

**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P2-86-167

**В.И.Саврин\*, Н.Б.Скачков, С.А.Шичанин\***

**ВЕРХНИЕ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
РАДИАЦИОННЫХ РАСПАДОВ КВАРКОНИЯ  
В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ  
СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ**

---

\* Научно-исследовательский институт  
ядерной физики МГУ

**1986**

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В работе /1/ нами был разработан метод оценки вероятностей радиационных распадов кваркония в рамках релятивистской теории связанных состояний. В основе этой теории лежат динамические трехмерные уравнения, полученные в одновременной формулировке квантовой теории поля Логунова - Тавхелидзе /2/ и развитый в работах /3-5/ подход к описанию упругих и неупругих формфакторов и структурных функций мезонов с помощью релятивистских волновых функций.

В последнее время радиационные переходы в чармонии интенсивно исследовались на основе правил сумм КХД /6-8/, однако, как было показано в работах /8/, для получения численных оценок этот метод требует привлечения дополнительной информации и использования ряда существующих предположений, не содержащихся в рамках самой схемы. В рамках релятивистской теории связанных состояний удалось просто и наглядно получить безмодельным образом верхние оценки на ширины радиационных распадов чармония, в ряде случаев весьма близкие к значениям, полученным на основе правил сумм КХД.

В настоящем докладе приведены результаты расчетов верхних оценок вероятностей радиационных распадов мезонов, состоящих из легких кварков.

## 2. ПОСТРОЕНИЕ АМПЛИТУДЫ ПРОЦЕССА

Релятивистские волновые функции псевдоскалярного и векторного состояний выберем в виде

$$\Psi_P^{(5)}(k_1) = \bar{u}_{k_1} \gamma^5 \gamma_{k_2} \cdot \frac{\phi_P^{(5)}(k_1)}{2(\lambda k_2)} \quad /1/$$

$$\Psi_P^{(v)}(k_1) = \bar{u}_{k_1} \gamma^\mu \epsilon_\mu \gamma_{k_2} \cdot \frac{\phi_P^{(v)}(k_1)}{2(\lambda k_2)} \quad /2/$$

где  $\Psi^{(5)}, \Psi^{(v)}$  - волновые функции псевдоскаляра и вектора;  $\phi^{(5)}, \phi^{(v)}$  - соответствующие функции, не несущие спинорной структуры;  $k_1, k_2$  - импульсы кварка и антикварка;  $\epsilon$  - вектор поляризации

$$\sum_{\sigma} \epsilon_{\mu}^{\sigma} \epsilon_{\nu}^{\sigma} = \frac{P_{\mu} P_{\nu}}{P^2} - g_{\mu\nu}; \epsilon_{\mu} P^{\mu} = 0; u_k, v_k - \text{биспиноры Дирака соот-}$$

ветственно кварка и антикварка. Импульсы кварков и мезона связа-  
ны условием ковариантного выхода за энергетическую поверхность:

$$k_1 + k_2 = 2\lambda(\lambda k_1) = 2\lambda(\lambda k_2),$$

где  $\lambda = P/\sqrt{P^2}$ , причем  $k_1^0 = \sqrt{k_1^2 + m_q^2}$ ;  $k_2^0 = \sqrt{k_2^2 + m_q^2}$  /  $m_q$  - мас-  
са кварка/.

Волновые функции /1,2/ удовлетворяют условиям нормировки /3/:

$$\int \frac{d^3 \vec{k}_1}{(2\pi)^3 2k_1^0} \cdot |\phi_{P(5)}^{(5)}(\vec{k})|^2 \cdot 2(\lambda_{(5)} \cdot k_1) = M_{(5)}, \quad /3/$$

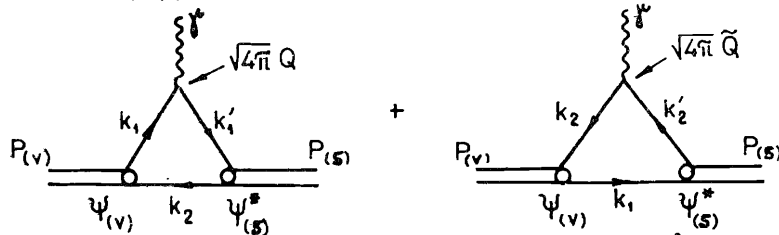
$$\int \frac{d^3 \vec{k}_1}{(2\pi)^3 2k_1^0} \cdot |\phi_{P(v)}^{(v)}(\vec{k})|^2 \cdot \frac{2(\lambda_{(v)} \cdot k_1)^2 + m_q^2}{2(\lambda_{(v)} \cdot k_1)} = \frac{3}{4} M_{(v)}, \quad /4/$$

где  $M_{(5)}$  и  $M_{(v)}$  - массы псевдоскаляра и вектора.

В первом порядке теории возмущений по электромагнитной кон-  
станте амплитуда радиационного перехода из векторного состояния  
в псевдоскалярное имеет вид /1/

$$T_{1 \rightarrow 0 \gamma} = \int \frac{d^3 \vec{k}_1}{(2\pi)^3 2k_1^0} \cdot \frac{d^3 \vec{k}'_1}{(2\pi)^3 2k_1'^0} \cdot iQ\sqrt{4\pi} \times \Psi_{P(5)}^{(5)}(\vec{k}'_1) \cdot \{ \bar{u}_{k_1} \hat{\epsilon}_{\gamma} u_{k_1'} \cdot (2\pi)^3 \cdot 2k_2^0 \cdot \delta^{(3)}(\vec{k}_2 - \vec{k}'_2) - \bar{v}_{k_2'} \hat{\epsilon}_{\gamma} v_{k_2} \cdot (2\pi)^3 \cdot 2k_1^0 \cdot \delta^{(3)}(\vec{k}'_1 - \vec{k}_1) \} \Psi_{P(v)}^{(v)}(\vec{k}_1), \quad /5/$$

где  $\epsilon_{\gamma}$  - вектор поляризации фотона,  $Q$  - заряд кварка. Это выра-  
жение иллюстрируется следующей диаграммой:



Подставляя спинорные структуры волновых функций /1,2/, суммируя  
по поляризациям кварков и вычисляя шпур, приходим к следующему  
выражению:

$$T_{1 \rightarrow 0 \gamma} = i8\sqrt{4\pi} \cdot Q \cdot m_q \cdot \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \cdot \epsilon_{\gamma}^{\mu} \cdot \epsilon^{\nu} \cdot \lambda_{(5)}^{\alpha} \lambda_{(v)}^{\beta} \cdot f(\lambda_{(5)}, \lambda_{(v)}), \quad /6/$$

где  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  - полностью антисимметричный тензор,

$$f(\lambda_{(5)}, \lambda_{(v)}) = \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3 \cdot 2k^0} \cdot \phi_{P(v)}^{(v)}(\vec{k}) \cdot \phi_{P(5)}^{(5)*}(\vec{k}). \quad /7/$$

Описываемый метод оценки ширины распадов основан на вычисле-  
нии верхней границы квадрата модуля  $f$ , входящего в формулу для  
ширины.

### 3. ВЕРХНЯЯ ОЦЕНКА ШИРИНЫ ПЕРЕХОДА $1 \rightarrow 0 \gamma$

Для оценки  $|f|^2$  воспользуемся неравенством Коши-Буняковского  
для интегралов, рассматриваемых как скалярные произведения в  
пространстве квадратично-интегрируемых функций:

$$\left| \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3 \cdot 2k^0} \phi_{P(5)}^{(5)*}(\vec{k}) \phi_{P(v)}^{(v)}(\vec{k}) \right|^2 < \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3 \cdot 2k^0} |\phi_{P(5)}^{(5)}(\vec{k})|^2 \times \int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3 \cdot 2k^0} |\phi_{P(v)}^{(v)}(\vec{k})|^2. \quad /8/$$

Ширина данного процесса дается известным выражением

$$\Gamma_{1 \rightarrow 0 \gamma} = \frac{1}{2 M_{(v)}} \cdot \frac{1}{(2\pi)^6} \cdot \int d^4 P_{(5)} \cdot \int d^4 q \cdot \theta(P_{(5)}^0) \cdot \theta(q^0) \times \delta(P_{(5)}^2 - M_{(5)}^2) \cdot \delta(q^2) \cdot (2\pi)^4 \cdot \delta(P_{(v)} - P_{(5)} - q) \cdot |T_{1 \rightarrow 0 \gamma}|^2, \quad /9/$$

где  $q = (P_{(v)} - P_{(5)})$  - импульс фотона. Черта над  $|T|^2$  означа-  
ет усреднение по начальным и суммирование по конечным поляриза-  
циям. Используя условия нормировки /3,4/ и неравенство /8/, по-  
лучаем

$$|f(\lambda_{(5)}, \lambda_{(v)})|^2 \leq \frac{M_{(v)} \cdot M_{(5)}}{4 m_q^2}. \quad /10/$$

Отсюда имеем оценку

$$|T_{1 \rightarrow 0 \gamma}|^2 \leq \frac{128\pi}{3} \cdot M_{(v)} \cdot M_{(5)} \cdot Q^2 [(\lambda_{(v)} \cdot \lambda_{(5)})^2 - 1]. \quad /11/$$

Подставляя полученную оценку в формулу /9/, находим верхнюю границу ширины

$$\tilde{\Gamma}_{1 \rightarrow 0 \gamma} = \frac{2\alpha}{3} \cdot e_q^2 \cdot M_{(5)} \frac{[1 - (M_{(5)} / M_{(v)})^2]^3}{(M_{(5)} / M_{(v)})^2} \quad /12/$$

где  $e_q$  - безразмерный заряд кварка,  $\alpha$  - постоянная тонкой структуры.

Нейтральные мезоны, состоящие из легких кварков, описываем волновой функцией суперпозиции связанных состояний  $u\bar{u}$  и  $d\bar{d}$ .

Таблица

Радиационный переход	Ширина распада /кэВ/	
	Экспериментальное значение	Верхняя оценка
$\rho$ /770/ $\rightarrow \pi$ /135/	$70,8 \pm 7,7$	539
$\rightarrow \eta$ /549/	виден	155
$\omega$ /783/ $\rightarrow \pi$ /135/	$860 \pm 50$	5040
$\rightarrow \eta$ /549/	виден	19,8
$\eta$ /958/ $\rightarrow \rho$ /770/	$87 \pm 20$	68,2
$\rightarrow \omega$ /783/	$8,1 \pm 2,45$	5,8
$\pi$ /1240/ $\rightarrow \rho$ /770/	-----	62,6
$\rightarrow \omega$ /783/	-----	519
$\rho$ /1250/ $\rightarrow \pi$ /135/	-----	1510
$\rightarrow \eta$ /549/	-----	1820
$\rightarrow \eta$ /958/	-----	139
$\rho$ /1600/ $\rightarrow \pi$ /135/	-----	2508
$\rightarrow \eta$ /549/	-----	3897
$\rightarrow \eta$ /958/	-----	8580
$\rightarrow \pi$ /1240/	-----	17,8
$\pi$ /1770/ $\rightarrow \rho$ /770/	-----	293
$\rightarrow \omega$ /783/	-----	281
$\rightarrow \rho$ /1250/	-----	42,7
$\rightarrow \rho$ /1600/	-----	1,62
$J/\Psi$ /3097/ $\rightarrow \eta_c$ /2981/	$0,76 \pm 0,22$	2,83
$\eta_c$ /3592/ $\rightarrow J/\Psi$ /3097/	-----	152
$\Psi$ /3686/ $\rightarrow \eta_c$ /2981/	$0,93 \pm 0,45$	400
$\rightarrow \eta_c$ /3592/	$0,52 \pm 3,06$	1,01

Символически изоспиновые волновые функции имеют вид

$$\Psi_{\omega;\eta} = \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}}; \quad \Psi_{\pi;\rho} = \frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}} \quad /13/$$

Рассматривая переходы, не сопровождающиеся изменением аромата, получим дополнительный фактор в формуле /12/, равный  $9/16$  /1/16/ в случае разных /совпадающих/ изоспиновых волновых функций начального и конечного состояний, полагая  $e_q = 2/3$  в /12/ неизменным.

В таблице содержатся результаты вычислений по формуле /12/ для распадов мезонов, состоящих из легких и чармовых кварков. Необходимо заметить, что процесс  $0^- \rightarrow 1^- \gamma$  также описывается этой формулой, в которой переставлены массы векторного и псевдоскалярного состояний. Заметим также, что мы пренебрегли здесь примесью странных кварков.

Волновая функция чармония  $c\bar{c}$  не имеет изоспиновой структуры, поэтому в /12/ не нужно вводить дополнительных факторов, т.е.  $e_q = e_c = 2/3$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе описан простой метод получения верхних оценок для ширин радиационных распадов кваркония в рамках релятивистской теории связанных состояний, с помощью которого удастся избежать введения феноменологических констант, использования какой-либо конкретной модели взаимодействия кварков и решения соответствующего динамического уравнения для релятивистской волновой функции. Как видно из таблиц, полученные верхние оценки не противоречат экспериментальным данным, однако в ряде случаев они оказываются чересчур завышенными. Последнее, по-видимому, может быть устранено при учете детальных свойств взаимодействия кварков, в частности зависимости квази-потенциала от энергии, а также путем явного вычисления интеграла /7/ с конкретными волновыми функциями  $\phi_{P(v)}^{(v)}(\vec{k})$  и  $\phi_{P(5)}^{(5)}(\vec{k})$ , описывающими спектры масс радиальных возбуждений легких мезонов /см. подробнее /1/ /.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Саврин В.И., Н.Б.Скачков, Шичанин С.А. ОИЯИ, P2-85-62, Дубна, 1985.
2. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cim., 1963, 29, p.380.
3. Faustov R.N. Ann.of Phys., 1973, 78, p.176.

4. Faustov R.N. Proc. V Intern.Symp. on Many Particles Hadrodynamics, Eisenach Leipzig, 1974, p.769.
5. Саврин В.И., Скачков Н.Б. В сб.: Труды V международного семинара "Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля", ИФВЭ, Протвино, 1982, т.2, с.229.
6. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Nucl.Phys., 1979, B147, p.385.
7. Шифман М.А. Письма в ЖЭТФ, 1979, 30, с.546, Z.Phys., 1982, C16, p.141.
8. Бейлин В.А., Радюшкин А.В. ЯФ, 1984, 39, с.1270; ОИЯИ, P2-84-557, Дубна, 1984.

Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Рукопись поступила в издательский отдел  
20 марта 1986 года.

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Саврин В.И., Скачков Н.Б., Шичанин С.А.

P2-86-167

Верхние оценки вероятностей радиационных распадов кваркония в релятивистской теории связанных состояний

На основе трехмерного квазипотенциального подхода к проблеме релятивистского описания связанных состояний выведены формулы, выражающие ширины радиационных распадов мезонов через релятивистские волновые функции связанных состояний двух кварков. С помощью условий нормировки для волновых функций и соотношения Коши-Буняковского (без использования каких-либо конкретных предположений о виде квазипотенциала взаимодействия кварков и форме волновых функций) для целого ряда известных векторных и псевдоскалярных мезонов получены верхние оценки ширины радиационных распадов ( $V \rightarrow \gamma P$  и  $P \rightarrow \gamma V$ ), большая часть которых представляет собой предсказание теории.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод авторов

Savrin V.I., Skachkov N.B., Shichanin S.A.

P2-86-167

The Upper Limits for Quarkonium Radiative Decay Probabilities in the Relativistic Theory of Bound States

On the basis of three-dimensional quasipotential approach to the problem of relativistic description of bound states formulae are derived that express the width of radiative decay of vector and pseudoscalar mesons through the relativistic wave functions of bound states of two quarks. With the use of the normalization conditions for the wave functions and Cauchy-Bunyakovsky relation (without any assumptions about the form of the quasipotential of quark interaction and the form of the wave functions) for a set of known vector and pseudoscalar mesons the upper limits for radiative-decay widths ( $V \rightarrow \gamma P$  and  $P \rightarrow \gamma V$ ) are found most of which turn out to be predictions of the theory.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986