

**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P2-86-307

Ю.Л.Калиновский<sup>1</sup>, В.Н.Первушин, Н.А.Сариков<sup>2</sup>

**АНОМАЛИИ В РАДИАЦИОННЫХ РАСПАДАХ  
ОЧАРОВАННЫХ МЕЗОНОВ**

---

<sup>1</sup> Гомельский политехнический институт

<sup>2</sup> Институт ядерной физики АН УзССР, Ташкент

**1986**

## Введение

Киральные феноменологические лагранжианы успешно используются для описания различных видов взаимодействий элементарных частиц при низких энергиях<sup>/1,2/</sup>. Достоинством этого метода, воспроизводящего результаты алгебры токов, является то, что в нем можно работать непосредственно в терминах наблюдаемых частиц без введения дополнительных феноменологических параметров (кроме масс частиц, констант взаимодействия  $F_{\pi} = 94 \text{ МэВ}$ ,  $G = 10^{-5}/M_{\text{прот}}^2$ ). Характерным свойством метода феноменологических киральных лагранжианов (МФКЛ) является и то, что в силу киральной симметрии низкоэнергетические разложения амплитуд по степеням энергии в первых порядках совпадают с разложением по сильной константе связи. Вследствие этого однопетлевое приближение дает информацию, отсутствующую в древесном приближении<sup>/1/</sup>. Примером тому являются киральные аномалии<sup>/3,4/</sup>, которые обусловлены диаграммами с фермионными петлями. В работе Весса-Зумино<sup>/4/</sup> было показано, что киральные аномалии могут быть учтены в борновском приближении с помощью эффективного лагранжиана с одним феноменологическим параметром. Виттен связал этот параметр с числом цветов кварков<sup>/5/</sup>.

В работе<sup>/6/</sup> МФКЛ, включающий в себя киральные аномалии, применен к изучению электрослабого распада  $K \rightarrow 2\pi \gamma$ . Было показано, что киральные аномалии полностью определяют амплитуду структурного излучения  $K \rightarrow 2\pi \gamma$ , что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

В настоящей работе МФКЛ с учетом аномалий обобщается на случай слабых радиационных распадов очарованных D- и F-мезонов для вычисления амплитуд различных мод таких распадов.

## Лагранжианы и токи

Вид<sup>/1,2/</sup>  $SU(4) \times SU(4)$ -кирально-инвариантный лагранжиан имеет

$$L_s = \frac{F_{\pi}^2}{4} \text{Sp}(\partial_{\mu} U \partial_{\mu} U^{\dagger}), \quad (I)$$

$F_{\pi} = 94 \text{ МэВ}$  - константа слабого распада  $\pi \rightarrow \mu \nu$ ,  $U = \exp\left(\frac{i}{F_{\pi}} \lambda_k \varphi_k\right)$  матрица 15-плета псевдоскалярных мезонов.

В работах<sup>/3-5/</sup> было показано, что данный лагранжиан должен быть дополнен лагранжианом аномального взаимодействия

$$L_A = \frac{1}{80\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \text{Sp}(\underline{F}_{\mu} \partial_{\nu} \underline{F}_{\alpha} \partial_{\beta} \underline{F}_{\gamma}), \quad (2)$$

где  $\underline{F}_{\mu} = \frac{1}{F_{\pi}} \lambda_k \varphi_k$ .

Взаимодействие псевдоскалярных мезонов с векторными мезонами вводится калибровочно-инвариантным образом /7,8/. Для этого в (1) и (2) необходимо сделать замену

$$\partial_\mu u \rightarrow \partial_\mu u - ig A_\mu^L u + ig u A_\mu^R, \quad (3)$$

где:

$$A_\mu^L = \frac{1}{2} (V_\mu + A_\mu),$$

$$A_\mu^R = \frac{1}{2} (V_\mu - A_\mu),$$

$V_\mu$ ,  $A_\mu$  - векторный и аксиально-векторный токи векторных мезонов, представляемых в виде матрицы

$$\hat{V}_\mu = \begin{vmatrix} \alpha_\mu & \beta_\mu^+ & K_\mu^{+*} & \bar{D}_\mu^{0*} \\ \beta_\mu^- & \beta_\mu & K_\mu^{0*} & D_\mu^{+*} \\ K_\mu^{-*} & \bar{K}_\mu^{0*} & \gamma_\mu & F_\mu^{+*} \\ D_\mu^{0*} & D_\mu^{+*} & F_\mu^{+*} & \delta_\mu \end{vmatrix} \quad (4)$$

$$\alpha_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho_\mu^0 + \omega_\mu) + \frac{1}{\sqrt{12}} (\mathcal{J}/4)_\mu, \quad \beta_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\rho_\mu^0 + \omega_\mu) + \frac{1}{\sqrt{12}} (\mathcal{J}/4)_\mu,$$

$$\gamma_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \phi_\mu + \frac{1}{\sqrt{12}} (\mathcal{J}/4)_\mu, \quad \delta_\mu = -\frac{3}{\sqrt{12}} (\mathcal{J}/4)_\mu.$$

При этом получаются следующие лагранжианы взаимодействия псевдоскалярных и векторных мезонов:

$$L_{\psi\psi} = -\frac{ig}{\sqrt{2}} \delta\rho \hat{V}_\mu (\psi \hat{V}_\mu \psi), \quad (5)$$

$$L_{\psi\psi\psi} = \frac{g^2}{4} \delta\rho [ \hat{V}_\mu^2 \psi^2 - (\hat{V}_\mu \psi)^2 ], \quad (6)$$

$$L_{\psi\psi\psi} = -g_{\psi\psi\psi} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \delta\rho [ \partial_\mu \hat{V}_\nu \partial_\alpha \hat{V}_\beta \psi ], \quad (7)$$

$g$  - универсальная константа связи, которая фиксирована из экспериментальной ширины распада  $\rho \rightarrow \pi\pi$  и равна  $g \approx \sqrt{24\pi}$ . Другая константа связи  $g_{\psi\psi\psi}$  определена по измеренной ширине распада  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , она равна

$$g_{\psi\psi\psi} = \frac{3g^2}{16\pi^2 F_\pi}.$$

Из лагранжиана (1) получаются обычные (без аномалий) левые и правые токи, являющиеся генераторами киральной группы

$$i\lambda_k \mathcal{J}_\mu^{\lambda} = u \partial_\mu u^{-1} \quad (8)$$

Аномальные токи стандартным путем выводятся из лагранжиана (2) (см. /9/)

$$\tilde{V}_\mu^i = -\frac{1}{4\pi^2 F_\pi^3} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \text{diam} f_{\alpha\beta\gamma} \partial_\nu \psi^a \partial_\alpha \psi^b \partial_\beta \psi^c + O(\psi^5) \quad (9)$$

$$\tilde{A}_\mu^i = -\frac{i}{4\pi^2 F_\pi^3} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (f_{abk} T_{ikm} T_{mcd} + f_{ack} T_{ibm} T_{mcd} + f_{adk} T_{ibm} T_{mck}) \psi^a \partial_\nu \psi^b \partial_\alpha \psi^c \partial_\beta \psi^d + O(\psi^6) \quad (10)$$

Здесь  $T_{ijk} = d_{ijk} + i f_{ijk}$ ,  $d_{ijk}, f_{ijk}$  - структурные константы группы  $SU(4)$ .

Для описания слабых радиационных распадов очарованных мезонов необходимо ввести также лагранжианы слабого и электромагнитного взаимодействий. Лагранжиан электромагнитного взаимодействия получается из (1) с помощью замены

$$\partial_\mu \chi^\pm \rightarrow (\partial_\mu \pm ie A_\mu) \chi^\pm, \quad \chi^\pm = (\pi^\pm, K^\pm, D^\pm, F^\pm) \quad (11)$$

и имеет вид.

$$L_{em} = ie A_\mu \{ \pi^+ \partial_\mu \pi^- + K^+ \partial_\mu K^- + D^+ \partial_\mu D^- + F^+ \partial_\mu F^- \}. \quad (12)$$

Лагранжиан аномального взаимодействия электромагнитного поля с адронами записывается в виде /2,8/

$$\tilde{L}_{em} = -e \tilde{J}_\mu^{em} A_\mu = -e (\tilde{V}_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} \tilde{V}_\mu^8 - \frac{2}{\sqrt{6}} \tilde{V}_\mu^{15}) A_\mu, \quad (13)$$

где токи  $\tilde{V}_\mu^i$  определены в (9).

Лагранжианы слабого взаимодействия были предложены в работах /10-13/, которые для обычных адронов имеют вид

$$L_w^{AS=1} = \frac{G}{\sqrt{2}} \left\{ 2 d_{6ij} J_\mu^i J_\mu^j \cos^2 \theta_c + (\cos \theta_c \sin \theta_c - 2 \sin^2 \theta_c) \times \right. \\ \left. [(J_\mu^1 - i J_\mu^2)(J_\mu^4 + i J_\mu^5) + \text{э.с.}] \right\}, \quad (\sin \theta_c \approx 0,23)$$

а для очарованных мезонов-

$$L_w^{AC=1} = \frac{G}{\sqrt{2}} \left\{ \cos^2 \theta_c [(J_\mu^1 - i J_\mu^2)(J_\mu^{13} - i J_\mu^{14}) - (J_\mu^6 - i J_\mu^7)(J_\mu^9 + i J_\mu^{10})] \right. \\ + \cos \theta_c \sin \theta_c [(J_\mu^4 - i J_\mu^5)(J_\mu^{13} - i J_\mu^{14}) - (J_\mu^1 - i J_\mu^2)(J_\mu^{11} - i J_\mu^{12}) \\ \left. + (J_\mu^9 - i J_\mu^{10})(-J_\mu^3 + \sqrt{3} J_\mu^8)] - \sin^2 \theta_c [(J_\mu^4 - i J_\mu^5)(J_\mu^{11} - i J_\mu^{12}) + \right. \\ \left. (J_\mu^9 - i J_\mu^{10})(J_\mu^6 - i J_\mu^7)] + \text{э.с.} \right\}$$

Распады  $D \rightarrow 0^+ + 0^- + \gamma$  и  $F \rightarrow 0^+ + 0^- + \gamma$

Амплитуда электрослабого распада определяется суммой амплитуд тормозного и структурного излучений. Первая может быть представлена в виде

$$M_{\text{Торм.}} = -e \epsilon_\mu^\lambda M_{00^-} \left( \frac{(p_+)_\mu}{q \cdot p_+} - \frac{k_\mu}{q \cdot k} \right), \quad (I4)$$

где:  $M_{00^-}$  - амплитуда слабого перехода;  $k, p_+, q$  - 4-импульсы очарованного мезона, конечного заряженного мезона, фотона соответственно;  $\epsilon_\mu^\lambda$  - вектор поляризации фотона.

Амплитуду структурного излучения при низких энергиях можно записывать как сумму амплитуд прямого электрического и магнитного переходов

$$M_{\text{Струк.}} = M_E + M_M, \quad (I5)$$

$$M_E = -e \epsilon_\mu^\lambda h_E [q \cdot k (p_+)_\mu - q \cdot p_+ k_\mu],$$

$$M_M = i e \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} h_M \epsilon_\mu k_\nu (p_+)_\alpha q_\beta, \quad (I6)$$

где  $h$  - формфактор.

Таблица I. Амплитуды распадов (I4)-(I6) (без пологого вклада  $I^-$ -мезонов). Использованы следующие обозначения:

$$M_{00^-} = G F_\pi T_B; \quad h_M = G T_M / (4\pi^2 F_\pi); \quad c = \cos \theta_c, \\ s = \sin \theta_c; \quad P(\Phi, \psi) = m_\Phi^2 / (m_\Phi^2 - m_\psi^2),$$

где  $m_{\Phi(\psi)}$  и  $M$ -массы мезона  $\Phi$  ( $\psi$ ) и очарованного мезона

Распад	$T_B$	$T_M$
$D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \gamma$	$c^2 \Delta$	$3c^2 [P(D,K) + P(\pi,F)]$
$D^0 \rightarrow K^+ \pi^- \gamma$	$-s^2 (\Delta + m_1^2 - m_2^2)$	$3c^2 [P(K,D) - P(D,K)]$
$D^0 \rightarrow K^+ K^- \gamma$	$cs \Delta$	$3cs P(K,F)$
$D^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$	$-cs \Delta$	$-3cs P(\pi,D)$
$D^0 \rightarrow \bar{K}^0 \pi^0 \gamma$	0	$-5c^2 / \sqrt{2}$
$D^0 \rightarrow K^0 \pi^0 \gamma$	0	$5s^2 / \sqrt{2}$
$D^0 \rightarrow \bar{K}^0 \eta \gamma$	0	$c^2 [38P(D,K) + 5P(K,D)] / \sqrt{6}$
$D^0 \rightarrow K^0 \eta \gamma$	0	$-s^2 [38P(D,K) - 5P(K,D)] / \sqrt{6}$
$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 \pi^+ \gamma$	$-c^2 \Delta$	$3c^2 [P(\pi,F) + P(K,D)]$
$D^+ \rightarrow K^0 \pi^+ \gamma$	$s^2 (M^2 + m_2^2) / \sqrt{2}$	$3s^2 [P(K,D) - P(D,\pi)]$
$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 K^+ \gamma$	$cs \Delta$	$3cs [P(K,F) - P(D,\pi)]$
$D^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma$	$cs \Delta / \sqrt{2}$	$cs P(\pi,D) / \sqrt{2}$
$D^+ \rightarrow \pi^+ \eta \gamma$	$-cs \Delta / \sqrt{6}$	$+cs [P(\pi,D) - 2P(D,\pi)] / \sqrt{6}$
$D^+ \rightarrow K^+ \pi^0 \gamma$	$s^2 (M^2 + m_2^2) / \sqrt{2}$	$s^2 / \sqrt{2}$
$D^+ \rightarrow K^+ \eta \gamma$	$-s^2 [\Delta + 3(m_1^2 - m_2^2)] / \sqrt{6}$	$-s^2 [P(K,D) - 7P(D,K)] / \sqrt{6}$
$F^+ \rightarrow \pi^+ \eta \gamma$	$-2c^2 \Delta / \sqrt{6}$	$-2c^2 [P(F,\pi) - 3P(\pi,F)] / \sqrt{6}$
$F^+ \rightarrow K^+ \bar{K}^0 \gamma$	$-c^2 \Delta$	$3c^2 [P(F,\pi) + P(K,D)] / 3$
$F^+ \rightarrow K^+ K^0 \gamma$	$-s^2 (\Delta + M^2 - m_1^2)$	$2s^2 P(K,D)$
$F^+ \rightarrow K^+ \pi^0 \gamma$	$cs (m_1^2 - m_2^2) / \sqrt{2}$	$cs P(F,K) / \sqrt{2}$
$F^+ \rightarrow K^+ \eta \gamma$	$-cs [2\Delta - 3(m_2^2 - m_1^2)] / \sqrt{6}$	$7cs [P(F,K) + 6P(K,F)] / 7 / \sqrt{6}$
$F^+ \rightarrow K^0 \pi^+ \gamma$	$-cs [\Delta + 2(m_1^2 - m_2^2)]$	$3cs [P(F,K) - P(\pi,D)] / 3$

Таблица 2. Полосной вклад  $\Gamma^-$ -мезонов в амплитуду структурного излучения (I6), который представлен для  $h_M$  в виде

$$\Delta h_M = \sqrt{2} G g_{UV\varphi} / (6\pi) (X + 4\sqrt{2}\pi Y/g^2)$$

Распад	X	Y
$D^0 \rightarrow K^+ \pi^- \gamma$	$-c^2 F(D^*, S_3)/\sqrt{2}$	$c^2 \sqrt{2} [P(D, \pi) - P(\pi, D)]$
$D^0 \rightarrow K^+ \pi^- \gamma$	$s^2 F(D^*, S_3)/\sqrt{2}$	$-s^2 \sqrt{2} [P(D, K) + P(\pi, D)]/3$
$D^0 \rightarrow K^+ K^- \gamma$	$cs F(D^*, S_3)/\sqrt{2}$	$cs \sqrt{2} [P(D, \pi)/2 + P(D, \eta)/6 - P(K, D)]$
$D^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$	$cs F(D^*, S_3)/\sqrt{2}$	$cs \sqrt{2} [P(D, \eta)/3 + P(\pi, D)]$
$D^0 \rightarrow \bar{K}^0 \pi^+ \gamma$	$c^2 [4/3 F(K^*, S_2) - F(D^*, S_3)]/\sqrt{2}$	$-c^2 3 [P(D, K) + P(K, D)]$
$D^0 \rightarrow K^0 \pi^+ \gamma$	$s^2 [4/3 F(K^*, S_2) - F(D^*, S_3)]/\sqrt{2}$	$-s^2 3 [P(D, K) + P(K, D)]$
$D^0 \rightarrow \bar{K}^0 \eta \gamma$	$c^2 [2/(3\sqrt{3}) F(K^*, S_2) - 3/\sqrt{2} F(D^*, S_3)]$	$c^2 \sqrt{3} [3P(D, K) - P(K, D)]$
$D^0 \rightarrow K^0 \eta \gamma$	$s^2 [2/(3\sqrt{3}) F(K^*, S_2) + 3/\sqrt{2} F(D^*, S_3)]$	$s^2 \sqrt{3} [3P(D, K) - P(K, D)]$
$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 \pi^+ \gamma$	0	$c^2 \sqrt{2} [P(\pi, D) - P(K, D)]$
$D^+ \rightarrow K^0 \pi^+ \gamma$	$s^2 2\sqrt{2}/3 F(K^*, S_2)$	$s^2 \sqrt{2} [P(\pi, D) - P(K, D)]$
$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 K^+ \gamma$	0	$-cs \sqrt{2} [P(D, \pi) - P(K, D)]$
$D^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma$	$cs \sqrt{2} F(\omega, S_2)$	$-cs 2 P(\pi, D)$
$D^+ \rightarrow \pi^+ \eta \gamma$	$cs 2/\sqrt{6} [F(\rho, S_2) - 2F(\varphi, S_2)]$	$\frac{cs}{\sqrt{3}} [-\sqrt{2}/3 P(D, \pi) + P(\eta, D) + P(\pi, D)]$
$D^+ \rightarrow K^+ \pi^0 \gamma$	0	$-s^2 [P(D, \pi) + P(K, D)]$
$D^+ \rightarrow K^+ \eta \gamma$	0	$s^2/\sqrt{3} [P(D, \pi) + P(K, D)]$
$F^+ \rightarrow \pi^+ \eta \gamma$	0	0
$F^+ \rightarrow K^+ \bar{K}^0 \gamma$	$c^2 2\sqrt{2}/3 F(K^*, S_2)$	$-c^2 \sqrt{2} [P(F, \pi) - P(K, D)]$
$F^+ \rightarrow K^+ K^0 \gamma$	$-s^2 2\sqrt{2}/3 F(K^*, S_2)$	$-s^2 2\sqrt{2} P(K, D)$
$F^+ \rightarrow K^+ \pi^0 \gamma$	$cs \sqrt{2} F(\omega, S_2)$	$cs [P(F, K) + P(\pi, D)]$
$F^+ \rightarrow K^+ \eta \gamma$	$-cs 2/\sqrt{6} [F(\rho, S_2) + 2F(\varphi, S_2)]$	$-cs/\sqrt{3} [P(F, K) + 2P(K, F) - P(\eta, D)]$
$F^+ \rightarrow K^0 \pi^+ \gamma$	0	$-cs \sqrt{2} [P(F, K) - P(\pi, D)]$

Фейнмановские диаграммы, описывающие электрослабые распады мезонов в древесном приближении МФКЛ с учетом аномалий, показаны на рис.

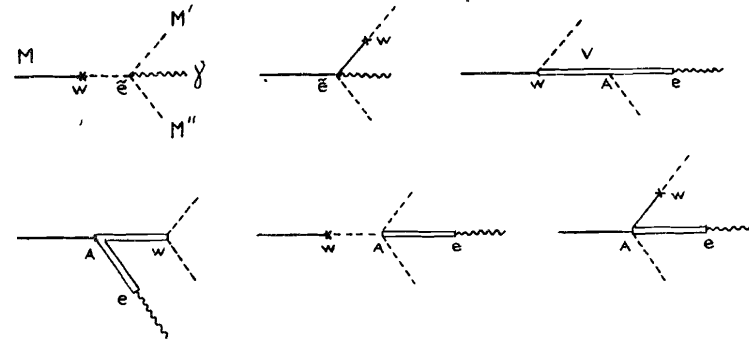


Рис. Диаграммы распада  $M \rightarrow M' M'' \gamma$ , где  $M', M'' - 0^-, 1^-$ -мезоны,  $V - 1^-$ -мезон. Вершины  $w, e, A, \tilde{e}$  соответствуют слабому, электромагнитному, аномальному, аномально-электромагнитному взаимодействиям.

Амплитуды распадов приведены в таблицах I и 2. При заданном значении (из эксперимента) обрезания энергии заряженного мезона в конечном состоянии можно вычислить вероятности распадов с использованием подпрограммы ТВИСТ/14.

В заключение заметим, что, как и в случае распадов  $K \rightarrow 2\pi \gamma$ , электрические дипольные переходы (E1) отсутствуют.

#### Литература

1. Волков М.К., Первушин В.Н. Существенно-нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. Атомиздат, М., 1978; Волков М.К. ЭЧАЯ, 1982, т. 13, 1070.
2. Ebert D., Volkov M.K. Fortsch. Phys., 1981, 29, 127.
3. Adler S.L., Bardeen W.A. Phys. Rev., 1969, 182, 1517.
4. Wess J., Zumino B. Phys. Lett., 1971, 37B, 95.
5. Witten E. Nucl. Phys., 1983, B223, 422.
6. Бельков А.А., Первушин В.Н., Сариков Н.А. ОИЯИ, P2-85-106, Дубна, 1985.
7. Kaupçalan O., Rajeev S., Schechter J. Phys. Rev., 1984, D30, 594.

8. Калиновский Ю.Л., Первушин В.Н., Сариков Н.А. ОИЯИ, P2-85-95I, Дубна, 1985.
9. Бельков А.А., Сариков Н.А. ИФВЭ, 84-129, Серпухов, 1984.
10. Sakurai J.J. Phys. Rev., 1967, 156, 1508.
11. Калиновский Ю.Л., Первушин В.Н. ЯФ, 1979, 29, 475.
12. Калиновский Ю.Л., Первушин В.Н. ЯФ, 1979, 29, 450.
13. Первушин В.Н., Сариков Н.А. ОИЯИ, P2-85-836, Дубна, 1985.
14. Тахтамашев Г.Г. ОИЯИ, P1-80-640, Дубна, 1980.

Калиновский Ю.Л., Первушин В.Н., Сариков Н.А. P2-86-307  
Аномалии в радиационных распадах очарованных мезонов

В рамках метода эффективных  $SU(4) \times SU(4)$ -киральных лагранжианов с учетом аномалий вычислены амплитуды распадов очарованных мезонов  $D \rightarrow 0^- + 0^- + \gamma$  и  $F \rightarrow 0^- + 0^- + \gamma$  и показано, что в данном подходе отсутствуют E1-переходы.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Kalinovskij Yu.L., Pervushin V.N., Sarikov N.A. P2-86-307  
Anomalies in Radiation Decays of Charmed Mesons

The amplitudes of the charmed meson decays  $D \rightarrow 0^- + 0^- + \gamma$  and  $F \rightarrow 0^- + 0^- + \gamma$  are calculated in the framework of the  $SU(4) \times SU(4)$ -chiral Lagrangians with the anomalies. It is shown that in this approach no E1-transition exists.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986

Рукопись поступила в редакционный отдел  
14 мая 1986 года.