

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2-86-252

М.Гмитро, Я.Квасил*, Р.Ледницки, В.Л.Любошиц

О ЗАВИСИМОСТИ
НУКЛОН-НУКЛОННЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ ОТ ФОРМЫ
КОРОТКОДЕЙСТВУЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА

Направлено в "Czechoslovak
Journal of Physics B"

* Карлов университет, Прага

1. Введение

Хорошо известно, что изучение корреляций нуклонов с близкими импульсами позволяет определить пространственно-временные размеры области их генерации ^{/1,2/}. В случае, когда размеры области генерации достаточно большие, корреляционная функция двух нуклонов может быть извлечена непосредственно из экспериментальных данных по NN' -рассеянию ^{/2/}. С уменьшением размеров области генерации нуклон-нуклонные корреляции становятся чувствительными к форме ядерного потенциала и, в принципе, могут быть использованы для его изучения. С целью количественного исследования этой зависимости в настоящей работе проводится сравнение нуклон-нуклонных корреляций, вычисленных с использованием реалистических потенциалов с отталкивающим кором ^{/3/} и без него ^{/4/}, и простейшего потенциала в виде прямоугольной ямы.

2. Метод

Рассмотрим генерацию тождественных неполяризованных нуклонов в рамках модели независимых одночастичных источников. Обобщение на случай поляризованных, а также нетождественных нуклонов не приводит к принципиальным изменениям (см. ^{/2/}). Вероятность генерации нуклонов с 4-импульсами p_1 и p_2 в пространственно-временных точках x_1 и x_2 выражается через несимметризованную амплитуду Бете-Солпитера $\Psi_{p_1 p_2}(x_1, x_2)$, соответствующую данному потенциалу взаимодействия, в виде ^{/2/}

$$W(p_1, p_2) = \frac{3}{8} \left| \Psi_{p_1 p_2}(x_1, x_2) - \Psi_{p_2 p_1}(x_1, x_2) \right|^2 + \frac{1}{8} \left| \Psi_{p_1 p_2}(x_1, x_2) + \Psi_{p_2 p_1}(x_1, x_2) \right|^2 \quad (1)$$

Корреляционная функция \mathcal{V} определяется соотношением $\mathcal{V} = W - 1$. Амплитуда $\Psi_{p_1 p_2}(x_1, x_2)$, рассматриваемая как функция x_1 и x_2 , при равных временах испускания $t_1^* = t_2^*$ (здесь и далее аргументы, отмеченные звездочкой, относятся к с.ц.м. пары частиц) сводится к обычной волновой функции двух взаимодействующих частиц $\Psi_{k^*}(\vec{r}^*)$, асимптотика которой отвечает суперпозиции плоской и расходящейся сферической волн ^{/5/}; k^* и r^* - импульс одного из нуклонов и расстояние между нуклонами в их с.ц.м.

Для свободных частиц

$$\psi_{P_1, P_2}(x_1, x_2) = e^{iP_1 x_1} e^{iP_2 x_2} = e^{iP(x_1+x_2)} e^{\frac{1}{2}iqx}, \quad (2)$$

где

$$P = \frac{1}{2}(P_1 + P_2), \quad q = P_1 - P_2, \quad x = x_1 - x_2 = (\vec{r}, t).$$

Соответствующая вероятность генерации, согласно (I), равна ^{x)}

$$W = 1 - \frac{1}{2} \cos qx. \quad (3)$$

Будем считать, что распределение пространственно-временных точек дается гауссовским распределением с дисперсиями r_0^2 и t_0^2 , т.е. распределение по разности $x = (\vec{r}, t)$ имеет вид

$$W(x) = \frac{1}{(4\pi)^2 r_0^2 t_0^2} \exp\left(-\frac{r^2}{4r_0^2} - \frac{t^2}{4t_0^2}\right). \quad (4)$$

Среднеквадратичный радиус области генерации при этом равен $\sqrt{3}r_0$. Усреднение в (3) в соответствии с этим распределением приводит к относительной вероятности генерации невзаимодействующих нуклонов (отношению наблюдаемого выхода нуклонных пар к числу неинтерферирующих (фоновых) пар), равной

$$W = 1 - \frac{1}{2} \exp\left(-r_0^2 q^2 - t_0^2 q_0^2\right). \quad (5)$$

Учет нуклон-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии (ВКС) приводит к отклонению амплитуды $\psi_{P_1, P_2}(x_1, x_2)$ от плоской волны и существенно меняет этот результат. Так, для нейтронов вклад ВКС в корреляционную функцию в десятки раз превышает эффект ферми-статистики, если параметры r_0 и t_0 отвечают масштабу 2-3 фм и лоренц-фактор пары нейтронов $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$ не слишком большой ¹²⁾.

В общем случае амплитуда $\psi_{P_1, P_2}(x_1, x_2)$ связана с волновой функцией двух нуклонов $\psi_{K^*}(\vec{r}^*)$ 3-мерным интегральным преобразованием ¹²⁾. Однако при достаточно малых K^* ($K^* \ll m$, $K^* \ll \frac{m r_0}{t_0}$) и при условии

$$m \gamma r_0 / t_0 \gg 1, \quad (6)$$

^{x)} В случае нуклонов с поляризацией \vec{P} второе слагаемое в (3) следует умножить на $(1 + \vec{P}^2)$.

где $\rho = (r_0^2 + v^2 t_0^2)^{1/2}$, можно пользоваться приближением одинаковых времен испускания нуклонов в их с.ц.м. ($t^* = 0$), т.е. положить ¹²⁾

$$\psi_{P_1, P_2}(x_1, x_2) = e^{iP(x_1+x_2)} \psi_{K^*}(\vec{r}^*). \quad (7)$$

Условие (6) выполняется во многих реалистических случаях генерации нуклонов. Фактически приближение равных времен испускания использовалось без оговорок в работе ¹¹⁾ при обсуждении корреляций нерелятивистских протонов.

2.1. Взаимодействующие нейтроны

Мы будем рассматривать область малых относительных импульсов нуклонов ($K^* < 100$ МэВ/с), в которой преобладает S -волновое короткодействующее взаимодействие. Для нейтронов тогда имеем

$$\psi_{K^*}(\vec{r}^*) = e^{-iK^* \vec{r}^*} - \frac{\sin K^* r^*}{K^* r^*} + \psi_{K^*}^{(0)}(r^*), \quad (8)$$

где $\psi_{K^*}^{(0)}(r^*)$ - S -волновое решение соответствующего уравнения Шредингера с асимптотикой в виде суперпозиции S -волновой части плоской волны и расходящейся сферической волны:

$$\psi_{K^*}^{(0)}(r^*) \rightarrow \frac{\sin K^* r^*}{K^* r^*} + f(K^*) \frac{e^{iK^* r^*}}{r^*}. \quad (9)$$

Здесь $f(K^*) = (e^{2i\delta_0(K^*)} - 1) / 2iK^*$ амплитуда S -волнового рассеяния. В приближении эффективного радиуса ее можно представить в виде

$$f(K^*) = \left(\frac{1}{f_0} + \frac{1}{2} d_0 K^{*2} - iK^* \right)^{-1}, \quad (10)$$

где f_0 - S -волновая длина рассеяния и d_0 - эффективный радиус; для нейтронов $f_0 \approx 17$ фм, $d_0 = 2,7$ фм. В случае испускания нуклонов из области, характеризуемой большим значением параметра ($r_0 \geq d_0$), асимптотика (9) может быть распространена и внутрь области действия ядерных сил с учетом поправки, пропорциональной эффективному радиусу d_0 ¹²⁾.

Отклонение волновой функции для малых значений r^* от асимптотики (9) может быть аналитически вычислено для потенциала в виде прямоугольной ямы. Для ямы с шириной d и глубиной V_0 волновая функция $\psi_{K^*}^{(0)}(r^*)$ при $r^* > d$ дается выражением (9), а при $r^* \leq d$

$$\psi_{k^*}^{(0)}(r^*) = \frac{1}{\sin \alpha d} \left[f(k^*) e^{i \cdot d} + \frac{\sin k^* d}{k^*} \right] \frac{\sin \alpha r^*}{r^*}, \quad (II)$$

где $\alpha = (\alpha_c^2 + k^{*2})^{1/2}$, $\alpha_c = (mV_0)^{1/2}$. Приведенным выше значениям f_0 и d_0 соответствуют $\alpha_c = 115$ МэВ/с, $d = 2,5458$ фм.

2.2. Взаимодействующие протоны

В случае протонов дальнедействующее кулоновское взаимодействие, даже в асимптотике, деформирует как сферическую; так и плоскую волны:

$$\psi_{k^*}^{(0)}(\vec{r}^*) = e^{i \delta_c^c} \left\{ \sqrt{A_c(k^*)} \left[e^{-i k^* r^*} F\left(-\frac{1}{k^* \alpha_c}, 1, i(k^* r^* + k^* \alpha_c)\right) - B\left(k^*, \frac{1}{k^* \alpha_c}\right) \right] + \psi_{k^*}^{(0)}(r^*) \right\}; \quad (12)$$

$\psi_{k^*}^{(0)}(r^*)$ имеет асимптотику

$$\psi_{k^*}^{(0)}(r^*) \rightarrow \sqrt{A_c(k^*)} \left[B\left(k^* r^*, \frac{1}{k^* \alpha_c}\right) + f_c(k^*) \frac{\tilde{G}\left(k^*, \frac{1}{k^* \alpha_c}\right)}{r^*} \right] \quad (13)$$

Здесь $A_c(k^*)$ кулоновский фактор:

$$A_c(k^*) = \frac{2\pi}{k^* \alpha_c} \left[\exp\left(\frac{2\pi}{k^* \alpha_c}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad (14)$$

α_c - боровский радиус ($\alpha_c = 57,6$ фм для протонов),
 $\delta_c^c = \arg \Gamma\left(1 + \frac{i}{k^* \alpha_c}\right)$ - S -волновая кулоновская фаза, F - вырожденная гипергеометрическая функция [5]

$$F(\alpha, 1, z) = 1 + \alpha z + \frac{\alpha(\alpha+1)}{(2!)^2} z^2 + \dots, \quad (15)$$

\tilde{G} - комбинация вырожденных гипергеометрических функций:

$$\tilde{G}(\rho, \eta) = Q(\rho, \eta) + i A_c \rho B(\rho, \eta),$$

$$Q(\rho, \eta) = 2\rho \eta \left[\ln 2\rho \eta + 2C - 1 + h(\rho^{-1}) \right] B(\rho, \eta) + P(\rho, \eta); \quad (16)$$

$$h(\rho^{-1}) = \rho^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + \rho^2)} - C - \ln \rho; \quad C = 0,57721 \dots;$$

функции B и P задаются с помощью рекуррентных соотношений [6] x)

$$B = \sum_{k=0}^{\infty} B_k, \quad P = \sum_{k=0}^{\infty} P_k, \quad B_0 = P_0 = 1, \quad B_1 = \rho \eta, \quad P_1 = 0 \quad (17)$$

$$(n+1)(n+2)B_{n+1} = 2\rho \eta B_n - \rho^2 B_{n-1},$$

$$n(n+1)P_{n+1} = 2\rho \eta P_n - \rho^2 P_{n-1} - (2n+1)2\rho \eta B_n$$

В пределе $\rho \eta = r^*/\alpha_c \ll 1$ имеем

$$F = 1, \quad \tilde{G} = \cos \rho + i A_c \sin \rho \quad (18)$$

S - волновая амплитуда $f_c(k^*) = (e^{2i\delta_c^c} - 1)/2i k^* A_c$ обусловлена короткодействующими силами и перенормирована кулоновским взаимодействием. В приближении эффективного радиуса она имеет вид

$$f_c(k^*) = \left[\frac{1}{f_0} + \frac{1}{2} d_0 k^{*2} - \frac{2}{\alpha_c} h(k^* \alpha_c) - i k^* A_c \right]^{-1}, \quad (19)$$

$$f_0 = 7,8 \text{ фм}, \quad d_0 = 2,8 \text{ фм}$$

Так же, как и в случае двух нейтронов, асимптотический вид волновой функции (13) при $r_c \geq d_0$ представляет приближенно (поправка пропорциональна d_0) полную волновую функцию для всех значений r^* . В этом приближении, а точнее, при $d_0 \leq r_c \ll \alpha_c$, вычисление вероятности W генерации протонов приблизительно сводится к умножению на кулоновский фактор двухчастичного распределения \tilde{W} , вычисленного только с учетом сильного взаимодействия [2]:

x) функции B и Q связаны с осциллирующими S -волновыми кулоновскими функциями F_0 и G_0 соотношениями $B = (1/\rho \sqrt{A_c}) F_0$ и $Q = \sqrt{A_c} G_0$. Заметим, что формулы (17), в отличие от некоторых стандартных алгоритмов [17] вычисления кулоновских функций, применимы при всех, представляющих практический интерес, значениях переменных ρ и η .

$$W = A_c(k^*) \tilde{W}. \quad (20)$$

При этом следует в качестве амплитуды рассеяния "нейтральных" частиц использовать эффективную амплитуду $f_c(k^*)$, а также модифицировать сферическую волну в (9) заменой $e^{i\varphi} \rightarrow \cos\varphi + i A_c \sin\varphi$. Из (20) ясно, что в результате кулоновского отталкивания вероятность генерации двух протонов стремится к нулю в пределе $k^* \rightarrow 0$. Совместное действие кулоновских и короткодействующих сил приводит к возникновению пика при $k^* \approx 2\pi/d_c = 21,6$ МэВ/с.

Для более точного вычисления вероятности W можно воспользоваться волновой функцией $\psi_{k^*}^{(c)}(r^*)$, соответствующей прямоугольному потенциалу ($\epsilon_0 = 104,6$ МэВ/с, $d = 2,7805$ фм). При $r^* > d$ она задается выражением (13), а при $r^* \leq d$

$$\psi_{k^*}^{(c)}(r^*) = \sqrt{A_c} \frac{B(xr^*, \frac{1}{x\alpha_c})}{B(xd, \frac{1}{x\alpha_c})} \left[B(k^*d, \frac{1}{k^*\alpha_c}) + f_c \frac{\tilde{G}(k^*d, \frac{1}{k^*\alpha_c})}{d} \right]. \quad (21)$$

3. Вычисления с использованием реалистических πN - потенциалов

Для того, чтобы оценить область применимости приближения прямоугольной ямы, соответствующие нуклон-нуклонные корреляции сравниваются с результатами, полученными при использовании двух существенно различных потенциалов - с отталкивающим кором^{13/} и без него^{14/}. При сравнении параметры потенциальной ямы были подобраны таким образом, чтобы воспроизводились длина рассеяния и эффективный радиус, соответствующие данному потенциалу.

Потенциал в виде прямоугольной ямы позволяет получить решение в аналитическом виде (см. уравнения (II) и (21)). В остальных случаях результаты получены численным решением уравнения Липпманна-Швингера. В импульсном пространстве интегральное уравнение Л.-Ш. регуляризовалось (см. работу^{18/}) и сводилось к системе линейных алгебраических уравнений. В случае двух взаимодействующих протонов решения находились сшиванием (в точке вне области действия ядерного потенциала) кулоновского и полного решений, следуя алгоритму, предложенному в работе^{19/}.

4. Обсуждение результатов

Кривые, приведенные на рис.1 и 2, показывают, что приближение потенциальной ямы является достаточно хорошим при $r_0 > 1$ фм ($10W/W_0 < 10\%$), т.е. в случае, когда среднеквадратичный радиус области генерации

нуклонов больше, чем 1,5 - 2 фм. В случае же генерации нуклонов из области меньшего радиуса, нуклон-нуклонные корреляции чувствительны к форме ядерного потенциала.

На рис.2 показаны также отношения вероятностей генерации двух нуклонов, вычисленных по приближенным формулам работы^{12/} ($L-L$), к вероятностям, соответствующим прямоугольному потенциалу. Видно, что для системы двух нейтронов эти формулы обеспечивают точность лучше 10% вплоть до $r_0 \sim 1,5$ фм (см. также^{12/}). В то же время для системы двух протонов, при $r_0 = 1,5 - 2$ фм, они завышают вероятность генерации на 10-15%^{х)}. Это завышение обусловлено тем обстоятельством, что приближение (18), используемое в работе^{12/} при получении формулы (20), достаточно точно выполняется лишь при $r^* \ll 2$ фм.

В заключение заметим, что в недавней работе^{10/} оспаривается применимость соотношения (20) для системы двух одноименно заряженных π - мезонов^{xx)}. В этом случае сильным взаимодействием можно пренебречь^{10/}, а боровский радиус достигает величины $a_c = 387$ фм. Согласно^{10/}, отношение $S_\pi = W/A_c \tilde{W}$ при малых значениях уменьшается с ростом r_0 и при $r_0/\sqrt{2} = 2$ фм $S_\pi = 1,2$. Такое поведение противоречит разложению (15) вырожденной гипергеометрической функции $F(F-1 \sim r^*/d_c)$ и не подтверждается нашими вычислениями. Точные расчеты для системы $\pi^+\pi^+$ ($\pi^-\pi^-$) показывают, что при r_0 порядка нескольких ферми, $k^* \leq 10$ МэВ/с, превышение S_π над единицей мало (при $r_0/\sqrt{2} = 2$ фм составляет всего лишь 3%) и линейно растет с увеличением r_0 .

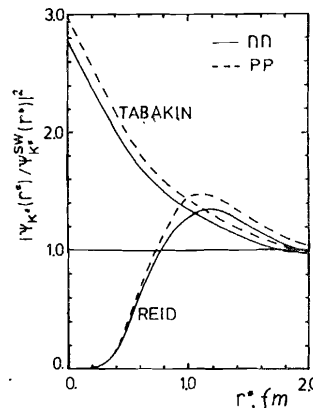


Рис.1. Отношения квадратов волновых функций системы двух нуклонов, соответствующих потенциалам с отталкивающим кором (REID)^{13/} и без него (TABAКIN)^{14/} потенциалу в виде прямоугольной ямы (SW). Отношения вычислены в максимуме волновой функции, т.е. при $k^* = 0$ и 20 МэВ/с для системы двух нейтронов и протонов соответственно.

х) Вероятности генерации двух протонов, приведенные на рис.7 работы^{12/}, занижены на 20-30% в результате вычислительной ошибки. Авторы благодарны Н.А.Калининой за ее обнаружение.

xx) Мы благодарны М.И.Подгорецкому, обратившему наше внимание на результаты работы^{10/}.

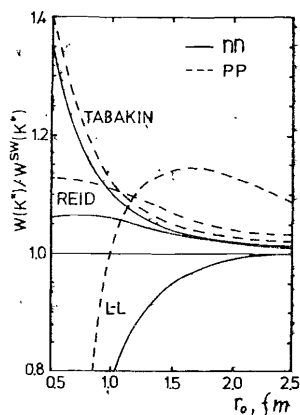


Рис.2. Отношения вероятностей генерации двух нуклонов, соответствующих тем же потенциалам и тем же значениям K^* , что и на рис.1. Приведены также аналогичные отношения для вероятностей, вычисленных по приближенным формулам работы ¹²¹(L-L). Скорость системы двух нуклонов $V = 0,3c$, $q_0 = 0$, параметр $\tau_0 = 1 \text{ фм/с.}$

Литература

1. Koonin S.E. Phys.Lett., 1977, 70B, p.43.
2. Ледницки Р., Любошиц В.Л. ЯФ, 1982, 35, с.1316;
Lednickiy R., Lyuboshitz V.L. JINR, E2-81-453, Dubna, 1981.
3. Reid R.V.Jr. Ann. of Phys., 1968, 50, p.411.
4. Tabakin F. Ann. of Phys., 1964, 30, p.51.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика, М."Наука", 1974.
§ 130, 133, 136, 138.
6. Froberg C.-E. Rev. Mod. Phys., 1955, 27, p.399.
7. Kjelbig K.S. in: CERN Program Library, C316, C326, Geneva, 1982.
8. Haftel M.I. and Tabakin F. Nucl. Phys., 1970, A158, p.1.
9. Vincent C.M. and Phatak S.C. Phys.Rev., 1974, C10, p.391.
10. Pratt S. Phys.Rev., 1986, D33, p.72.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 апреля 1986 года.

Гмитро М. и др.
О зависимости нуклон-нуклонных корреляций
от формы короткодействующего потенциала

P2-86-252

Анализируется зависимость парных корреляций нуклонов с близкими импульсами от формы короткодействующего потенциала взаимодействия в конечном состоянии. Показано, что при расчете корреляций двух нуклонов, вылетающих из области, среднеквадратичный радиус которой превышает 1,5 - 2 фм, результаты слабо зависят от явного вида потенциала, описывающего экспериментальные данные по низкоэнергетическому рассеянию нуклонов; в этих условиях хорошим приближением является аналитическое решение уравнения Шредингера с простым короткодействующим потенциалом в виде прямоугольной ямы. При уменьшении размеров области генерации нуклон-нуклонные корреляции становятся чувствительными к форме потенциала.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Gmitro M. et al.
On the Sensitivity of Nucleon-Nucleon Correlations
to the Form of Short-Range Potential

P2-86-252

The dependence of narrow two-nucleon correlations on the form of short-range potential of nucleon-nucleon final state interaction is analyzed. It is shown that the calculated correlations between nucleons generated in a region of a r.m.s. radius larger than 1,5 - 2 fm are only weakly dependent on the form of a potential describing the low energy nucleon-nucleon scattering; in such conditions the analytical solution of Schrödinger equation with a simple square-well short-range potential proves to be a good approximation. And vice versa, the correlations of nucleons emitted from a smaller region are sensitive to the potential form.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986