объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-86-401

М.К.Волков, А.Н.Иванов*, Н.И.Троицкая*

РАСПАДЫ $K_{L,S} \longrightarrow \ell^{+}\ell^{-}$ В КИРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВЫХ ПЕТЕЛЬ

Направлено в журнал "Zeitschrift für Physik C"

*Ленинградский политехнический институт

1986

I. Введение

Киральная модель кварковых петель (КМКП) [1,2] хорошо описывает распады $P\to \ell^+\ell^-$ псевдоскалярных мезонов $P=\pi^0$, η и η', где $\ell=e$ или μ [3]. В настоящей работе, в КМКП рассмотрены распады $K_{L,S}\to\ell^+\ell^-$. Волновые функции мезонов K_L и K_S обычным образом выражены через волновые функции мезонов K^0 и $\bar K^0$ [4]:

$$|K_L\rangle=[2(1+|\varepsilon|^2)]^{-1/2}[(1+\varepsilon)|K^0\rangle+(1-\varepsilon)|\bar K^0\rangle],$$
$$|K_S\rangle=-i[2(1+|\varepsilon|^2)]^{-1/2}[(1+\varepsilon)|K^0\rangle-(1-\varepsilon)|\bar K^0\rangle]. \qquad (I)$$

Волновые функции мезонов K^0 и $\bar K^0$ связаны преобразованием СР-четности: $CP|K^0\rangle=-|\bar K^0\rangle$. Комплексный параметр ε характеризует величину нарушения СР-четности в распадах нейтральных каонов [4]. Поскольку мы не будем рассматривать эффекты нарушения СР-четности, то положим $\varepsilon=0$. В этом случае волновые функции $|K_L\rangle$ и $|K_S\rangle$ являются собственными функциями оператора СР-четности: $CP|K_L\rangle=-|K_L\rangle$ и $CP|K_S\rangle=|K_S\rangle$.

В распадах $K\to\ell^+\ell^-$ странность меняется на единицу: $|\Delta S|=1$. Для описания переходов с $|\Delta S|=1$ используем эффективный лагранжиан, вычисленный в стандартной модели Кобаяши – Маскавы (КМ) [5] с учетом КХД-взаимодействия [6] x):

$$\mathcal{L}^{|\Delta S|=1}_{эфф}=\frac{G_F}{\sqrt2}s_1c_1c_3\{-0{,}197[\alpha_s(\mu)]^{0,802}\cdot\tilde Q_1+1{,}250[\alpha_s(\mu)]^{0,417}\cdot$$
$$\cdot\tilde Q_2+0{,}0175[\alpha_s(\mu)]^{-0,120}\tilde Q_3+0{,}362[\alpha_s(\mu)]^{-2/9}\cdot\tilde Q_4+$$
$$+0{,}126[\alpha_s(\mu)]^{-0,298}\cdot\tilde Q_6=\frac{G_F}{\sqrt2}s_1c_1c_3\,Q_{|\Delta S|=1}. \qquad (2)$$

x) G_F -константа Ферми, $s_i=\sin\theta_i$ и $c_i=\cos\theta_i$ (i = I,3) - элементы матрицы КМ, $(G_F/\sqrt2)s_1c_1c_3$ = I,77xI0^{-6} ГэВ$^{-2}$ [7]; $\alpha_s(\mu)$ - константа КХД-взаимодействия для трех кварковых ароматов, μ - точка нормировки. Мы выбираем $\alpha_s(\mu)=1$, что соответствует μ=0,24 ГэВ [8]. Коэффициенты при операторах $\tilde Q$ вычислены для параметра КХД $\Lambda_C\simeq 0{,}1$ ГэВ [6].

Операторы $\tilde Q_k$ (k = I,2,3,4,5) определены формулами [6]:

$$\tilde Q_1=-0{,}215(Q_2-Q_1)-0{,}064Q_3+0{,}036Q_5+Q_6,$$
$$\tilde Q_2=(Q_2-Q_1)-0{,}043Q_3+0{,}026Q_5+0{,}070Q_6, \qquad (3)$$
$$\tilde Q_3=0{,}052(Q_2-Q_1)+0{,}165Q_3+Q_5-0{,}356Q_6,$$
$$\tilde Q_5=Q_1+2/3\,Q_2-1/3\,Q_3,$$
$$\tilde Q_5=0{,}602(Q_2-Q_1)+Q_3-0{,}202Q_5+0{,}152Q_6,$$

где Q_i (i = I,2,3,4,5,6) - четырехкварковые операторы Гилмана--Вайса [9]:

$$Q_1=(\bar s_a L d_a)(\bar u_b L u_b),\quad Q_2=(\bar s_a L d_b)(\bar u_b L u_a),$$
$$Q_3=(\bar s_a L d_a)\sum_{q=u,d,s}(\bar q_b L q_b),\quad Q_5=(\bar s_a L d_a)\cdot \qquad (4)$$
$$\cdot\sum_{q=u,d,s}(\bar q_b R q_b),\quad Q_6=(\bar s_a L d_b)\sum_{q=u,d,s}(\bar q_b R q_a).$$

Здесь a, b = I,2,3 - индексы "цвета", а $L=\gamma^\alpha(1-\gamma^5)$ и $R=\gamma^\alpha(1+\gamma^5)$.

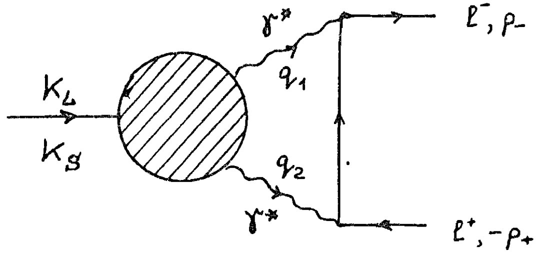

Рис.I. Общий вид двухфотонной диаграммы распадов $K_{L,S}\to\ell^+\ell^-$.

Распад $K \to \ell^+\ell^-$ идет через двухфотонное промежуточное состояние (рис.I). Поэтому его амплитуда пропорциональна массе лептона m_ℓ. Амплитуда распада $K \to \ell^+\ell^-$ содержит мнимую и вещественную части. Мнимая часть амплитуды, определяющая нижнюю границу (унитарный предел) вероятности распада $K \to \ell^+\ell^-$, пропорциональна амплитуде распада $K \to \gamma\gamma$ с двумя реальными фотонами. Для вычисления вещественной части амплитуды распада $K \to \ell^+\ell^-$ необходимо ввести формфакторы. Поэтому сначала рассмотрим распады $K \to \gamma^*\gamma^*$, где γ^* - виртуальный фотон.

2. Распады $K_{L,S} \to \gamma^*\gamma^*$

Определим амплитуды распадов $K_{L,S} \to \gamma^*\gamma^*$. Для этого рассмотрим сначала распады нейтральных каонов на два реальных фотона. В КМКП амплитуды распадов $K_{L,S} \to \gamma\gamma$ определены контактными и полюсными диаграммами (рис.2). Полюсные диаграммы обусловлены обменом псевдоскалярными мезонами π^0, η и η' и скалярным мезоном $\varepsilon(700)$ /I0/.

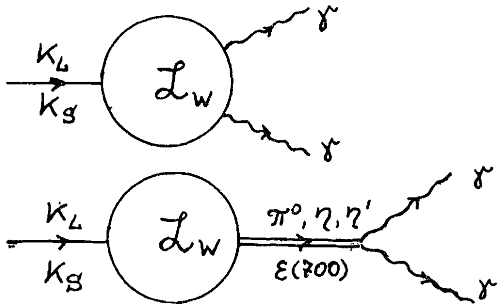

Рис.2. Контактные и полюсные диаграммы распадов $K_{L,S} \to \gamma\gamma$.

Основной вклад дают полюсные диаграммы. Вклад контактных диаграмм менее I0% /I0/, поэтому его можно не рассматривать. В этом приближении вещественная часть амплитуд распадов $K_{L,S} \to \ell^+\ell^-$ определена двухфотонными формфакторами мезонов π^0, η, η' /3/ и $\varepsilon(700)$ /26/:

$$F_{\pi^0}(q_1^2,q_2^2)=\frac{1}{2}\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\rho^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\omega^2}+\frac{1}{2}\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\omega^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\rho^2},$$

$$F_\eta(q_1^2,q_2^2)=[5\sin(\theta_0-\theta_P)-\sqrt{2}(F_\pi/F_s)\cos(\theta_0-\theta_P)]^{-1}\cdot$$

$$\cdot\Big\{\Big(\frac{9}{2}\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\rho^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\rho^2}+\frac{1}{2}\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\omega^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\omega^2}\Big)\sin(\theta_0-\theta_P)-$$

$$-\sqrt{2}\,\frac{F_\pi}{F_s}\cos(\theta_0-\theta_P)\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\varphi^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\varphi^2}\Big\},$$

$$F_{\eta'}(q_1^2,q_2^2)=[5\cos(\theta_0-\theta_P)+\sqrt{2}(F_\pi/F_s)\sin(\theta_0-\theta_P)]^{-1}\cdot$$

$$\Big\{\Big(\frac{9}{2}\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\rho^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\rho^2}+\frac{1}{2}\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\omega^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\omega^2}\Big)\cos(\theta_0-\theta_P)+ \qquad (5)$$

$$+\sqrt{2}\,\frac{F_\pi}{F_s}\sin(\theta_0-\theta_P)\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\varphi^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\varphi^2}\Big\},$$

$$F_\varepsilon(q_1^2,q_2^2)=\frac{9}{10}\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\rho^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\rho^2}+\frac{1}{10}\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\omega^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\omega^2}.$$

Здесь $q_{1,2}$ - 4-импульсы виртуальных фотонов; m_ρ, m_ω и m_φ - массы ρ-, ω- и φ- мезонов, θ_P - угол синглет-октетного смешивания 0^--мезонов, $tg\,\theta_0=1/\sqrt{2}$, F_π = 0,093 ГэВ - константа ЧСАТ π -мезона, F_s = I,27 F_π - константа ЧСАТ псевдоскалярного состояния, включающего только странные кварки. В КМПК F_s определена формулой /I6/:

$$\frac{F_s}{F_\pi}=\lambda\Big[\frac{I_2(m_s,m_s)}{I_2(m_u,m_u)}\Big]^{1/2}=1{,}27, \qquad (6)$$

где m_u = 0,28 ГэВ и m_s = 0,46 ГэВ - массы составляющих u- и s-кварков, $\lambda = m_s/m_u$ = I,64 /I,II/, а $I_2(m_i,m_j)$ - логарифмически расходящийся интеграл

$$I_2(m_i;m_j)=\frac{-3i}{(2\pi)^4}\int\frac{d^4k}{(m_i^2-k^2)(m_j^2-k^2)}=\frac{3}{16\pi^2}\,\frac{1}{m_i^2-m_j^2}\cdot \qquad (7)$$

$$[m_i^2\ln(1+\Lambda^2/m_i^2)-m_j^2\ln(1+\Lambda^2/m_j^2)].$$

Здесь Λ = I,25 ГэВ - параметр обрезания /I/. В КМКП все константы сильного низкоэнергетического взаимодействия можно выразить через три параметра: Λ = I,25 ГэВ, $m_d \simeq m_u$ = 0,28 ГэВ и m_s = 0,46 /I/.

Выпишем амплитуды распадов $K_{L,S} \to \gamma^*\gamma^*$. С хорошей точностью можно положить $m_\omega = m_\rho$:

$$A(K_L\to\gamma^*\gamma^*) = A_L\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\rho^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\rho^2} + B_L\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\varphi^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\varphi^2},$$

$$A(K_S\to\gamma^*\gamma^*) = A_S\,\frac{1}{1-q_1^2/m_\rho^2}\,\frac{1}{1-q_2^2/m_\rho^2}, \tag{8}$$

где

$$A_L = -\frac{\alpha}{\pi F_\pi}(G_F s_1 c_1 c_3)\Big[\frac{1}{m_K^2-m_{\pi^0}^2}\langle\pi^0|Q_{|\Delta S|=1}|K^0\rangle + \frac{5}{3}\sin(\theta_0-\theta_P)\,\frac{1}{m_K^2-m_\eta^2}\,\langle\eta|Q_{|\Delta S|=1}|K^0\rangle + \frac{5}{3}\cos(\theta_0-\theta_P)\,\frac{1}{m_K^2-m_{\eta'}^2}\,\langle\eta'|Q_{|\Delta S|=1}|K^0\rangle\Big],$$

$$B_L = -\frac{\alpha}{\pi F_\pi}(G_F s_1 c_1 c_3)\,\frac{\sqrt{2}}{3}\,\frac{F_\pi}{F_s}\Big[-\cos(\theta_0-\theta_P)\,\frac{1}{m_K^2-m_\eta^2}\cdot\langle\eta|Q_{|\Delta S|=1}|K^0\rangle + \sin(\theta_0-\theta_P)\,\frac{1}{m_K^2-m_{\eta'}^2}\langle\eta'|Q_{|\Delta S|=1}|K^0\rangle\Big], \tag{9}$$

$$A_S = \frac{10}{9}\,\frac{\alpha}{\pi F_\pi Z^{1/2}}(G_F s_1 c_1 c_3)\,\frac{i\langle\varepsilon|Q_{|\Delta S|=1}|K^0\rangle}{m_\varepsilon^2-m_K^2}\cdot \exp i\delta_\varepsilon(m_K)\cdot\cos\delta_\varepsilon(m_K).$$

Здесь $\alpha = e^2/4\pi = 1/137$, $m_\varepsilon = 0{,}73$ ГэВ - масса ε-мезона; $\delta_\varepsilon(m_K) = \mathrm{arctg}\,[m_K\Gamma_\varepsilon(m_K)/(m_\varepsilon^2-m_K^2)]$, где $\Gamma_\varepsilon(m_K) = 1$ ГэВ - парциальная ширина распада $\varepsilon\to 2\pi$ виртуального ε-мезона с энергией m_K /1,8/. $Z^{-1} = 0{,}71$ - константа перенормировки волновых функций 0^-- мезонов, обусловленная недиагональными переходами $0^- \longleftrightarrow 1^+$, где 1^+- аксиальный мезон. Z одинакова для всех компонент нонета 0^-- мезонов /12/.

Величина коэффициентов A_L, B_L и A_S зависит от матричных элементов операторов Q_i. Последние в КМКП имеют вид /10/:

$$\langle\pi^0|Q_2|K^0\rangle = -\langle\pi^0|Q_3|K^0\rangle = 1/3\langle\pi^0|Q_1|K^0\rangle = \sqrt{2}/3\cdot F_\pi F_K m_K^2 = 1/3\,X,$$

$$\langle\pi^0|Q_5|K^0\rangle = 1/3\langle\pi^0|Q_6|K^0\rangle = 1/3\,\rho X;$$

$$\langle\eta|Q_2|K^0\rangle = 1/3\langle\eta|Q_1|K^0\rangle = 1/3\sin(\theta_0-\theta_P)X,$$

$$\langle\eta|Q_3|K^0\rangle = [(2+1/3)\sin(\theta_0-\theta_P) - \sqrt{2}(F_s/F_\pi)(1+1/3)\cos(\theta_0-\theta_P)]X,$$

$$\langle\eta|Q_5|K^0\rangle = [-(2+\rho/3)\sin(\theta_0-\theta_P) + \sqrt{2}(F_s/F_\pi)(1+\rho'/3)\cos(\theta_0-\theta_P)]X,$$

$$\langle\eta|Q_6|K^0\rangle = [-(2/3+\rho)\sin(\theta_0-\theta_P) + \sqrt{2}(F_s/F_\pi)(1/3+\rho')\cos(\theta_0-\theta_P)]X;$$

$$\langle\eta'|Q_2|K^0\rangle = 1/3\langle\eta'|Q_1|K^0\rangle = 1/3\cos(\theta_0-\theta_P)X,$$

$$\langle\eta'|Q_3|K^0\rangle = [(2+1/3)\cos(\theta_0-\theta_P) + \sqrt{2}(F_s/F_\pi)(1+1/3)\sin(\theta_0-\theta_P)]X,$$

$$\langle\eta'|Q_5|K^0\rangle = [-(2+\rho/3)\cos(\theta_0-\theta_P) - \sqrt{2}(F_s/F_\pi)(1+\rho'/3)\cdot\sin(\theta_0-\theta_P)]X, \tag{10}$$

$$\langle\eta'|Q_6|K^0\rangle = [-(2/3+\rho)\cos(\theta_0-\theta_P) - \sqrt{2}(F_s/F_\pi)(1/3+\rho')\sin(\theta_0-\theta_P)]X;$$

$$\langle\varepsilon|Q_1|K^0\rangle = \langle\varepsilon|Q_2|K^0\rangle = \langle\varepsilon|Q_3|K^0\rangle = 0,$$

$$\langle\varepsilon|Q_5|K^0\rangle = 1/3\langle\varepsilon|Q_6|K^0\rangle = 1/3\cdot i\rho'' X,$$

где

$$\rho = Z^2\,\frac{64(1+\lambda)m_u^2}{m_K^2}\cdot\frac{F_\pi^2}{F_K^2}\Big\{1 - \frac{\lambda}{2(1+\lambda)^2}\,\frac{F_K^2}{F_\pi^2}\Big[1 + \lambda\,\frac{I_1(m_s)}{I_1(m_u)}\Big]\Big\} = 51,$$

$$\rho' = Z^2\,\frac{64\lambda(1+\lambda)m_u^2}{m_K^2}\cdot\frac{F_\pi^4}{F_s^2F_K^2}\cdot\frac{I_1(m_s)}{I_1(m_u)}\cdot\Big\{1 - \frac{\lambda}{2(1+\lambda)^2}\cdot\frac{F_K^2}{F_\pi^2}\Big[1+\frac{1}{\lambda}\,\frac{I_1(m_s)}{I_1(m_u)}\Big]\Big\} = 50, \tag{11}$$

$$\rho'' = Z^{3/2}\,\frac{64(1+\lambda)m_u^2}{m_K^2}\,\frac{F_\pi^2}{F_K^2} = 68.$$

Здесь $F_K = 1{,}15\,F_\pi$ - константа ЧСАТ К-мезона. В КМКП F_K определена формулой /10/

$$\frac{F_K}{F_\pi} = \Big(\frac{1+\lambda}{2}\Big)\Big[\frac{I_2(m_u,m_s)}{I_2(m_u,m_u)}\Big]^{1/2} = 1{,}15. \tag{12}$$

Теоретическая величина хорошо согласуется с экспериментальной: $(F_K/F_\pi)_{эксп} = 1{,}17\pm0{,}01$ /4/. $I_1(m_i)$ - квадратично-расходящийся интеграл

$$I_1(m_i)=\frac{-3i}{(2\pi)^4}\int\frac{d^4k}{m_i^2-k^2}=\frac{3}{16\pi^2}\left[\Lambda^2-m_i^2\ln(1+\Lambda^2/m_i^2)\right]. \qquad (13)$$

При вычислении параметров ρ , ρ' и ρ'' использовано соотношение $I_1(m_u)/m_u^2 I_2(m_u,m_u)=\delta$. Численные значения матричных элементов операторов Q_i приведены в таблице I. Матричные элементы переходов $K^0\to\eta,\eta'$ вычислены при $\theta_P=-21^0$ ($(\theta_P)_{эксп}=17,3\pm3,6^0$ /13/.

Амплитуда распада $K_L\to\gamma\gamma$, вычисленная при $\theta_P=-21^0$ и $\alpha_s(\mu)=1$, хорошо согласуется с экспериментальными данными /10/. Точка нормировки μ является единственным свободным параметром при вычислении слабых распадов К-мезонов в КМКП. Следует отметить, что нормировка $\alpha_s(\mu)=1$ выбрана в результате совместного рассмотрения в КМКП распадов $K\to2\gamma$, $K\to2\pi$ и $K\to3\pi$ /10/ .

Парциальные ширины распадов $\eta\to2\gamma$ и $\eta'\to2\gamma$, вычисленные при $\theta_P=-21^0$, также хорошо согласуются с экспериментальными данными:

$$\Gamma(\eta\to2\gamma)=\left(\frac{\alpha}{24F_\pi}\right)^2\left[5\sin(\theta_0-\theta_P)-\sqrt{2}\,\frac{F_\pi}{F_s}\cos(\theta_0-\theta_P)\right]^2\left(\frac{m_\eta}{\pi}\right)^3=0,71\ кэВ,$$

$$\Gamma(\eta\to2\gamma)_{эксп}=(0,56\pm0,12\pm0,10)\ кэВ\ [13], \qquad (14)$$

$$\Gamma(\eta'\to2\gamma)=\left(\frac{\alpha}{24F_\pi}\right)^2\left[5\cos(\theta_0-\theta_P)+\sqrt{2}\,\frac{F_\pi}{F_s}\sin(\theta_0-\theta_P)\right]^2\left(\frac{m_{\eta'}}{\pi}\right)^3=4,2\ кэВ,$$

$$\Gamma(\eta'\to2\gamma)_{эксп}=(4,16\pm0,43)\ кэВ\ /14/,\ (4,42\pm0,34)\ кэВ\ /15/.$$

Таблица I. Численные значения матричных элементов операторов Q_i

Q_i	$K^0\to\pi^0$	$K^0\to\eta$	$K^0\to\eta'$	$K^0\to\varepsilon$
	в ед. $\langle\pi^0\|\ Q_1\ \|K^0\rangle=3{,}5\times10^{-3}$ (ГэВ)^4			
Q_1	1,0	0,8	0,6	0
Q_2	0,3	0,3	0,2	0
Q_3	-0,3	0,4	3,3	0
Q_5	17,0	3,8	-37,0	i23
Q_6	51,0	13,0	-104,0	i68

Используя численные значения матричных элементов операторов Q_i приведенных в таблице I, найдем величину коэффициентов A_L, B_L и A_S:

$$A(K_L\to\gamma^*\gamma^*)=2,1\times10^{-9}(ГэВ^{-1})\frac{1}{1-q_1^2/m_\rho^2}\cdot\frac{1}{1-q_2^2/m_\rho^2}+1,2\times10^{-9}(ГэВ^{-1})\cdot\frac{1}{1-q_1^2/m_\varphi^2}\cdot\frac{1}{1-q_2^2/m_\varphi^2}, \qquad (15)$$

$$A(K_S\to\gamma^*\gamma^*)=4,0\times10^{-9}\times\exp i\delta_\varepsilon\times\cos\delta_\varepsilon\times\frac{1}{1-q_1^2/m_\rho^2}\cdot\frac{1}{1-q_2^2/m_\rho^2}.$$

В случае реальных фотонов $q_1^2=q_2^2=0$ получаем

$$A(K_L\to\gamma\gamma)=3,3\times10^{-9}\ ГэВ^{-1}, \qquad (16)$$

$$A(K_S\to\gamma\gamma)=4,0\times10^{-9}\times\exp i\delta_\varepsilon\times\cos\delta_\varepsilon\ ГэВ^{-1}.$$

Теоретическая величина $A(K_L\to\gamma\gamma)$ хорошо согласуется с экспериментальной /4/:

$$|A(K_L\to\gamma\gamma)|_{эксп}=(3,18\pm0,14)\times10^{-9}\ ГэВ^{-1}. \qquad (17)$$

Амплитуда $A(K_S\to\gamma\gamma)_{теор}$ удовлетворяет экспериментальным ограничениям: $|A(K_S\to\gamma\gamma)|_{эксп}<7\times10^{-8}$ ГэВ$^{-1}$ /4/ . Перейдем к вычислению вероятностей распадов $K_{L,S}\to\ell^+\ell^-$.

3. Распады $K_{L,S}\to\ell^+\ell^-$

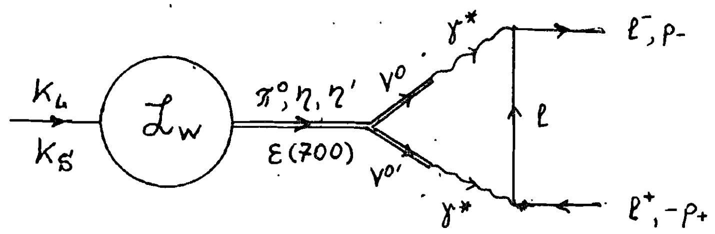

Рис.3. Полюсные диаграммы распадов $K_{L,S}\to\ell^+\ell^-$.

Амплитуды распадов $K_{L,S}\to\ell^+\ell^-$ определены диаграммами на рис.3. Выпишем аналитические выражения для $A(K_{L,S}\to\ell^+\ell^-)$:

$$A(K_L\to\ell^+\ell^-)=A(K_L\to\gamma\gamma)\frac{\alpha m_\ell}{4\pi}(0,64M_\rho+0,36M_\varphi)[\bar u(p_-)i\gamma^5 v(p_+)],$$

$$A(K_S\to\ell^+\ell^-)=A(K_S\to\gamma\gamma)\frac{\alpha m_\ell}{4\pi}M_\rho'[\bar u(p_-)v(p_+)]. \qquad (18)$$

Здесь $u(p_-)$ и $v(p_+)$ – дираковские биспиноры лептонов, M_V и M'_ρ ($V = \rho,\ \varphi$) определены формулами [3,26]:

$$M_V = \frac{i\pi}{z}\ln\frac{1+z}{1-z} - \frac{1}{z}\Big[2F\Big(-\frac{1-z}{2}\Big) + \frac{\pi^2}{6} + \ln^2\Big(\frac{1+z}{2}\Big) + \frac{1}{2}\ln^2\frac{m_K^2}{m_\ell^2} + 2\ln\frac{m_K^2}{m_\ell^2}\cdot\ln\frac{1+z}{2}\Big] + 2\frac{m_V^2}{m_K^2}\Big(\ln\frac{m_V^2}{m_\ell^2}+1\Big) + 2\Big(\frac{m_V^2}{m_K^2}-1\Big)^2\Big[\ln\frac{m_V^2}{m_\ell^2}\cdot\ln\Big(1-\frac{m_K^2}{m_V^2}\Big) + F\Big(-\frac{m_K^2}{m_V^2}\Big)\Big] - 4\Big(4\frac{m_V^2}{m_K^2}-1\Big)\operatorname{arctg}^2\Big(1\Big/\sqrt{4\frac{m_V^2}{m_K^2}-1}\Big), \tag{19}$$

$$M'_\rho = \frac{i\pi}{z}\ln\frac{1+z}{1-z} - \frac{1}{z}\Big[2F\Big(-\frac{1-z}{2}\Big) + \frac{\pi^2}{6} + \ln^2\Big(\frac{1+z}{2}\Big) + \frac{1}{2}\ln^2\frac{m_K^2}{m_\ell^2} + 2\ln\frac{m_K^2}{m_\ell^2}\cdot\ln\frac{1+z}{2}\Big] + 2\frac{m_\rho^2}{m_K^2}\Big(\ln\frac{m_\rho^2}{m_\ell^2}+1\Big) + 2\Big(\frac{m_\rho^2}{m_K^2}-1\Big)^2\Big[\ln\frac{m_\rho^2}{m_\ell^2}\cdot\ln\Big(1-\frac{m_K^2}{m_\rho^2}\Big) + F\Big(-\frac{m_K^2}{m_\rho^2}\Big)\Big] + 4\Big(2\frac{m_\rho^2}{m_K^2}-1\Big)^2\operatorname{arctg}^2\Big(1\Big/\sqrt{4\frac{m_\rho^2}{m_K^2}-1}\Big) - 8\frac{m_\rho^2}{m_K^2}\sqrt{4\frac{m_\rho^2}{m_K^2}-1}\cdot\operatorname{arctg}\sqrt{4\frac{m_\rho^2}{m_K^2}-1}, \tag{20}$$

где $z = (1 - 4m_\ell^2 / m_K^2)^{1/2}$, а $F(x)$ – функция Спенса [16]:

$$F(x) = \int_0^1 \frac{dt}{t}\ln(1+xt). \tag{21}$$

Определим относительные вероятности распадов $K_{L,S}\to\ell^+\ell^-$:

$$B(K_L\to\ell^+\ell^-) = \frac{\Gamma(K_L\to\ell^+\ell^-)}{\Gamma(K_L\to\gamma\gamma)} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\alpha m_\ell}{\pi m_K}\Big)^2\Big(1-\frac{4m_\ell^2}{m_K^2}\Big)^{1/2}\cdot\big|0{,}64M_\rho + 0{,}36M_\varphi\big|^2, \tag{22}$$

$$B(K_S\to\ell^+\ell^-) = \frac{\Gamma(K_S\to\ell^+\ell^-)}{\Gamma(K_S\to\gamma\gamma)} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\alpha m_\ell}{\pi m_K}\Big)^2\Big(1-\frac{4m_\ell^2}{m_K^2}\Big)^{3/2}|M'_\rho|^2. \tag{23}$$

Численные значения $B(K_{L,S}\to\ell^+\ell^-)$ приведены в таблице 2.

Таблица 2. Численные значения относительных вероятностей распадов $K_{L,S}\to\ell^+\ell^-$

Распад	M_ρ	M_φ	M'_ρ	B_i в ед. 10^{-5}	B в ед. 10^{-5}	Эксперимент в ед. 10^{-5}
$K_L\to\mu^+\mu^-$	$3{,}1+i10{,}4$	$5{,}4+i10{,}4$		$1{,}20$		$1{,}86\pm0{,}43$
$K_L\to e^+e^-$	$-59+i44$	$-55+i44$		5×10^{-4}	14×10^{-4}	<40
$K_S\to\mu^+\mu^-$			$-57+i10{,}4$	$1{,}0$	30	<80
$K_S\to e^+e^-$			$-118+i44$	5×10^{-4}	43×10^{-4}	$<8{,}5\times10^5$

Здесь B_i определена мнимой частью амплитуды распада и является унитарным пределом вероятности распада. Результат вычисления $B_i(K_L\to\mu^+\mu^-)$ согласуется с полученным в работах [22].

4. Обсуждение

Удовлетворительные экспериментальные данные имеются только для распада $K_L\to\mu^+\mu^-$. Теоретическое значение $B(K_L\to\mu^+\mu^-)$ хорошо согласуется с экспериментальным. Для распадов $K_L\to e^+e^-$ и $K_S\to\ell^+\ell^-$ экспериментально установлены только верхние границы вероятностей. Теоретические значения относительных вероятностей $B(K_L\to e^+e^-)$, $B(K_S\to\mu^+\mu^-)$ и $B(K_S\to e^+e^-)$ удовлетворяют экспериментальным ограничениям.

В нашем рассмотрении амплитуды распадов $K_{L,S}\to\ell^+\ell^-$ определены виртуальными переходами $K^0\to X$, где $X=\pi^0,\ \eta,\ \eta'$ или ε. Учет КХД-взаимодействия при вычислении переходов $K^0\to X$ оказывается существенным. Основной вклад дают матричные элементы оператора Q_6. Появление оператора Q_6 в эффективном лагранжиане слабых взаимодействий (2) обусловлено диаграммой "пингвин" с обменом W-бозоном и глюоном [17]. Для определения величины матричных элементов операторов Q_i достаточно пяти параметров: Λ =I,25 ГэВ, m_u = 0,28 ГэВ, m_s = 0,46 ГэВ, θ_P = -21^0 и μ =0,24 ГэВ, что соответствует $\alpha_s(\mu)=1$. Если параметры Λ, m_u, m_s и θ_P определены в КМКП, то выбор точки нормировки $\alpha_s(\mu)$ =I обусловлен совместным рассмотрением распадов $K\to 2\gamma$, $K\to 2\pi$ и $K\to 3\pi$ /I0/. При $\alpha_s(\mu)=1$ амплитуды распадов $K\to 2\gamma$, $K\to 2\pi$ и $K\to 3\pi$, вычисленные в КМКП с эффективным лагранжианом слабых взаимодействий (2), согласуются с экспериментальными данными с точностью лучше 30%.

Обсудим более подробно распад $K_L\to\mu^+\mu^-$. Мы рассмотрели распад $K_L\to\mu^+\mu^-$ только через двухфотонное промежуточное состояние: $K_L\to\gamma^*\gamma^*\to\mu^+\mu^-$. Амплитуда двухфотонного канала распада имеет порядок $O(\alpha^2 G_F)$. Основной вклад дает мнимая часть амплитуды $A_i(K_L\to\mu^+\mu^-)$, определяемая амплитудой распада $K_L\to\gamma\gamma$. Вещественная часть амплитуды двухфотонного распада $A_r(K_L\to\mu^+\mu^-)$ однозначно определена двухфотонными формфакторами мезонов π^0, η и η'. В отличие от /I8/, $A_r(K_L\to\mu^+\mu^-)$, вычисленная в КМКП, не содержит произвольных параметров. В работах /I8/ произвол $A_r(K_L\to\mu^+\mu^-)$ обусловлен вкладом диаграммы на рис.4 с виртуальным

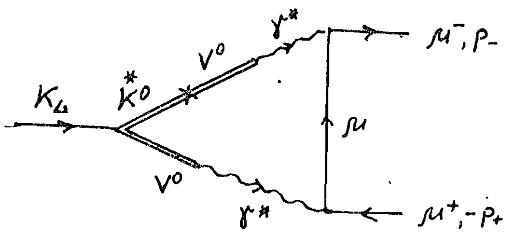

Рис.4. Диаграммы распада $K_L\to\mu^+\mu^-$ с виртуальным переходом $\overset{*}{K}{}^0\to V^0\to\gamma^*$, где $V^0=\rho,\omega,\varphi$.

переходом $\overset{*}{K}{}^0\to V^0\to\gamma^*$, где $V^0=\rho,\omega$ или φ. Произвольный параметр α входит в матричные элементы перехода $\overset{*}{K}{}^0\to V^0$. Параметр α нельзя фиксировать в распаде $K_L\to\gamma\gamma$, поскольку матричный элемент перехода $\overset{*}{K}{}^0\to V^0\to\gamma^*$ обращается в нуль на массовой поверхности фотона. В КМКП матричные элементы переходов $\overset{*}{K}{}^0\to V^0$ не содержат произвольных параметров. Используя эффективный лагранжиан слабых взаимодействий (2), можно показать, что переходы $\overset{*}{K}{}^0\to V^0$ сильно подавлены по сравнению с переходами $K^0\to\pi^0$, η или η'. При этом общий вклад диаграмм на рис.4 составляет менее I0%.

Кроме канала $K_L\to\gamma^*\gamma^*\to\mu^+\mu^-$ в распаде $K_L\to\mu^+\mu^-$ возможен и другой канал $K_L\to W^+W^-\to\mu^+\mu^-$. Амплитуда $A_W(K_L\to\mu^+\mu^-)$, обусловленная промежуточным состоянием W^+W^-, имеет порядок $O(G_F^2)$ /I9,20,2I/. Величина $A_W(K_L\to\mu^+\mu^-)$ существенным образом зависит от масс тяжелых кварков. В модели ГИМ /I9/

при $m_c = 1{,}4$ ГэВ имеем /20/: $|A_W(K_L\to\mu^+\mu^-)|=0{,}02|A_i(K_L\to\mu^+\mu^-)|$. В модели КМ /5/ величина $A_W(K_L\to\mu^+\mu^-)$ может возрасти за счет вклада кварков b и t. /2I/.

Литература

I. а) Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, I982, 36, с.I265; Ebert D., Volkov M.K. Z.Phys., 1983, C16, p.205; Volkov M.K. Ann.Phys. (N.Y.), 1983, 157, p.282; б) Волков М.К. ЭЧАЯ, I986, I7, с.433.

2. а) Иванов А.Н., Шехтер В.М. ЯФ, I980, 3I, с.530. Иванов А.Н. ЯФ, I98I, 33, I679; б) Иванов А.Н., Троицкая Н.И. ЯФ, I982, 36, с.220.

3. Иванов А.Н., Шехтер В.М. ЯФ, I980, 32, с.796.

4. Particle Data Group, Rev.Mod.Phys., 1984, 56, N 2, part II.

5. Kobayashi M., Maskawa K. Progr.Theor.Phys., 1973, 49, p.652.

6. Buras A.J., Slominski W. Nucl. Phys., 1986, B253, p.231.

7. E. de Rafael. Lectures on Quark Mixing in the Standard Model, Preprint MPI-PAE/PTh 72/84, 1984.

8. Волков М.К., Иванов А.Н., Троицкая Н.И. Препринт ОИЯИ, Р2-86-I43, Дубна, I985.

9. Gilman F.J., Wise M.B. Phys.Rev., 1974, D20, p.2392.

IO. Volkov M.K., Ivanov A.N., Troitskaya N.I. JINR, E2-86-414, Dubna, 1986.

II. Волков М.К., Иванов А.Н. ТМФ, I986, 69, №4.

I2. Волков М.К., Осипов А.А. Препринт ОИЯИ, Р2-85-390, Дубна, I985. Волков М.К., Иванов А.Н. Сообщения ОИЯИ, Р2-85-566, Дубна, I985.

13. Weinstein A. et al. Phys.Rev., 1983, D28, p.2896.

14. (PLUTO Collab.), Ch.Berger et al. Phys.Lett., 1984, 142B, p.125; (TASSO) A.Aothoff et al. Phys.Lett., 1984, 147B, p.487.

15. Bartel W. et al. Phys.Lett., 1985, B158, p.511.

16. Справочник по специальным функциям под ред. М.Абрамовича и И.Стегун. М., "Наука", I979, стр.794.

I7. Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А. ЖЭТФ, I977, 45, с.670.

18. Sarraga R.F., Munozek H.J. Phys.Rev., 1971, D4, p.2884;
Bergstrom L., Masso E., Singer P. Phys.Lett., 1983, B131, p.229; ibid., 1984, B134, p.373.

19. Glashow S.L., Iliopolous J., Maiani L. Phys.Rev., 1970, D2, p.1285.

20. Вайнштейн А.И., Хриплович И.Б. ЖЭТФ, Письма, 1973, 18, 141;
Gaillard M.H., Lee B.W. Phys.Rev., 1974, D10, p.897;
Nanopolous D.V., Ross G.D. Phys.Lett., 1975, B56, p.219;
Фламбаум В.В., ЯФ, 1975, 22, с.661; Gaillard M.H., Lee B.W., Shrpch R.E. Phys.Rev., 1976, D13, p.2674; Богомольный Е.Б. и др. ЯФ, 1976, 23, с.825; Вайнштейн А.И. и др. ЯФ, 1976, 23, с.1024; Волошин М.Б. ЯФ, 1976, 24, с.810.

21. Inami T., Lim C.S. Progr.Theor.Phys., 1981, 65, p.297;
Buras A.J. Phys.Rev.Lett., 1981, 46, p.1354; Barger V. et al. Phys.Rev., 1982, D25, 1860; Cheng H.Y. Phys.Rev., 1982, D26, p.143; Chan L.L. et al. Phys.Rev., 1983, D27, p.2145.

22. Segal L.M. Phys.Rev., 1969, 183, p.1511; Martin B.R., de Rafael E., Smith J. Phys.Rev., 1970, D2, p.179; ibid. 1971, D4, p.272.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 июня 1986 года.

Волков М.К., Иванов А.Н., Троицкая Н.И. P2-86-401

Распады $K_{L,S} \to \ell^+\ell^-$ в киральной модели кварковых петель

Вычислены вероятности распадов $K_{L,S} \to \ell^+\ell^-$. Рассмотрен только доминирующий двухфотонный канал $K_{L,S} \to \gamma^*\gamma^* \to \ell^+\ell^-$. Показано, что в амплитуде распада $K_{L,S} \to \gamma^*\gamma^*$ доминантными являются виртуальные переходы $K^\circ \to X$, где X - псевдоскалярные мезоны π°, η, η' или скалярный мезон ϵ/700/. Для описания переходов $K^\circ \to X$ использован эффективный лагранжиан слабых взаимодействий, найденный в стандартной модели Кобаяши - Маскавы с учетом КХД-взаимодействия. Слабые вершины переходов определены четырехкварковыми операторами $Q_{1,2,3,5,6}$, где Q_6 - "пингвин"-оператор. Матричные элементы операторов Q вычислены в киральной модели кварковых петель /КМКП/. Основной вклад в переходы $K^\circ \to X$ дают матричные элементы оператора Q_6. В КМКП матричные элементы операторов Q можно выразить только через 4 параметра: параметр обрезания $\Lambda = 1{,}25$ ГэВ, $m_u = 0{,}28$ ГэВ, $m_s = 0{,}46$ ГэВ, где m_u и m_s - массы составляющих u- и s-кварков, и $\mu = 0{,}24$ ГэВ, где μ - точка нормировки, связанная с константой КХД-взаимодействия $\alpha_s(\mu)$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Volkov M.K., Ivanov A.N., Troitskaya N.I. P2-86-401

$K_{L,S} \to \ell^+\ell^-$ Decays in Quark Loop Chiral Model

The probabilities of decays $K_{L,S} \to \ell^+\ell^-$ are calculated. Only the dominant two-lepton channel $K_{L,S} \to \gamma^*\gamma^* \to \ell^+\ell^-$ is considered. It is shown that the transitions $K^\circ \to X$ dominate in the decay $K_{L,S} \to \gamma^*\gamma^*$ amplitudes, where X are either the pseudoscalar mesons π°, η, η' or the scalar meson ϵ(700). For describing $K^\circ \to X$ transitions the effective weak Lagrangian, obtained in the standard model of Kobayashi - Maskawa with the account of the QCD-interaction is used. The weak vertices of $K^\circ \to X$ transitions are defined by four-quark operators $Q_{1,2,3,5,6}$, where Q_6 is the so-called "Penguin" operator. The matrix elements of Q-operators are calculated in the Chiral Quark-Loop Model. The leading contribution to matrix elements of $K^\circ \to X$ transitions comes from the Penguin operator matrix elements. In the CQL-model the Q-operator low-energy matrix elements can be expressed in terms of four parameters: the cut-off parameter $\Lambda = 1.25$ GeV, $m_u = 0.28$ GeV, $m_s = 0.46$ GeV and $\mu = 0.24$ GeV, where m_u and m_s are the masses of u- and s-constituent quarks, and μ is a normalization point of the QCD-coupling constant $\alpha_s(\mu)$.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986