сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-86-142

А.Каримходжаев*, Р.Н.Фаустов

СПЕКТР ЭНЕРГИИ
(π,π), $(\pi,к)$, (кк) - ДИМЕЗОАТОМОВ
Электромагнитное взаимодействие

*Ташкентский государственный университет

1986

I. Введение

В последнее время сильно возрос интерес к исследованию экзотических водородоподобных атомов, состоящих из $\mu^{\pm}$, $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$ -мезонов. Недавно был наблюден /I/ $(\pi\mu)$ -атом в атомном распаде /2/ $K_{L}\to(\pi\mu)\nu$, энергетические уровни которого рассчитаны в приближении одно- и двухфотонного обмена с учетом адронной поляризации вакуума /3/. В работе /4/ показано, что на существующих ускорителях высоких энергий возможно наблюдение атомов, образованных двумя пионами $(A_{2\pi})$, двумя каонами (A_{2K}) , $K^{+}\pi^{-}$ $(A_{K\pi})$, $(\pi^{+}K^{-})$ $A_{\pi K}$. Для этих димезоатомов измеряемыми величинами являются $|\psi(o)|^{2}$ и время жизни в основном и возбужденных состояниях. Обсуждается также возможность измерения разности уровней энергии $\Delta W(nS)-\Delta W(nP)$. Исследование (π,π) , (π,K) - димезоатомов является уникальным средством безмодельного определения параметров кирального взаимодействия /5/. В работе /6/ в рамках виртон-кварковой модели найдено влияние сильного потенциала на энергетические уровни $(\pi\pi)$ - атома /7/, вычислены S - волновые длины $\pi\pi$ -рассеяния. В данной работе рассматривается связанное состояние двух заряженных бесспиновых частиц в рамках квазипотенциального подхода Логунова - Тавхелидзе /8/. В разделе 2 приведена схема вычисления уровней энергии водородоподобного атома. В разделе 3 получена тонкая структура димезоатома. В разделе 4 вычислен лэмбовский сдвиг в димезоатоме в однофотонном приближении с учетом адронной поляризации вакуума /9/.

2. Схема вычисления уровней энергии в рамках квазипотенциального подхода

Квазипотенциальный подход позволяет совмещать простоту и наглядность трехмерного описания нерелятивистской квантовой механики (уравнение Шредингера) с ковариантным аппаратом квантовой теории поля.

Общая схема квазипотенциального подхода подробно изложена в обзорах /I0,II/, поэтому ниже приведем только нужные нам формулы.

В дальнейшем мы будем рассматривать связанную систему двух бесспиновых заряженных частиц с массой m_a и m_b . Квазипотенциальное уравнение в системе центра масс имеет вид:

$$\left(M-\sqrt{\vec{p}^{\,2}+m_a^2}-\sqrt{\vec{p}^{\,2}+m_b^2}\right)\Psi_M(\vec{p})=\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}V(\vec{p},\vec{q},\mathcal{P})\,\Psi_M(\vec{q}), \qquad (I)$$

где M -масса связанной системы, $\vec p$ и $\vec q$ - относительные импульсы в конечном и начальном состояниях. Квазипотенциал $V(\vec p,\vec q,\mathcal{P})$ определяется в терминах амплитуды рассеяния вне энергетической поверхности:

$$V = T(1+\tilde G_0^+ T)^{-1} = T - T\tilde G_0^+ T + \dots, \tag{2}$$

где

$$\tilde G_0^{(+)}(\vec p,\vec q,\mathcal P) = \frac{(2\pi)^3\delta(\vec p-\vec q)}{M-\sqrt{\vec p^{\,2}+m_a^2}-\sqrt{\vec p^{\,2}+m_b^2}}, \tag{3}$$

$\mathcal P=(M,\vec 0)$ - полный импульс системы, а умножение понимается в операторном смысле как интегрирование по пространству относительных трехимпульсов.

Амплитуда рассеяния:

$$T=[\tilde G_0^+]^{-1}\Delta\tilde G^{(+)}[\tilde G_0^{(+)}]^{-1}, \quad \Delta\tilde G^{(+)}=\tilde G^{(+)}-\tilde G_0^{(+)} \tag{4}$$

выражается через фурье-образ двухвременной функции Грина в импульсном пространстве:

$$\tilde G(\vec p,\vec q,\mathcal P)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty} dp^0\,dq^0\, G(p,q,\mathcal P), \quad p=(p^0,\vec p),\ q=(q^0,\vec q),$$

спроектированной на положительно частотные состояния /10/. Для скаляр-скалярного случая операция проектирования имеет вид

$$\tilde G^{(+)}(\vec p,\vec q,\mathcal P)=\frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_a(\vec p)}\sqrt{2\varepsilon_b(\vec p)}}\tilde G(\vec p,\vec q,\mathcal P)\frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_a(\vec q)}\sqrt{2\varepsilon_b(\vec q)}}, \quad \varepsilon_{a,b}(p)=\sqrt{\vec p^{\,2}+m_{a,b}^2} \tag{5}$$

Четырехвременная функция Грина удовлетворяет уравнению Бете-Солпитера:

$$G-G_0=G_0KG=G_0KG_0+\dots \tag{6}$$

В рамках квантовой электродинамики квазипотенциал можно построить по теории возмущений:

$$V=V_{1\gamma}+V_{2\gamma}+\dots, \qquad V_{1\gamma}=T_{1\gamma}, \quad V_{2\gamma}=T_{2\gamma}-V_{1\gamma}\tilde G^{(+)}V_{1\gamma}+\dots, \tag{7}$$

где $T_{1\gamma}$ - амплитуда однофотонного обмена с радиационными поправками, $T_{2\gamma}$ - амплитуда двухфотонного обмена и т.д. Удобно выделить явно кулоновский потенциал

$$V_{1\gamma}=V_c+\Delta V_{1\gamma}, \quad V_c(\vec k^2)=-\frac{4\pi Z\alpha}{\vec k^2}, \quad \alpha=\frac{e^2}{4\pi}, \tag{8}$$

где Z -заряд частицы b ("ядра" атома).
Уравнение (I) в нерелятивистском пределе переходит в уравнение Шредингера

$$\left(W-\frac{\vec p^{\,2}}{2\mu}\right)\psi(\vec p)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3q\,V(\vec p,\vec q,W)\psi(\vec q),$$

$$\mu=\frac{m_a m_b}{m_a+m_b}, \quad W=M-m_a-m_b. \tag{9}$$

За исходное приближение принимается точное решение уравнения (9) с кулоновским потенциалом, для которого

$$W_{cn}=-\frac{(Z\alpha)^2\mu}{2n^2}, \quad n=1,2,\dots, \tag{10}$$

$\psi_{cn}(\vec p)$ - кулоновские волновые функции. Сдвиг уровней определяется по обычной теории возмущений.

$$W=W_{cn}+\Delta W,$$

$$\Delta W\cong\langle n|\Delta V|n\rangle=\int\frac{d^3p\,d^3q}{(2\pi)^6}\psi^*_{cn}(\vec p)\,\Delta V(\vec p,\vec q;W)\,\psi_{cn}(\vec q). \tag{11}$$

В дальнейшем нам понадобится значение величины

$$|\psi_{cn}(\vec r=0)|^2=\frac{(Z\alpha\mu)^3}{\pi n^3}\delta_{l0}, \tag{12}$$

где l - орбитальное квантовое число.

3. Тонкая структура уровней димезоатома

Общее выражение для квазипотенциала, соответствующего однофотонному обмену, в приближении рассеяния имеет следующий вид (в системе центра масс $\vec p_a=-\vec p_b=\vec p$, $\vec{\mathcal P}=0$):

$$V_{1\gamma}(\vec p,\vec q)=\frac{Ze^2\,\Gamma_{a\mu}(p_a,q_a)}{\sqrt{2\varepsilon_a(\vec p)}\sqrt{2\varepsilon_a(\vec q)}}\,\mathcal D^{\mu\nu}(k)\,\frac{\Gamma_{b\nu}(p_b,q_b)}{\sqrt{2\varepsilon_b(\vec p)}\sqrt{2\varepsilon_b(\vec q)}}, \tag{13}$$

где

$$\Gamma_{a\mu}(p_a, q_a) = (p_a + q_a)_\mu \, \rho_a(k^2),$$

$$\Gamma_{e\lambda}(p_e, q_e) = (p_e + q_e)_\lambda \, \rho_e(k^2), \; \rho_{a,e}(0) = 1,$$

$$k = (0, \vec{p} - \vec{q}), \; p^0_{a,e} = \varepsilon_{a,e}(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2_{a,e}}, \; q^0_{a,e} = \varepsilon_{a,e}(\vec{q}).$$

Хотя для димезоатомов $Z = 1$, мы будем явно писать Z для того, чтобы отличить радиационные поправки от релятивистских. Фотонный пропагатор $\mathcal{D}^{\mu\lambda}(k)$ удобно выбрать в так называемой кулоновской калибровке:

$$\mathcal{D}^{00}(k) = -\frac{d(k^2)}{\vec{k}^2}, \; \mathcal{D}^{0i}(k) = \mathcal{D}^{i0}(k) = 0, \; d(k^2=0) = 1,$$
$$\mathcal{D}^{ij}(k) = -\frac{d(k^2)}{k^2}\left(\delta^{ij} - \frac{k^i k^j}{\vec{k}^2}\right), \quad i,j = 1,2,3. \tag{I4}$$

Величина $d(k^2)$ описывает эффект поляризации вакуума, а $\rho_{a,e}(k^2)$ – структуру составляющих частиц. В силу малости средних значений импульсов в атоме $\langle \vec{p}^{\,2} \rangle \simeq 2\mu/W_{cn}/$ произведем разложение в выражении квазипотенциала $V_{1\gamma}$ (I3) по параметру $\vec{p}^{\,2}/m^2$, и оставляя члены первого порядка по этому параметру, получаем:

$$V_{1\gamma} = V_c + \Delta V_{1\gamma}, \quad \Delta V_{1\gamma} = V_0 + V_s, \tag{I5}$$

$$V_0 = -\frac{Ze^2}{\vec{k}^2}\rho_a(k^2)\rho_e(k^2)d(k^2)\left\{\frac{\vec{p}^{\,2} + \vec{q}^{\,2}}{2m_a m_e} - \frac{(\vec{p}^{\,2} - \vec{q}^{\,2})^2}{4m_a m_e \vec{k}^2}\right\}, \tag{I6}$$

$$V_s = -\frac{Ze^2}{\vec{k}^2}\left[\rho_a(k^2)\rho_e(k^2)d(k^2) - 1\right], \; k^2 = -\vec{k}^2. \tag{I7}$$

Кроме того, имеется поправка к кинетической энергии из разложения по $\vec{p}^{\,2}/m^2$ квадратного корня в уравнении (I):

$$V_{kin} = -\frac{\vec{p}^{\,4}}{8\mu^3}\left(1 - 3\frac{\mu}{m_a + m_e}\right)(2\pi)^3\delta(\vec{p} - \vec{q}). \tag{I8}$$

Обсудим теперь физический смысл различных слагаемых в определении (I5). Сумма потенциалов V_0 и V_{kin} дает тонкое расщепление кулоновских уровней энергии (I0). Потенциал V_0 вместе со вторым слагаемым поправки (I8) приводит не только к общему сдвигу, зависящему от главного квантового числа n, но и к характерному для скалярной электродинамики сдвигу S-уровня, впервые отмеченному

Тодоровым /I2/. Потенциал V_S представляет собой поправку на структуру частиц и поляризацию вакуума и приводит к лэмбовскому сдвигу. Перейдем теперь к вычислению тонкой структуры. В качестве потенциала в уравнении (I) сначала возьмем $V_c + V_0$ без учета радиационных поправок, поляризации вакуума и структуры частиц: $d(k^2) = 1$, $\rho_a(k^2) = \rho_e(k^2) = 1$. Получающееся после таких приближений уравнение совпадает с уравнением Брейта /I2,I3/ в системе центра масс:

$$\left[W - \frac{\vec{p}^{\,2}}{2\mu} + \frac{\vec{p}^{\,4}}{8\mu^3}\left(1 - \frac{3\mu}{m_a + m_e}\right)\right]\psi(\vec{p}) =$$
$$= \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\left(V_0 + V_c\right)_{\vec{p},\vec{q}}\psi(\vec{q}). \tag{I9}$$

Уравнение (I9) приводит к правильному спектру энергии лишь в первом порядке теории возмущений. Перепишем уравнение (I9) в координатном пространстве с учетом явных выражений для потенциалов:

$$\left(W + \left(\frac{Z\alpha}{r} - \frac{\vec{p}^{\,2}}{2\mu}\right) + \frac{\vec{p}^{\,4}}{8\mu^3}\left(1 - \frac{3\mu}{m_a + m_e}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{Z\alpha}{r\, m_a m_e}\left[\vec{p}^{\,2} + \frac{i\vec{r}\vec{p}}{r^2} - \frac{\vec{L}^2}{2r^2}\right]\right\}\psi(\vec{r}) = 0, \tag{20}$$

где

$$\vec{p} = -i\vec{\nabla}, \quad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}.$$

Используя явный вид средних значений степеней r и оператора $\vec{p}$ по кулоновским волновым функциям, получим поправку к кулоновским уровням, т.е. тонкую структуру:

$$\Delta W_{[fs]} = \frac{(Z\alpha)^4\mu}{n^3}\left[\frac{3}{8n} - \frac{1}{2l+1}\right] +$$
$$+ \frac{(Z\alpha)^4\mu^2}{(m_a + m_e)n^3}\left[\delta_{l0} - \frac{1}{8n}\right], \quad \mu = \frac{m_a m_e}{m_a + m_e}. \tag{2I}$$

Надо отметить, что при стремлении на бесконечность массы одной из частиц, скажем, $m_e \to \infty$ ("ядра" атома), второе слагаемое стремится к нулю, и мы получим известное /I3/ выражение:

$$\Delta W_{[fs]}(m_a, m_e \to \infty) = \frac{(Z\alpha)^4 m_a}{n^3}\left[\frac{3}{8n} - \frac{1}{2l+1}\right]. \tag{22}$$

4. Лэмбовский сдвиг в димезоатоме в однофотонном приближении с учетом адронной поляризации вакуума

Хорошо известно /I0,I3/, что при вычислении лэмбовского сдвига приходится одновременно устранять как ультрафиолетовые, так и инфракрасные расходимости. Это приводит к тому, что на практике используется, как правило, "смешанное" рассмотрение этой проблемы: нерелятивистское в области малых частот фотонов и релятивистское – в области больших частот. Вследствие этого возникает проблема /I3/ "сшивания" полученных результатов. Эта проблема впервые была решена /I4/ на основе ковариантного уравнения Бете – Солпитера. Надо отметить, что все эффекты "связанности" проявляются лишь при малых импульсах виртуального фотона. Параметр λ, ограничивающий низкочастотную (НЧ) область, следует выбрать таким, чтобы

$$(Z\alpha)^2\mu \ll \lambda \ll \mu . \tag{23}$$

На практике удобно взять $\lambda \sim Z\alpha\mu$. В соответствии с этим интеграл по импульсу виртуального фотона разобьем на две части:

$$\int d^3k\, dk^0 = \Big[\int\limits_{|\vec{k}|<\lambda} d^3k + \int\limits_{|\vec{k}|>\lambda} d^3k\Big]\int\limits_{-\infty}^{\infty} dk^0 . \tag{24}$$

Двухчастичная функция Грина G удовлетворяет уравнению Бете-Солпитера (6). Ядро уравнения K определено как бесконечная сумма неприводимых в смысле двухчастичных сечений диаграмм Фейнмана. Однако в рассматриваемой задаче обычная теория возмущений неприменима для построения ядра K, так как необходимо учитывать эффекты "связанности" (взаимодействия) в промежуточных состояниях системы двух частиц. Необходимо поэтому произвести выборочное суммирование бесконечных последовательностей диаграмм, входящих в ядро K, что проще всего осуществить с помощью подходящего уравнения.

В работе /I5/ было показано, что ядро K подчиняется уравнению типа Дайсона – Швингера в нужном для нас приближении и имеет следующий вид (рис. I):

$$\Delta G = G - G_0 \simeq G_0 \left[K_\gamma + K_\Delta\right] G_0 . \tag{25}$$

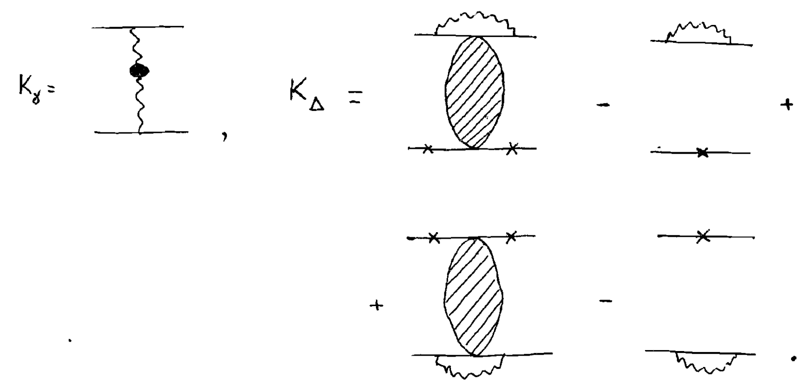

Рис. I.

означает обратную одночастичную функцию Грина скалярных частиц $S^{-1}_{a,b}$, K_γ – ядро однофотонного обмена с точечными вершинами, а заштрихованный кружочек – функция Грина двух скалярных частиц в лестничном приближении.

Соответствующий квазипотенциал имеет вид:

$$V \simeq T = V_\gamma + V_\Delta = V_c + \Delta V_{i\gamma} , \tag{26}$$

$$V_{\gamma,\Delta} = \left[\tilde{G}_0^{(+)}\right]^{-1}\left[\widetilde{G_0 K_{\gamma,\Delta} G_0}\right]^{(+)}\left[\tilde{G}_0^{(+)}\right]^{-1} .$$

Поскольку главную роль в эффектах "связанности" играет кулоновское взаимодействие, то в НЧ области можем использовать кулоновскую функцию Грина нерелятивистского уравнения Шредингера (9), модифицированного соответствующим образом. При этом с нужной точностью достаточно использовать лишь положительно-частотную проекцию четырехвременной функции Грина: /I0/

$$G^{(+)} - G_0^{(+)} = G_0^{(+)}\left[\tilde{G}_0^{(+)}\right]^{-1}\left[G^{NR} - \tilde{G}_0^{(+)}\right]\left[\tilde{G}_0^{(+)}\right]^{-1} G_0^{(+)} , \tag{27}$$

где

$$G_0^{(+)}(p,q) = i(2\pi)^4\,\delta^4(p-q)\,S_a^{(+)}(p_a)\,S_b^{(+)}(p_b) ,$$

$$S_{a,b}^{(+)} = \left(p^0 - \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2_{a,b}}\right)^{-1} = \left(p^0 - \varepsilon_{a,b}(\vec{p})\right)^{-1} ,$$

$$\overline{G}_c^{(+)}(p,q,\mathcal{P}) \cong G_c^{NR}(p,q,\mathcal{P}) = \sum \frac{\Psi_{cn}(\vec{p})\,\Psi_{cn}^{*}(\vec{q})}{W - W_n + i0} .$$

Здесь суммирование ведется как по дискретному, так и по непрерывному спектру энергии. Подставив функцию Грина (27) в выражение, соответствующее диаграммам (рис. I), и проинтегрировав по k^0, найдем квазипотенциал $\Delta V_{1\gamma}$ (26) в $H4$ области /IO/ (в системе центра масс $\vec{\mathcal{P}} = 0$):

$$\Delta V_{1\gamma}^{<}(\vec{p},\vec{q};W) = \frac{e_a e_b}{(2\pi)^3}\int\limits_{|\vec{k}|<\lambda}\frac{d^3k}{2k}\left\{ \frac{(2p-k)_\mu}{\sqrt{2\varepsilon_a(\vec{p})}\sqrt{2\varepsilon_b(\vec{p}-\vec{k})}} \otimes \right.$$

$$\otimes\left[\sum \frac{\Psi_{cn}(\vec{p}-\eta_b\vec{k})\,\Psi_{cn}^{*}(\vec{q}-\eta_b\vec{k})}{W - W_n - k + i0} - \frac{(2\pi)^3\delta^3(\vec{p}-\vec{q})}{\varepsilon_a(\vec{p}) - \varepsilon_a(\vec{p}-\vec{k}) - \vec{k} + i0}\right] \frac{(2q-k)^\mu}{\sqrt{\varepsilon_a(\vec{q})}\sqrt{\varepsilon_a(\vec{q}-\vec{k})}} +$$

$$+ \frac{(2p-k)_\gamma Z^2}{\sqrt{2\varepsilon_p(\vec{p})}\sqrt{2\varepsilon_b(\vec{p}-\vec{k})}}\left[\sum \frac{\Psi_{cn}(\vec{p}+\eta_a\vec{k})\,\Psi_{cn}^{*}(\vec{q}+\eta_a\vec{k})}{W - W_n - k + i0} - \frac{(2\pi)^3\delta^3(\vec{p}-\vec{q})}{\varepsilon_b(\vec{p}) - \varepsilon_b(\vec{p}-\vec{k}) - k + i0}\right] \otimes \tag{28}$$

$$\left. \otimes \frac{(2q-k)^\gamma}{\sqrt{2\varepsilon_b(\vec{q})}\sqrt{2\varepsilon_b(\vec{q}-\vec{k})}} \right\}, \quad \eta_{a,b} = \frac{m_{a,b}}{m_a + m_b}, \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi},$$

$$e_a = -e, \quad e_b = Ze .$$

В соответствии с общим формализмом вклад этой части квазипотенциала в сдвиг энергии (II) будет

$$\Delta W_n^{<} = \int \frac{d^3p\, d^3q}{(2\pi)^6}\, \Psi_{cn}^{*}(\vec{p})\, \Delta V_{1\gamma}^{<}(\vec{p},\vec{q};W)\, \Psi_{cn}(\vec{q}) . \tag{29}$$

Соответствующая действительная часть поправки к уровням выражается через хорошо известный логарифм Бете: /IO, I3/

$$\mathrm{Re}\,\Delta W_n^{<} = \frac{4\alpha(Z\alpha)^4\mu^3}{3\pi n^3}\left[\frac{1}{m_a^2} + \frac{Z^2}{m_b^2}\right]\left[\ln\frac{(Z\alpha)^2\mu}{2\omega_{ne}^{av}} + \delta_{\ell 0}\ln\frac{2\lambda}{(Z\alpha)^2\mu}\right], \tag{30}$$

где ω_{ne}^{av} – средняя энергия возбуждения с учетом приведенной массы.

При вычислении спектра энергии в высокочастотной (ВЧ) - области можно, как указывалось выше, пренебречь эффектами связанности и воспользоваться потенциалом (I7), полученным в приближении рассеяния.

$$\Delta V_{1\gamma}^{>} = \frac{4\pi\alpha Z}{\vec{k}^2}\left[\rho_a(k^2)\rho_b(k^2)\,d(k^2) - 1\right], \quad k^2 = -\vec{k}^2 . \tag{3I}$$

Инвариантные функции имеют вид /I6/:

$$\rho_{a,b}(k^2) \simeq 1 + \frac{\alpha}{3\pi}\frac{k^2}{m_{a,b}^2}\left(\ln\frac{m_{a,b}}{2\lambda} + \frac{1}{12}\right) + \frac{k^2}{6}\langle r_{a,b}^2\rangle , \tag{32}$$

$$d(k^2) = 1 - \Pi(e^-e^+) - \Pi(\mu^-\mu^+) - \Pi(\text{адроны}) ,$$

$$\Pi(\text{адроны}) \simeq \frac{\alpha}{3\pi}\frac{k^2}{m_h^2}, \quad m_h^2 \simeq 4m_\pi^2 \;/9/, \tag{33}$$

где λ –параметр инфракрасного обрезания, Π –поляризационный оператор соответствующих частиц. Переходя к вычислению вклада потенциала $\Delta V_{1\gamma}^{>}$, заметим, что основную долю в сдвиг уровней энергии димезоатомов внесет эффект электрон-позитронной поляризации вакуума. В этом случае нельзя пользоваться нерелятивистскими выражениями для поляризационного оператора $\Pi(e^-e^+)$

$$\Pi^{NR}(e^-e^+) \simeq \frac{\alpha}{15\pi}\frac{k^2}{m_e^2} . \tag{34}$$

Дело в том, что характерные импульсы в димезоатоме $|\vec{P}_{a,b}^{\,2}| \sim \alpha\, m_{a,b}$ для составляющих мезонов являются нерелятивистскими, но по отношению к электрону релятивистскими.

В соответствии с этим квазипотенциал $\Delta V_{1\gamma}^{>}$ в нужном приближении разобьется на части

$$\Delta V_{1\gamma}^{>} = \Delta V_{\text{верш.}} + \Delta V_{\text{пол. вак.}} ,$$

$$\Delta V_{\text{верш.}}^{>} = \frac{4\alpha(Z\alpha)}{3}\left\{\frac{1}{m_a^2}\left(\ln\frac{m_a}{2\lambda} + \frac{1}{12}\right) + \frac{1}{m_b^2}\left(\ln\frac{m_b}{2\lambda} + \frac{1}{12}\right)\right\} + \tag{35}$$

$$+ \frac{4\pi(Z\alpha)}{6}\langle r_{a,b}^2\rangle , \quad \Delta V_{\text{пол. вак.}}^{>} = \Delta V^{>}(e^-e^+) + \Delta V^{>}(\mu^-\mu^+) + \Delta V^{>}(\text{адроны}) . \tag{36}$$

Соответствующий сдвиг определяется с помощью уравнения (29) и может быть представлен в виде суммы нескольких вкладов:

- вклад мезонной вершинной части второго порядка:

$$\Delta W_n^{>}(\text{верш}) = \frac{4\alpha\mu(Z\alpha)^4}{3\pi n^3}\delta_{\ell 0}\left\{\frac{1}{m_a^2}\left(\ln\frac{m_a}{2\lambda}+\frac{1}{12}\right)+\frac{1}{m_e^2}\left(\ln\frac{m_e}{2\lambda}+\frac{1}{12}\right)\right\}+\frac{4\mu^3(Z\alpha)^4}{3n^3}\langle r^2_{a,e}\rangle\delta_{\ell 0}, \tag{37}$$

- вклад мюонной поляризации вакуума второго порядка:

$$\Delta W_n^{>}(\mu^-\mu^+) = -\frac{4\alpha\mu^3(Z\alpha)^4}{15\pi n^3 m_\mu^2}\delta_{\ell 0}, \tag{38}$$

- вклад адронной поляризации вакуума

$$\Delta W_n^{>}(\text{адроны}) = \frac{4\alpha(Z\alpha)^4\mu^3}{3\pi n^3(4m_\pi^2)}\delta_{\ell 0}. \tag{39}$$

Складывая результаты для ВЧ области (37–39) с результатом для НЧ области (30), получим не зависящее от параметра λ выражение для лэмбовского сдвига ($Z=1$):

$$\Delta W(2S) = \frac{\alpha^5\mu^3}{6\pi m_a^2}\left[\ln\frac{m_a}{2\omega^{av}_{2,0}}+\frac{1}{12}-\frac{1}{5}\frac{m_a^2}{m_\mu^2}\right]+\frac{\alpha^5\mu^3}{6\pi m_e^2}\left[\ln\frac{m_e}{2\omega^{av}_{2,0}}+\frac{1}{12}-\frac{1}{4}\frac{m_e^2}{m_\pi^2}\right]. \tag{40}$$

$$\Delta W(2P) = \frac{\alpha^5\mu^3}{6\pi}\left[\frac{1}{m_a^2}\ln\frac{R_y}{\omega^{av}_{2,1}}+\frac{1}{m_e^2}\ln\frac{R_y}{\omega^{av}_{2,1}}\right], \tag{41}$$

где

$$R_y = \frac{\alpha^2\mu}{2},\quad \ln\frac{R_y}{\omega^{av}_{2,0}} = -2{,}811769883\,(28),$$

$$\ln\frac{R_y}{\omega^{av}_{2,1}} = 0{,}300166997\,(12).$$

Как уже выше отмечалось, используя точное выражение /I6/ для оператора $\Pi(e^-e^+)$, найдем вклад потенциала $\Delta V^{>}(e^-e^+)$ в лэмбовский сдвиг димезоатома /3,I7/:

$$\Delta W(2S)-\Delta W(2P) = -R_y\int_0^1 dx\,\frac{a^2\rho\left(\frac{a^2}{x}\right)}{(\sqrt{x}+a)^4}, \tag{42}$$

где

$$\Pi(k^2) = k^2\int_{4m_e^2}^{\infty}\frac{dm^2\rho(m^2)}{m^2(m^2-k^2+i0)},$$

$$a = \frac{2m_e}{\alpha\mu},\quad \mu = \frac{m_a m_e}{m_a+m_e}.$$

Спектральная функция $\rho\left(\frac{a^2}{x}\right)$ во втором порядке равна:

$$\rho\left(\frac{a^2}{x}\right) = \frac{\alpha}{3\pi}\left(1+\frac{1}{2}x\right)\sqrt{1-x}, \tag{43}$$

а в четвертом порядке приведена в работе /I7/:

$$\rho\left(\frac{a^2}{x}\right) = \frac{\alpha^2}{3\pi^2}F(\sqrt{1-x}). \tag{44}$$

Кроме того, имеется поправка от выражения (2I)

$$\left[\Delta W(2S)-\Delta W(2P)\right]_{(fs)} = -\frac{\alpha^4\mu}{12}\left(1-\frac{3\mu}{2(m_a+m_e)}\right). \tag{45}$$

Складывая выражения (40),(4I),(42),(45) и проводя численное интегрирование, найдем следующие значения лэмбовского сдвига для димезоатомов

$$\Delta W(2S-2P)_{(\pi\pi)} = -117{,}67\cdot 10^{-3}\,\text{эВ}, \tag{46}$$

$$\Delta W(2S-2P)_{(\pi K)} = -289{,}62\cdot 10^{-3}\,\text{эВ}, \tag{47}$$

$$\Delta W(2S-2P)_{(KK)} = -1155{,}6\cdot 10^{-3}\,\text{эВ}. \tag{48}$$

Сюда не включен вклад сильных взаимодействий, обусловленный $\langle r^2_{a,e}\rangle$ (37), который является объектом дальнейшего исследования. Надо еще заметить, что, когда $m_a = m_e = m$, то для димезоатома открыт аннигиляционный канал, описываемый квазипотенциалом (в с.ц.м.):

$$\Delta V_{1\gamma}^{\text{анниг.}} \simeq -\frac{(\vec{P}\vec{q})}{4m^4}\,d(k^2)\rho_a(k^2)\rho_e(k^2),\quad k^2 = (P_a+P_e)^2. \tag{49}$$

В принятом в данной работе приближении вклад этого члена на $\Delta W(2S)-\Delta W(2P)$ равен нулю.

В заключение авторы выражают благодарность Н.Н. Боголюбову, С.Б. Герасимову, Г.В. Ефимову, В.А. Мещерякову, М.М. Мусаханову, Л.Л. Неменову, Н.Б. Скачкову, А.Н. Сисакяну, А.Н. Тавхелидзе за полезные обсуждения.

Литература

1. Aronson S.H. et al. Phys. Rev. Lett., 1982, 38, 1048.
2. Немснов Л.Л. ЯФ, 1972, 15, 1047.
3. Каримходжаев А., Фаустов Р.Н. ЯФ, 1979, 29, 463.
4. Неменов Л.Л. ЯФ, 1985, 41, с. 980.
5. Бельков А.А., Первушин В.Н., Ткебучава Ф.Г. Препринт ОИЯИ Р2-85-865, Дубна, 1985.
   Волков М.К., Иванов А.Н. Препринт ОИЯИ Р2-85-818, Дубна, 1985.
6. Ефимов Г.В., Иванов М.А., Любовицкий В.Е. Препринт ОИЯИ Р2-95-546, Дубна, 1985.
7. Karimkhodzhaev A., Marić Z., Faustov R.N. In: Abstracts of Contributed Papers XIV International Conference on the Physics of Electronic and Atomic Collisions (ICPEAC), p. 347 Palo Atto, USA, 24-30, July 1985.
8. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cimento, 1963, 29, 380
9. Гердт В.П., Каримходжаев А., Фаустов Р.Н. Проблемы теории гравитации и элементарных частиц, 1980, М., Атомиздат, вып.II, с.172.
10. Фаустов Р.Н. ЭЧАЯ, 1972, 3, 238, Атомиздат.
11. Гарсеванишвили В.Р., Матвеев В.А., Слепченко Л.А. ЭЧАЯ, 1970, 1,92, Атомиздат.
12. Ризов В.А., Тодоров И.Т. ЭЧАЯ, 1975, 6, 669.
13. Бете Г.А., Солпитер Э.Е. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.;"Наука," 1960.
14. Salpeter E.E. Phys. Rev., 1952, 87, 328.
    Fulton T., Martin P. Phys. Rev., 1954, 95, 811.
15. Каримходжаев А., Фаустов Р.Н. ТМФ, 1977, 32, 44.
16. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика, М., "Наука" 1969.
17. A.Di. Giacomo . Nucl. Phys., 1969, B11, 411; 1970, B23, 641.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 марта 1986 года.

Каримходжаев А., Фаустов Р.Н. Р2-86-142
Спектр энергии (ππ), (πk), (kk)-димезоатомов.
Электромагнитное взаимодействие

Обсуждаются свойства димезоатомов, образованных (ππ), (πk), (kk)-мезонами, измерение времени жизни и разностей энергетических уровней которых дает альтернативное определение низкоэнергетических параметров. В рамках квазипотенциального подхода Логунова - Тавхелидзе найдены энергетические уровни (ππ), (πk), (kk) - димезоатомов в приближении однофотонного обмена с учетом адронной поляризации вакуума. Получено выражение для лэмбовского сдвига порядка α[f,s].

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Karimkhodzhaev A., Faustov P.N. P2-86-142
(ππ), (πk), (kk) Dimesic Atom Energy Spectra.
Electromagnetic Interaction

The properties of dimesic atoms produced by (ππ), (πk), (kk)-mesons are discussed. The experimental measurement of the lifetime and of Lamb shift of energy levels of these atoms gives a unique possibility of direct definition of low-energy parameters. In the framework of the Logunov - Tavkhelidze quasi - potential approach the energy levels of the (ππ), (kπ), (kk) dimesic atoms are calculated in the one-photon approximation taking into account the hadronic vacuum polarization. The expression for Lamb shift of the order α[f, s] is obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986