сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-86-116

Н.А.Черников

НАЧАЛЬНЫЙ ВКЛАД В СЛОВАРЬ ДЛЯ ГРАВИТАЦИОНИСТОВ

1986

В теории относительности и тяготения, как и во всякой развивающейся теории, есть свои трудные вопросы. Сама относительность выступает здесь в форме трех принципов: кинематического, специального и так называемого общего. Затруднительно ответить, в каком отношении друг к другу они находятся. Не легче ответить на такой же вопрос о сочетаниях инвариантность-ковариантность, система отсчета - система координат и о многих других наборах понятий, сходных по названию, а по существу различных.

Не секрет, что многочисленные споры не только по таким абстрактным, но и по более конкретным вопросам ведутся без должной договоренности об основном содержании теории тяготения. Так, до сих пор нет согласованного определения гравитационной энергии, а с понятием энергии надо быть осторожным и не забывать об истории с вечным двигателем.

Надо помнить также, что дискуссии о природе гравитации ведутся давно. Например, читаем:

"Теория тяготения, которую с таким рвением отстайвают современные ученые, будет отвергнута потомством" /1/.

"Может показаться забавным, что сохранение энергии, этого образцового физического понятия, происходящего от Галилея /1638/, изучавшего движение тел под действием гравитации, которое теперь нашло свое выражение в /ковариантном/ уравнении $\nabla_a T^{ab}$ - краеугольном камне общей теории относительности Эйнштейна /1915/ - не получило тем не менее универсально применимой формулировки в теории Эйнштейна, которая включала бы энергию самой гравитации. Тензор энергии T^{ab}, подставляемый в правую часть полевого уравнения Эйнштейна, описывает полную локальную энергию, будучи суммой плотностей энергии всех негравитационных полей. Энергия гравитационного поля, с другой стороны, вносит нелокализуемый вклад в общую энергию..." /2/.

Не всегда эти дискуссии приводят к желательным результатам:

"Нельзя пройти мимо такого источника конвенционализма, как позитивистская интерпретация принципа ковариантности /одинакового вида/ законов физики относительно любых преобразований координат, что является одним из положений общей теории относительности. Неопозитивисты исказили смысл ковариантности..." /3/.

Кое-кто думает даже, что "энергия, описываемая физиками, есть божья воля в действии" /3/.

Упомянутый выше "нелокализуемый вклад в общую энергию" означает зависимость плотности энергии от нашего выбора координатной карты, а это не лучше, чем "божья воля в действии".

В результате многочисленных дискуссий по таким вот вопросам получился разнобой в терминологии, нередко приводящий к недоразумениям, заблуждениям и искажениям, из-за чего дискуссии порой оказываются бессодержательными, что отнюдь не мешает им быть ожесточенными. Как тут не вспомнить о славных строителях Вавилонской башни! Очевидно, назрела потребность в словаре, который бы помогал специалистам - договариваться, начинающим - избегать недоразумений, философам - делать правильные выводы. Создание толкового словаря для гравитационистов - дело коллективное. Как и в [/4-6/], постараемся здесь внести в это дело свой посильный вклад.

§ 1. МНОГООБРАЗИЕ. КОВАРИАНТНОСТЬ. ОБЩИЙ ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В современной теории многообразий употребляется картографическая терминология [/7/], которая хороша тем, что не дает возможности спутать систему координат с системой отсчета. Вместо системы координат в теории многообразий говорят: карта. Все многообразие покрывается атласом, т.е. набором карт.

Многообразие называется простым, если можно целиком покрыть его одной картой. Из непростых многообразий отметим окружность /$N=1$/, сферу, цилиндр, тор, лист Мебиуса и бутылку Клейна /$N=2$/. В отличие от глобальных, при локальных рассмотрениях многообразие всегда можно считать простым.

Геометрическая, механическая, физическая или иная теория считается заданной на многообразии, если она сформулирована независимо от выбора его атласа. Говорят, что такая теория ковариантна.

Так вот, стремлением задавать уравнения математической физики в ковариантном виде на четырехмерном многообразии /представляющем пространственно-временной мир/ исчерпывается все содержание общего принципа относительности. Принцип ковариантности, таким образом, оказывается еще более общим, чем сам общий принцип относительности.

Похожее толкование общего принципа относительности дано в [/8-10/]. Дальше мы будем избегать сочетания слов "Общий принцип относительности".

§ 2. ГРУППА. ИНВАРИАНТНОСТЬ. ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Главная идея принципа относительности была следующим образом сформулирована Ф.Клейном в 1872 году:

"Дано многообразие, и в нем группа преобразований; нужно исследовать те свойства образов, принадлежащих многообразию, которые не изменяются от преобразований группы.

Можно выразиться еще так:

Дано многообразие, и в нем группа преобразований. Требуется развить теорию инвариантов этой группы" [/11/].

В этих формулировках имеются в виду не координатные, а точечные преобразования многообразия. С первыми связано понятие ковариантности, со вторыми - инвариантности. Введение в геометрию термина "Инвариант" принадлежит Сильвестру [/12/].

Ниже приводим более точную формулировку Эрлангенской программы Клейна и связанных с нею понятий.

Группа, действующая на множестве

Группа Γ /понятие группы предполагается известным/ действует на множестве P /понятие множества также считается известным/, если выполняются следующие условия:

1. Каждому элементу $\gamma\in\Gamma$ группы Γ отвечает однозначное отображение $P\to P$: $\tilde{p}=\gamma\cdot p$, $p\in P$, $\tilde{p}\in P$.
2. Для любых элементов σ и γ группы Γ справедливо равенство $(\sigma\cdot\gamma)\cdot p=\sigma\cdot(\gamma\cdot p)$.
3. Единице e группы Γ отвечает тождественное преобразование $e\cdot p=p$.

Следствие. Наряду с отображением $\tilde{p}=\gamma\cdot p$ существует однозначное обратное отображение $p=\gamma^{-1}\cdot p$. Действительно,

$$p=e\cdot p=(\gamma^{-1}\cdot\gamma)\cdot p=\gamma^{-1}\cdot(\gamma\cdot p)=\gamma^{-1}\cdot\tilde{p}.$$

Таким образом, отображение $\tilde{p}=\gamma\cdot p$ взаимно однозначно.

Для уяснения понятия "Группа, действующая на множестве", можно обратиться к [/13-15/].

Теория относительности

Теория относительности /Γ,P/ имеет своим предметом те и только те свойства образов, принадлежащих множеству P, которые не меняются при отображениях $\tilde{p}=\gamma\cdot p$.

Инвариантный, инвариант, инвариантность

Образы, принадлежащие множеству P, которые не меняются при отображениях $\tilde{p}=\gamma\cdot p$, называются инвариантными относительно группы Γ. Их называют также инвариантами группы Γ.

Если в построенной каким-либо способом теории усматривается инвариантность относительно группы Γ, действующей на множестве P, то это есть теория относительности (Γ,P).

Принцип относительности

Принцип относительности исчерпывается желанием, потребностью или необходимостью рассматривать теорию относительности (Γ, P).

Пример. Если мы желаем изучать все свойства множества P, то окончательным результатом будет теория относительности (E, P), где E - группа, состоящая из одного элемента.

Пример. Если группа Γ состоит из всех взаимно однозначных отображений $P \to P$, то инвариантом остается число элементов множества P /если P - конечное множество/ или мощность множества P /если P - бесконечное множество/.

Замечание. Если группа Γ_0 является подгруппой группы Γ, то теория относительности (Γ_0, P) богаче содержанием, чем теория относительности (Γ, P), так как инвариантов группы Γ меньше, чем инвариантов группы Γ_0. Очевидно, что множество инвариантов группы является подмножеством множества инвариантов ее подгруппы.

Арифметическое пространство

Важнейшим примером множества P является арифметическое пространство A_N. Элементами этого пространства являются упорядоченные наборы $(x^1, \ldots, x^N)$ любых действительных чисел. Их называют точками арифметического пространства. Символ N означает целое положительное число. Его называют размерностью арифметического пространства. Геометрия арифметического пространства есть теория относительности (E, A_N). Числа $x^1, \ldots, x^N$ называются координатами точки $(x^1, \ldots, x^N)$ в главной карте арифметического пространства. Тем самым определяется и главная карта.

Подробнее об арифметическом пространстве см.[/16/].

Аффинная группа, действующая на множестве A_N

Аффинная группа Φ, действующая на множестве A_N, представляется линейными неоднородными отображениями

$$x^a = \sum_{b=1}^{N} \Phi^a_b x^b + \Phi^a, \quad a \in \{1, \ldots, N\}, \qquad /1/$$

где определитель $J = \det(\Phi^a_b)$ не равен нулю. Теорию относительности (Φ, A_N) называют аффинной геометрией, а множество A_N с группой Φ - аффинным пространством.

Инвариантная метрика в аффинном пространстве

Инвариантная метрика

$$\sum_{a=1}^{N} \sum_{b=1}^{N} \theta_{ab}\, d^a \otimes d^b \qquad /2/$$

в аффинном пространстве задается матрицей (θ_{ab}) чисел, преобразующихся при /1/ по тензорному правилу

$$\tilde{\theta}_{ab} = \sum_{p=1}^{N} \sum_{q=1}^{N} \theta_{pq} \Phi^p_a \Phi^q_b . \qquad /3/$$

Условие инвариантности $\tilde{\theta}_{ab} = \theta_{ab}$ определяет в группе Φ подгруппу $\theta\Phi$ ортогональных по отношению к метрике /2/ отображений. Метрика /2/ инвариантна в теории относительности $(\theta\Phi, A_N)$.

Инвариантная кометрика в аффинном пространстве

Инвариантная кометрика

$$\sum_{a=1}^{N} \sum_{b=1}^{N} h^{ab}\, \partial_a \otimes \partial_b \qquad /4/$$

в аффинном пространстве задается матрицей (h^{ab}) чисел, преобразующихся при /1/ по тензорному правилу

$$\tilde{h}^{ab} = \sum_{p=1}^{N} \sum_{q=1}^{N} h^{pq} \Phi^a_p \Phi^b_q . \qquad /5/$$

Условие инвариантности $\tilde{h}^{ab} = h^{ab}$ определяет в группе Φ ее подгруппу Φh ортогональных по отношению к кометрике /4/ отображений. Кометрика /4/ инвариантна в теории относительности $(\Phi h, A_N)$.

Невырожденная метрика и сопряженная с ней кометрика

Метрика /2/ называется невырожденной, если определитель $\theta = \det(\theta_{ab})$ не равен нулю. Условие

$$\sum_{p=1}^{N} \theta_{ap} h^{pb} = -\frac{1}{c^2} \delta^b_a , \qquad /6/$$

где δ^b_a - символ Кронекера, c - действительное или мнимое, но не равное нулю число, определяет сопряженную с /2/ кометрику /4/.

Невырожденная кометрика и сопряженная с ней метрика

Кометрика /4/ называется невырожденной, если определитель $h = \det(h^{ab})$ не равен нулю. Условие /6/ определяет сопряженную с /4/ метрику /2/.

Замечание. Метрика /2/ и кометрика /4/ невырождены и взаимно-сопряжены, если они удовлетворяют условию /6/. В таком случае условия инвариантности

$$\theta_{ab} = \sum_{p=1}^{N} \sum_{q=1}^{N} \theta_{pq} \Phi_a^p \Phi_b^q$$
$$h^{ab} = \sum_{p=1}^{N} \sum_{q=1}^{N} h^{pq} \Phi_p^a \Phi_q^b \qquad /7/$$

эквивалентны, так что ортогональные подгруппы $\theta\Phi$ и Φh совпадают.

Факторизующаяся метрика

Метрика /2/ называется факторизующейся, если она распадается в произведение

$$\sum_{a=1}^{N} \sum_{b=1}^{N} \theta_{ab} d^a \otimes d^b = \theta \otimes \theta , \qquad /8/$$

где

$$\theta = \sum_{a=1}^{N} \theta_a d^a , \qquad /9/$$

а числа θ_a преобразуются при /1/ по тензорному правилу

$$\tilde{\theta}_a = \sum_{p=1}^{N} \theta_p \Phi_a^p . \qquad /10/$$

Вырожденная кометрика максимального ранга

Если ранг матрицы (h^{ab}) равен N-1, то /4/ называется вырожденной кометрикой максимального ранга.

Группа Галилея

Группа Галилея является подгруппой аффинной группы, ортогональной по отношению к факторизующейся метрике /8/ и по отношению к вырожденной кометрике /4/ максимального ранга. Кроме того, считается, что метрика /8/ и кометрика /4/ сопряжены условием

$$\sum_{p=1}^{N} \theta_{ap} h^{pb} = 0 , \qquad /11/$$

что квадратичная форма

$$\sum_{a=1}^{N} \sum_{b=1}^{N} h^{ab} p_a p_b \qquad /12/$$

не принимает отрицательных значений и что $N=4$.

Старая "специальная" теория относительности есть теория относительности /группа Галилея, A_4 /. Обычно полагают

$$x^1 = x , \quad x^2 = y , \quad x^3 = z , \quad x^4 = t , \qquad /13/$$

где x, y, z - "обычные" /они же декартовы/ координаты, а t - время в одной из инерциальных систем отсчета.

Тогда

$$(\theta_{ab}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} , \quad (h^{ab}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \qquad /14/$$

$(\theta^a) = (0\,0\,0\,1)$,

так что

$$\sum_{p=1}^{4} \sum_{q=1}^{4} \theta_{ab} d^a \otimes d^b = dt \otimes dt , \qquad /15/$$

$$\sum_{p=1}^{4} \sum_{q=1}^{4} h^{ab} \partial_a \otimes \partial_b = \frac{\partial}{\partial x} \otimes \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \otimes \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \otimes \frac{\partial}{\partial z} , \qquad /16/$$

$$\theta = \sum_{a=1}^{4} \theta_a d^a = dt . \qquad /17/$$

Группа Пуанкаре

Группа Пуанкаре является ортогональной группой по отношению к метрике

$$\sum_{a=1}^{4} \sum_{b=1}^{4} \theta_{ab} d^a \otimes d^b =$$
$$= -\frac{1}{c^2} (dx \otimes dx + dy \otimes dy + dz \otimes dz) + dt \otimes dt \qquad /18/$$

или, что все равно, ортогональной группой по отношению к кометрике

$$\sum_{a=1}^{4} \sum_{b=1}^{4} h^{ab} \partial_a \otimes \partial_b =$$
$$= \frac{\partial}{\partial x} \otimes \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \otimes \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \otimes \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \otimes \frac{\partial}{\partial t} . \qquad /19/$$

Метрика /18/ и кометрика /19/ сопряжены условием /6/. Здесь c - скорость света.

Новая "специальная" теория относительности есть теория относительности /группа Пуанкаре, A_4 /.

Группа Лоренца

Группа Лоренца является подгруппой группы Пуанкаре, задаваемой условием $\Phi^a=0$ в аффинном отображении /1/.

Инерциальное движение частицы

Инерциальное движение частицы изображается в 4-мерном аффинном пространстве прямой, которая задается уравнениями

$$x^a = p^a \tau + x^a_0, \quad a \in \{1,2,3,4\}, \qquad /20/$$

где τ - параметр, принимающий всевозможные действительные значения, а p^a и x^a_0 - заданные.

Квадрат собственной массы частицы равен

$$m^2 = \sum_{a=1}^{4} \sum_{b=1}^{4} \theta_{ab} p^a p^b . \qquad /21/$$

В новой теории относительности для луча света $m^2=0$, для тахиона $m^2<0$. В старой теории относительности $m^2 \geq 0$, и частицы с $m=0$ мгновенно передают взаимодействие между частицами с $m>0$.

§ 3. ПРОСТАЯ КАРТОГРАФИЯ

Аффинные карты

С помощью функций /1/ мы задавали отображение $A_N \to A_N$: точке $(x^1,\dots,x^N)$ ставилась в соответствие точка $(\tilde{x}^1,\dots,\tilde{x}^N)$. Но те же функции можно использовать для определения аффинной карты арифметического пространства, считая, что в аффинной карте $\tilde{K}$ точка $(x^1,\dots,x^N)$ арифметического пространства A_N имеет координаты $\tilde{x}^1,\dots,\tilde{x}^N$, равные /1/.

В частности, если $\Phi^a_b=\delta^a_b$ и $\Phi^a=0$, то аффинная карта является главной картой K арифметического пространства. Однако с точки зрения аффинной геометрии нет различия между главной картой K и аффинной картой $\tilde{K}$.

Функция класса v

Однозначная действительная функция $\tilde{x}=f(x^1,\dots,x^N)$ называется функцией класса v, если она и ее производные всех порядков $u \leq v$ существуют и непрерывны в каждой точке $(x^1,\dots,x^N)$ арифметического пространства A_N. Здесь v может быть любым положительным целым числом.

Регулярное отображение класса v

Взаимно однозначное отображение $A_N \to A_N$ называется регулярным отображением класса v, если оно задается набором

$$\tilde{x}^a = f^a(x^1,\dots,x^N), \quad a \in \{1,\dots,N\}, \qquad /22/$$

функций класса v с якобианом

$$J = \frac{\partial(f^1,\dots,f^N)}{\partial(x^1,\dots,x^N)}, \qquad /23/$$

не равным нулю всюду на множестве A_N. В частности, в случае /1/

$$J = \det(\Phi^a_b). \qquad /24/$$

Простое многообразие класса v

Множество A_N с группой F_v регулярных отображений класса v называется простым многообразием класса v. Теория такого многообразия является теорией относительности (F_v, A_N).

Группа F_v включает в себя все линейные отображения /1/ и многие другие, например,

$$\tilde{x}^a = x^a + \frac{1}{2}\sin x^a, \quad a \in \{1,\dots,N\}. \qquad /25/$$

Глобальные карты класса v

Функции /22/ можно использовать для определения глобальной карты класса v, считая, что в глобальной карте точка $(x^1,\dots,x^N)$ арифметического пространства A имеет координаты $\tilde{x}^1,\dots,\tilde{x}^N$, равные /22/.

В частности, если

$$f^a(x^1,\dots,x^N) = \sum_{b=1}^{N} \Phi^a_b x^b + \Phi^a, \quad a = \{1,\dots,N\}, \qquad /26/$$

то глобальная карта класса v является аффинной. Однако с точки зрения теории относительности (F_v, A_v) нет различия между аффинной картой и глобальной картой класса v.

Ориентированное аффинное пространство

Аффинная группа Φ содержит подгруппу Φ^+ отображений с положительным определителем /24/. Множество A_N с группой Φ^+ называют ориентированным аффинным пространством. Теория такого пространства есть теория относительности (Φ^+, A_N).

Ориентированное простое многообразие класса v

Группа F_v регулярных отображений класса v содержит подгруппу F_v^+ отображений с положительным якобианом /23/. Множество A_N с группой F_v^+ называют ориентированным простым многообразием класса v. Теория такого многообразия есть теория относительности (F_v^+, A_N).

Правые и левые карты

Карта, получающаяся из главной преобразованием /22/ с положительным якобианом, называется правой. Карта, получающаяся из главной преобразованием /22/ с отрицательным якобианом, называется левой.

С точки зрения теории относительности (Φ, A_N) левые и правые аффинные карты равноправны, а с точки зрения теории относительности (F_v, A_N) равноправны левые и правые глобальные карты класса v.

Ориентирование простого многообразия

Множество глобальных карт простого многообразия разбивается на два класса по следующему признаку: если якобиан /23/ преобразования /22/ от карты K к карте $\tilde{K}$ больше нуля, то обе карты относятся к одному классу, а если он меньше нуля, то они относятся к противоположным классам. Называя один из двух этих классов правым, а другой левым, мы ориентируем многообразие.

Введение на простом многообразии структуры аффинного пространства

Множество глобальных карт простого многообразия разбивается на бесконечное множество классов по следующему признаку: если преобразование /22/ от карты K к карте $\tilde{K}$ линейное, то обе карты относятся к одному классу, а если нелинейное, то они относятся к разным классам. Называя один из таких классов аффинным, мы вводим на многообразии структуру аффинного пространства.

Пример неглобальной карты

В ряде задач оказываются удобными неглобальные карты простого многообразия. Например, бывают удобными полярные координаты r и ϕ, определяемые по формулам

$$x^1 = r\cos\phi, \qquad x^2 = r\sin\phi. \qquad /27/$$

Они принимают значения из области $r > 0$, $-\pi < \phi < \pi$ и задают неглобальную карту. В отличие от глобальной, одна такая карта не составляет атласа. Но уже двумя такими картами можно покрыть все многообразие, и они составляют атлас.

ЛИТЕРАТУРА

1. Свифт Д. Путешествия Лемюэля Гулливера в некоторые отдаленные страны света, сначала хирурга, а потом капитана нескольких кораблей. Пер. с англ.- "Молодая гвардия", М., 1984, с.187.
2. Penrose R. Quasi-Local Mass and Angular Momentum in General Relativity.Proc.R.Soc.Lond. A381, p.53.
3. Современная буржуазная философия. Учебное пособие под ред. А.С.Богомолова, Ю.К.Мельвиля, И.С.Нарского. Изд."Высшая школа", М., 1978, с.155, 495.
4. Черников Н.А. О трудностях в релятивистской теории гравитации. В кн.: Труды VII международного совещания по проблемам квантовой теории поля. ОИЯИ, Д2-84-366, Дубна, 1984, с.382.
5. Черников Н.А. О необходимости создания толкового словаря для гравитационистов. ОИЯИ, Р2-85-157, Дубна, 1985.
6. Черников Н.А. Опыт составления словаря для гравитационистов. В кн.: Труды рабочего совещания по созданию излучателя и детектора гравитационных волн. ОИЯИ, Р-85-667, Дубна, 1985, с.119.
7. Лихнерович А. Теория связностей в целом и группы голономий. ИЛ, М., 1960.
8. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. ГИТТЛ, М., 1955.
9. Черников Н.А. Общий принцип относительности в квантовой теории поля. В кн.: "Материалы III совещания по нелокальной теории поля". ОИЯИ, Д2-7161, Дубна, 1973, с.218.
10. Саакян Г.С. Пространство-время и гравитация. Изд.Ереванского университета, Ереван, 1985.
11. Клейн Ф. Эрлангенская программа. В кн.: "Об основаниях геометрии". Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию ее идей. ГИТТЛ, М., 1956, с.402.
12. Клейн Ф. Неевклидова геометрия. ОНТИ, М.-Л., 1936, с.321.
13. Хаусдорф Ф. Теория множеств. ОНТИ, М.-Л., 1937.
14. Курош А.Г. Теория групп. "Наука", М., 1967.
15. Дьёдонне Ж., Керрол Дж., Мамфорд Д. Геометрическая теория инвариантов. "Мир", М., 1974, с.3.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 февраля 1986 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Черников Н.А. Р2-86-116

Начальный вклад в словарь для гравитационистов

Обращается внимание на разнобой в терминологии, относящейся к теории относительности и гравитации, и на потребность в толковом словаре для гравитационистов. Дается толкование следующих понятий: ковариантность, инвариантность, принцип относительности, простое многообразие и его глобальные карты, введение на простом многообразии структуры аффинного пространства. Это необходимо для правильного понимания природы псевдотензора энергии-импульса.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод Т.Ю.Думбрайс.

Chernikov N.A. P2-86-116

An Initial Contribution to the Explanatory Dictionary for Gravitationalists

Attention is drawn to inconsistency in the terminology of relativity theory and gravity and to the necessity of composing the explanatory dictionary for gravitationalists. The following concepts are interpreted: covariance, invariance, the principle of relativity, simple manifold and its global maps, the introduction on a simple manifold of the structure of affine space. All this is necessary for a correct understanding of the nature of the energy-momentum pseudotensor.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986