right]\right\},$$

где

$$V\int dt\,\varphi(b)=-\int d^4x\left[\frac{1}{4}\left(F_{ij}^a(b)\right)^2-i\,tr\ln\det(\nabla_i(A+b)b_i)+\dots\right]$$

– потенциал сильного взаимодействия инфракрасных полей, индуцируемый всеми взаимодействиями во всем объеме пространства. Квантование инфракрасных полей в пределе бесконечного объема $V\to\infty$ может быть описано стохастизацией производящего функционала функций Грина

$$Z[\eta,\bar{\eta}]=\exp\left\{\frac{1}{2}M^2\left(\frac{\partial}{\partial b_i^a}\right)^2\right\}\left[\frac{Z[b|\eta,\bar{\eta}]}{Z[b|0,0]}\right]_{b_i^a=0}, \qquad (31)$$

где M есть параметр инфракрасной размерной трансмутации – аналог энергетического разрешения прибора в КЭД. Переход к произвольной лоренцевской системе отсчета делается с помощью замены b_i на $b_\mu^\ell=b_\mu-\ell_\mu(b.\ell)$, (см. (22)).

Возможность такой стохастизации и её физический смысл можно проиллюстрировать на простом примере абелевой теории, которая задана в классе функции (29),

$$L=\int d^3x\left[-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2(b)-\frac{\mu^2}{2}b_i^2+b_i j_i(\vec{x},t)\right]$$

$$=\frac{1}{2}V\left[\dot{b}_i^2-\mu^2 b_i^2\right]+b_i\int d^3x\, j_i(\vec{x},t). \qquad (32)$$

Мы ввели здесь массу μ для инфракрасной регуляризации пропагатора квантового поля

$$p_i=\frac{\partial L}{\partial \dot{b}_i}=V\dot{b}_i\ ;\quad i[p_i,b_j]=\delta_{ij}\ ;\quad \left(i[\dot{b}_i,b_j]=\frac{\delta_{ij}}{V}\right),$$

$$D_{ij}(t)=\frac{1}{i}\langle T b_i(t),b_j(0)\rangle_0=\frac{\delta_{ij}}{2\pi V}\int dq_0\frac{e^{iq_0t}}{q_0^2-\mu^2+i\varepsilon}=i\frac{e^{i\mu|t|}}{2\mu V}\delta_{ij}, \qquad (33)$$

Из этого выражения видно, что имеется предел бесконечного объема и нулевой массы

$$V\to\infty\,;\ \mu\to 0\ ;\ 2V\mu=M^{-2}\neq 0\ , \qquad (34)$$

в котором пропагатор (33) не равен нулю

$$D_{ij}(t)=i\delta_{ij}M^2\neq 0\,.$$

В пределе (34) пропагатор полного поля $A_i=A_i^T+b_i$ имеет вид суммы обычного пропагатора и пропагатора конфайнмента /I5/

$$D_{ij}(x)=\frac{1}{i}\langle T A_i(x),A_j(0)\rangle_0=D_{ij}^T(x)+iM^2\delta_{ij}\ ,$$

$$D_{ij}^T(q)=\left(\delta_{ij}-q_i\frac{1}{\vec{q}^2}q_j\right)\frac{1}{q_\mu^2+i\varepsilon}+i(2\pi)^4\delta^4(q)M^2\delta_{ij}. \qquad (35)$$

Для производящего функционала функции Грина в такой теории справедлива абелева версия выражения (3I). С точки зрения этих результатов квантование инфракрасных полей описывает одну из версий пропагатора конфайнмента, и попытки получить такой пропагатор суммированием диаграмм обычной теории возмущения, заданной только на классе полей (28) $(\vec{K}^2\neq 0)$,кажутся сомнительными.

Если пренебречь поперечными полями $D^T=0$, то функция Грина фермиона вычисляется точно:

$$G(p_0,\vec{p}=0)=\int\frac{d^3b_i}{(2\pi M)^{3/2}}e^{-\frac{b_i^2}{2M^2}}\frac{1}{\hat{p}-m-eb_i\gamma_i+i\varepsilon}=$$

$$=\frac{\hat{p}+m}{e^2M^2}\left\{-1+\sqrt{\pi}\sqrt{-\delta}\,e^{-\delta}\left(1-\Phi(\sqrt{-\delta})\right)\right\}$$

$$\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt\ ;\quad \delta=\frac{m^2-p^2-i\varepsilon}{2e^2M^2}\ .$$

Это выражение не совпадает с решением уравнения Швингера – Дайсона с тем же пропагатором конфайнмента /I5/. Полученная функция Грина не имеет полюсов. Вместе с тем аналитические свойства коррелятора электромагнитных токов не меняются,

$$\langle j(q),j(-q)\rangle=\exp\left\{\frac{M^2}{2}\left(\frac{\partial}{\partial b_i}\right)^2\right\}\int d^4p\ \mathrm{tr}\left[\gamma_\mu G_0(p-q-eb)\gamma_\nu G_0(p-eb)\right]$$

$$=\int d^4p\ \mathrm{tr}\left[\gamma_\mu G(p-q)\gamma_\nu G(p)\right],$$

и совпадают со "свободным" коррелятором.

Заключение

Мы представили здесь минимальную версию канонического квантования неабелевой калибровочной теории, основанную на явном решении уравнения связи и выборе калибровочно-инвариантных переменных. Доказательство релятивистской ковариантности теории было доведено до уровня диаграмм Фейнмана и получена функция Грина фермиона с правильными аналитическими свойствами $\lim_{\hat{p}\to m}(\hat{p}-m)G_R(p)=1$.

Таким образом, на каждом шаге минимального квантования были сохранены релятивистская и калибровочная инвариантности и получена соответствующая форма функционального интеграла Фаддеева – Попова.

Было показано, что минимальное квантование допускает однозначное решение киральной модели Швингера. Проблема калибровочной неоднозначности неабелевой теории здесь сводится к топологическому вырождению калибровочно-инвариантных переменных.

Мы предложили также инфакрасный механизм размерной трансмутации, который опускается обычным подходом и не имеет отношения к ренормированным уравнениям. Этот механизм представляет интерес в свете последних результатов по построению последовательной единой теории всех взаимодействий без ультрафиолетовых расходимостей, где ренормгрупповые уравнения становятся тождествами и теряют свой физический смысл.

Авторы выражают благодарность Б.М. Барбашову, И.А. Баталину, А.В. Ефремову, И.В. Полубаринову, Д.В. Ширкову, Е.С. Фрадкину за обсуждения.

Литература

I. Faddeev L.D., Popov V.N., Phys. Lett., 1967, 35B, p. 29.
2. Pervushin V.N. Riv. Nuov. Cim., 1985, v. 8, No 10, p. I.
3. Азимов Р.И., Первушин В.Н. ТМФ, 1986, 67, 349.
4. Christ N.H., Lee T.D. Phys. Rev., 1980, D22, p. 239. Treat R.P. Phys. Rev., 1975, DI2, p. 3145.
5. Schwinger J. Phys. Rev., 1962, I27, p. 324.
6. Славнов А.А., Фаддеев Л.Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М., "Наука" 1978.
7. Abers E.S., Lee B.W. Phys. Reports (section C of Phys. Lett.) 1973, 9, p. I.
8. Ilieva N.P., Nguyen Suan Han, Pervushin V.N., Preprint JINR, E2-86-283, Dubna, 1986.
9. Pervushin V.N., Nguyen Suan Han, Azimov R.I. Preprint E2-86-I88, Dubna, 1986.
I0. Adkins G. S. Phys. Rev., 1983, D27, p. 18I4. Heckathorn D. Nucl. Phys., 1979, BI56, p. 328.
II. Faddeev L.D., Shatashvili S.L., Phys. Lett., 1986, I64B, 225.
I2. Jackin R., Rajaraman R., Phys. Rev. Lett., 1985, 54, I2I9.
I3. Ilieva N.R., Pervushin V.N., Preprint JINR, E2-86-26, Dubna, 1986.
I4. Gribov V.N. Nucl. Phys., 1978, BI39, I.
I5. Stuller R.L. Phys. Rev., 1976, DI3, p. 5I3. Pagels H. Phys. Rev., DI5, p. 290.
I6. Witten E. Nucl. Phys., 1985, B258, 75.
I7. Shirkov D.V. Found. Phys., 1986, I6, 27 Ermushev A.V., Kazakov D.I., Tarasov O.V. JINR, E2-86-0I7, Dubna, 1986.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 июня 1986 года.

Ильиева Н.П. и др. Р2-86-423

Бритва Оккама для калибровочных теорий

Мы предлагаем здесь минимальную версию канонического квантования калибровочных теорий, на каждом этапе которого сохраняются калибровочная и релятивистская инвариантности. Строится соответствующий интеграл Фаддеева – Попова, который ведет к релятивистски ковариантной функции Грина фермиона с физически правильными аналитическими свойствами. Показано, что в рамках мимального квантования существует однозначное решение киральной модели Швингера, а проблема калибровочной неоднозначности неабелевой теории сводится к топологическому вырождению физических переменных. Рассматривается новый механизм инфракрасной размерной трансмутации в КХД, который не учитывается в обычном подходе квантования.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Ilieva N.P. et al. P2-86-423

Ockhaw's Razor for Gauge Theories

A minimal version of the canonical quantization of gauge theories at each step of which the gauge and relativistic invariances are conserved is proposed. The corresponding Faddeev - Popov integral is constructed that leads to a relativistic-covariant fermion Green's function with correct analytical properties. It is shown that in the minimal quantization framework a unique solution of the chiral Schwinger model is possible and the gauge ambiguity problem reduces to the topological degeneration of the physical variables. A new mechanism of infrared dimensional transmutation in QCD is considered that is omitted in the conventional quantization scheme.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986