

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P2-86-101

С.А.Гогилдзе\*, Ю.С.Суровцев, Ф.Г.Ткебучава\*

ЭЛЕКТРОВЗБУЖДЕНИЕ  $\Delta$  (1230)-ИЗОБАРЫ  
В МОДЕЛИ СОСТАВЛЯЮЩИХ КВАРКОВ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

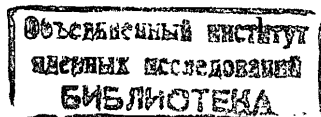
---

\* Институт физики высоких энергий Тбилисского  
государственного университета

1986

1. В рамках модели составляющих кварков  $\Delta$  (1230)-изобара представляет из себя весьма простую трехкварковую систему, отличающуюся от нуклона, по существу лишь ориентацией спинов кварков. С этой точки зрения различие масс изобара и нуклона в основном определяется спин-спиновым взаимодействием кварков, которое, судя по величине разности масс, довольно велико. Для этого взаимодействия, помимо сверхтонкого взаимодействия ферми, квантовая хромодинамика предсказывает также определенную величину тензорных межкварковых сил, вклад которых отличен от нуля, если относительный орбитальный момент кварков не равен нулю. Таким образом, если кварки по какой-либо причине находятся в частице в основном состоянии, тензорные взаимодействия себя не проявляют. Если же система кварков может находиться в таких возбужденных состояниях, которые согласуются с квантовыми числами частицы, то тензорное взаимодействие смешивает их с основным состоянием. В результате такого смешивания изобара приобретает квадрупольный момент, а в радиационный распад  $\Delta \rightarrow N\gamma$  дают вклад квадрупольные электрические переходы. На опыте эти переходы должны проявляться в процессах фоторождения, электророждения и обратного электророждения пионов на нуклонах, в которых будут отличны от нуля парциальные амплитуды  $E_{1+}$  и  $L_{1+}$ .

Впервые влияние тензорного взаимодействия кварков на амплитуду фоторождения пионов  $E_{1+}$  оценивалось в работе <sup>1/1</sup> в рамках кварковой модели, развитой в работах <sup>2/</sup>. Затем вопрос рассматривался по существу в той же модели в работах <sup>3,4/</sup>. Все авторы рассматривали процесс реального фоторождения пионов  $\gamma N \rightarrow \pi N$  и вычисляли отношение парциальных амплитуд  $E_{1+}/M_{1+}$ . Следует отметить, что нерелятивистская кварковая модель, развитая в работах <sup>2/</sup>, довольно наглядно отображает физическую картину структуры частиц, в которой конфайнмент кварков осуществляет осцилляторный потенциал, а сверхтонкое взаимодействие смешивает состояния, определяемые этим же потенциалом. Большим успехом этой модели нужно считать описание спектра масс барионов, очень хорошо согласующееся с опытом. Радиационный распад изобара весьма критичен к особенностям модели, поэтому вычисление характеристик  $\Delta \rightarrow N\gamma$  - переходов, наблюдаемых на опыте, представляется актуальным. В работах <sup>1,3,4/</sup> полученные значения  $E_{1+}$  составляют доли процента от  $M_{1+}$ , что не противоречит экспериментальным данным <sup>5,6/</sup>. Однако  $M_{1+}$ , полученная в модели, на 35 % мень-



ше величины, измеренной на опыте. Такое расхождение с опытом может вызвать сомнение в применимости нерелятивистской модели в целом и концепции цветного магнетизма в частности, как иногда называют сверхтонкое взаимодействие кварков по аналогии с взаимодействием магнитных моментов в электродинамике.

На наш взгляд, не следует отказываться от модели, впервые давшей наблюдаемый на опыте спектр масс адронов, а вычислить в рамках модели другие динамические характеристики радиационных переходов с необходимыми релятивистскими поправками и оценить наглядную теоретическую модель с точки зрения общей экспериментальной картины.

Нужно отметить, что и релятивистские подходы к описанию процессов фоторождения пионов не дают правильное значение  $M_{1^+}$ , которое на 20-25 % больше, чем получаемое из расчетов /8-II/.

В данной работе мы рассматриваем процессы электророждения пионов на нуклонах при энергиях  $\Delta$  (I230) - изобары и исследуем зависимость парциальных амплитуд  $M_{1^+}$ ,  $E_{1^+}$ ,  $L_{1^+}$  от пространственно-подобного 4-импульса виртуального  $\gamma$ -кванта.

Отметим, что составляющие кварки в системе покоя частиц мы рассматриваем как нерелятивистские, тем самым не изменяем спектроскопию адронов. С другой стороны, электромагнитный ток адронов в момент взаимодействия с виртуальным  $\gamma$ -квантом мы берем в релятивистском виде. Кроме того, нерелятивистскую волновую функцию системы трех кварков мы преобразовываем согласно релятивистскому сжатию объема частицы при ее движении. Заметим, что при вычислениях не используются никакие свободные параметры, кроме тех, которые были определены в работах /2/ из спектроскопии адронов.

В пользу того, что уравнение Шредингера можно феноменологически применять не только для тяжелых  $c$ - и  $b$ -кварков, но и для легких  $u$ -,  $d$ -,  $s$ -кварков, приведем работу /7/, в которой в едином подходе воспроизведено эмпирическое соотношение для масс мезонов:

$$M_p^2 - M_{\pi}^2 = M_{K^*}^2 - M_K^2 = M_{D^*}^2 - M_D^2 = M_{B^*}^2 - M_B^2 \approx const.$$

2. Гамильтониан для барионов в модели /2/ имеет вид:

$$H = \sum_i \left( m_i + \frac{p_i^2}{2m_i} \right) + \sum_{i,j} \left( \frac{1}{2} K \vec{v}_{ij}^2 + H_{ij} \right), \quad (I)$$

где  $H_{ij}$  - сверхтонкое взаимодействие, отвечающее обмену одним глюоном между кварками в нерелятивистском пределе:

$$H_{ij} = \frac{2\alpha_s}{3m_i m_j} \left\{ \frac{8\pi}{3} (\vec{s}_i \vec{s}_j) \delta(\vec{r}_{ij}) + \frac{1}{v_{ij}^2} \left[ \frac{3(\vec{s}_i \vec{v}_{ij})(\vec{s}_j \vec{v}_{ij})}{v_{ij}^2} - (\vec{s}_i \vec{s}_j) \right] \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $m_i$  - эффективные массы кварков ( $m_u = m_d = 330$  МэВ), параметр осциллятора  $\alpha^2 = \sqrt{3Km}$  = 320 МэВ определен из зарядового радиуса протона,  $\alpha_s$  - константа сильной связи, которая фиксируется из разности масс  $\Delta - N$  ( $\delta = 4\alpha_s \alpha^2 / 3\sqrt{2}\pi m^2$ ) /2/.

Такая модель хорошо описывает наблюдаемый спектр масс и динамические характеристики распадов барионов /1,2/, поэтому разумно использовать ее также для вычисления мультипольных амплитуд электровозбуждения  $\Delta$ -изобары.

Обозначая через  $^{2s+1}L_S J^P$  состояние со спин-четностью  $J^P$ , орбитальным моментом  $L$  и спином  $s$  и с симметрией относительно перестановок кварков  $\sigma = S, A, M$  (симметричное, антисимметричное, смешанной симметрии), отметим, что мы, как и в работах /1,2/, ограничиваемся первым возбужденным уровнем системы двух осцилляторов (к которой сводится задача) по отношению к основным состояниям двух рассматриваемых спиновых систем  $N$  и  $\Delta$ . У  $\Delta$ -изобары это - три состояния с  $J^P = 3/2^+$ : радиально возбужденная  $S$ -волна  $^4S_3' 3/2^+$  и два орбитально возбужденных  $D$ -состояния  $^4D_3 3/2^+$  и  $^2D_3 3/2^+$ . А для нуклона имеем 4 соответствующих ближайших возбуждения:  $^2S_1' 1/2^+$ ,  $^2S_1 1/2^+$ ,  $^4D_1 1/2^+$ ,  $^2P_1 1/2^+$ . Сверхтонкое взаимодействие смешивает эти состояния с основными, и именно благодаря действию тензорных сил становится возможным квадратичный переход между  $N$  и  $\Delta$ . Все волновые функции мы берем из работы /1/.

Матричный элемент взаимодействия адронов с виртуальным  $\gamma$ -квантом возьмем в релятивистски ковариантной форме из кварковой модели с потенциалом 4-мерного гармонического осциллятора /9/

$$\mathcal{M} = \int d^4x_3 J_\mu(x_3) A^\mu(x_3); \quad (3)$$

индекс 3 означает, что виртуальный  $\gamma$ -квант взаимодействует с одним третьим кварком. В силу аддитивности модели вклад остальных кварков учитывается в выражении для тока с помощью коэффициента 3:

$$J_\mu(x_3) = 3 \int d^4x_1 d^4x_2 \bar{\Psi}_3(x_1, x_2, x_3) \left[ \vec{P}_{(13)} \gamma_{(13)}^\nu \gamma_{\mu(23)} - \gamma_{\mu(13)} \gamma_{(13)}^\nu \vec{P}_{(23)} \right] \Psi_3(x_1, x_2, x_3) \\ A_\mu(x_3) = e^{iKx_3} \varepsilon_\mu. \quad (4)$$

$\hat{Q}_{(3)}$  - оператор заряда,  $\epsilon_\mu$  - вектор поляризации  $\gamma$  - кванта,  $\Psi_i$ ,  $\Psi_f$  - полные волновые функции начального и конечного состояния,  $SU(6) \otimes O(3)$  - структуру которых пока не конкретизируем. Для расчета в (4) мы используем волновые функции нерелятивистской модели. Однако прямая подстановка не дает желаемого результата, так как в (4) содержится интегрирование по нулевым компонентам, что в силу одновременного характера нерелятивистского формализма приводит к бесконечностям. Поэтому преобразуем (4) к виду, приспособленному к трехмерному формализму. Введением переменных,

$$x_1 = R + \frac{\lambda}{\sqrt{6}} + \frac{p}{\sqrt{2}}; \quad x_2 = R + \frac{\lambda}{\sqrt{6}} - \frac{p}{\sqrt{2}}; \quad x_3 = R - \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda,$$

решение для 4-мерного гармонического осциллятора факторизуется. После несложных преобразований матричного элемента (3) с использованием закона сохранения адронного тока, с помощью чего удается избавиться от оператора  $\hat{p}_{\lambda 0}$ , получаем

$$\begin{aligned} M = & 3(2\pi)^4 \delta(p_f - p_i - k) \int d^4 p d^4 \lambda e^{-i\sqrt{\frac{2}{3}} k \lambda} \bar{\Psi}_f(\xi, \lambda) [\hat{k}(\hat{\epsilon} - \frac{\epsilon_0}{k_0} \hat{k}) - \\ & - \frac{2}{3} p_i (\epsilon - \frac{\epsilon_0}{k_0} k) - 2\sqrt{\frac{2}{3}} \hat{p}_\lambda (\hat{\epsilon} - \frac{\epsilon_0}{k_0} \hat{k})] \hat{Q}_{(3)} \Psi_i(\xi, \lambda), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\hat{p}_\lambda$  - оператор импульса,  $\hat{p}_\lambda = \gamma^\mu p_{\lambda\mu}$ .

Из того, что  $\Psi_{i,f}$  имеют вид полинома, умноженного на  $e^{i p x} / 8!$ , видно, что интеграция по нулевым компонентам выделилась

$$\int d^3 p_0 d^3 \lambda_0 e^{-i\sqrt{\frac{2}{3}} k_0 \lambda_0} \bar{\Psi}_f(\xi_0, \lambda_0) \Psi_i(\xi_0, \lambda_0). \quad (6)$$

Отметим, что именно волновые функции  $/8/$  дают возможность осуществить такое выделение интегрирования по нулевым компонентам, чего нельзя сказать относительно использования волновых функций в альтернативном подходе  $/9, II/$ .

Вводя отрицательную норму для нулевых мод и полагая кроме того, что временноподобные возбуждения не возникают  $/8/$ , для выражения (6) получаем

$$\langle f | e^{-i\sqrt{\frac{2}{3}} k_0 \lambda_0} | i \rangle = e^{\frac{k_0^2}{2\alpha^2}}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6), получим окончательный вид матричного элемента, приспособленного к трехмерному формализму:

$$\begin{aligned} M = & 3 e^{\frac{k_0^2}{2\alpha^2}} \int d^3 p d^3 \lambda e^{i\sqrt{\frac{2}{3}} \vec{k} \vec{\lambda}} \bar{\Psi}_f(\vec{p}, \vec{\lambda}) [\hat{k}(\hat{\epsilon} - \frac{\epsilon_0}{k_0} \hat{k}) - \\ & - \frac{2}{3} p_i (\epsilon - \frac{\epsilon_0}{k_0} k) - 2\sqrt{\frac{2}{3}} \hat{p}_\lambda (\hat{\epsilon} - \frac{\epsilon_0}{k_0} \hat{k})] \hat{Q}_{(3)} \Psi_i(\vec{p}, \vec{\lambda}). \end{aligned} \quad (8)$$

3. Гамильтониан взаимодействия поперечно поляризованных  $\gamma$  - квантов с кварками в терминах операторов рождения и уничтожения, соответствующий выражению (8), имеет вид

$$\begin{aligned} H_{int} = & 3 \hat{Q}_{(3)}^* \left\{ -\frac{2\lambda}{\sqrt{3}} (a_2^+ - a_2) (1 - \frac{\vec{k}^2}{8M^2}) + \sqrt{2} |\vec{k}| S_+ (1 - \frac{k_0}{2M} + \frac{\vec{k}^2}{8M^2}) \right\} \times \\ & \times e^{\frac{k_0 a_2^+}{\sqrt{3}\alpha}} e^{-\frac{k_0 a_2}{\sqrt{3}\alpha}} e^{\frac{k^2}{2\alpha^2}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\hat{p}_{\lambda i} = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} (a_i^+ + a_i)$ ,  $\lambda_i = -\frac{i}{\sqrt{2}\alpha} (a_i^+ - a_i)$ ,  $[a_i^+, a_j] = -\delta_{ij}$ ;  $S_+ = S_x + i S_y$  - спиновые матрицы,  $M$  - масса нуклона. Выражение (9) получено для виртуальных  $\gamma$  - квантов с вектором поперечной поляризации, который имеет вид (система координат выбрана так, что 3-мерный импульс  $\gamma$  - кванта направлен по оси  $z$ )  $\epsilon_\mu = -\frac{1}{\sqrt{2}} (0, 1, i, 0)$ .

Для гамильтониана взаимодействия с кварками продольных виртуальных  $\gamma$  - квантов, вектор поляризации которых имеет вид  $\epsilon_\mu = (\frac{k}{\sqrt{k^2}}, 0, 0, \frac{k_0}{\sqrt{k^2}})$ , получаем

$$H_{int} = 3 \hat{Q}_{(3)}^* \left\{ -\frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{k^2}}{k_0} (a_2^+ - a_2) (1 + \frac{\vec{k}^2}{8M^2}) - \frac{\sqrt{k^2}}{2M} k \right\} e^{\frac{k_0 a_2^+}{\sqrt{3}\alpha}} e^{-\frac{k_0 a_2}{\sqrt{3}\alpha}} e^{\frac{k^2}{2\alpha^2}}. \quad (10)$$

При вычислении мультиполей  $M_{1+}$ ,  $E_{1+}$ ,  $L_{1+}$ , которое производится в системе покоя  $\Delta$  - изобары, учет движения нуклона в используемых волновых функциях  $/I/$  производится с помощью следующего преобразования

$$\Psi'(\vec{x}') = \frac{M}{E} \Psi(L^{-1} \vec{x}), \quad (11)$$

где  $E$  - энергия нуклона, а  $L$  - преобразование Лоренца из системы покоя нуклона в систему, где нуклон имеет импульс  $\vec{p} = -\vec{k}$ .

Итак, для мультиполей получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} M_{1+}(k^2) = & (2, 014 + 0, 054 \frac{\vec{k}^2}{\alpha^2} - 0, 0015 \frac{\vec{k}^2}{8M^2} + 0, 054 \frac{k_0}{2M} \frac{\vec{k}^2}{\alpha^2} + \\ & + 0, 054 \frac{\vec{k}^2}{\alpha^2} \frac{\vec{k}^2}{8M^2}) N G(k^2), \\ E_{1+}(k^2) = & -(6, 26 + 6, 65 \frac{\vec{k}^2}{\alpha^2} + 0, 25 \frac{\vec{k}^2}{\alpha^4} + 6, 26 \frac{\vec{k}^2}{8M^2} - 0, 56 \frac{k_0}{2M} \frac{\vec{k}^2}{\alpha^2} + \end{aligned} \quad (12)$$

$$+ 6,65 \frac{\vec{k}^2}{\alpha^2} \frac{\vec{k}^2}{8M^2} \cdot 10^{-3} NG(k^2),$$

$$L_{1+}(k^2) = -12,52 \left(1 + \frac{\vec{k}^2}{8M^2}\right) \cdot 10^{-3} NG(k^2),$$

$$\text{где } N = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{3e}{M} e^{-\frac{\vec{k}_\perp^2}{6\alpha^2}} \alpha |\vec{k}_\perp|,$$

$|\vec{k}_\perp|$  - модуль  $z$ -импульса фотона в точке реального фоторождения; численное значение константы  $\alpha$  определяется в  $1/\Lambda$  из ширины радиационного распада  $\Delta \rightarrow N\gamma$ .

В формуле (12)  $G(k^2)$  представляет собой электромагнитный формфактор  $N$ - $\Delta$ -перехода, имеющий явный вид:

$$G(k^2) = \frac{2M^2}{E^2 + M^2} \cdot \frac{M^2}{E^2} \left( \frac{(M+M')^2 - k^2}{4MM'} \right)^{3/2} e^{\frac{k^2}{6\alpha^2}} e^{\frac{E^2 - M^2}{E^2 + M^2} \frac{\vec{k}^2}{6\alpha^2}}. \quad (13)$$

Выражение для упругого формфактора протона имеет такой же вид с точностью до константы. Формфактор (13) очень хорошо описывает экспериментальные данные вплоть до пространственноподобных инвариантных передач, равных  $2 \text{ (ГэВ)}^2$  (рис.1).

Из (12) следует, что отношение  $E_{1+}/M_{1+}$ , будучи отрицательным, возрастает по абсолютной величине при увеличении модуля квадрата инвариантного импульса виртуального фотона и при  $k^2 = -1,5 \text{ (ГэВ)}^2$  достигает значения 4,5%. Заметим, что в рассматриваемой кварковой модели выражения для продольной и поперечной амплитуд удовлетворяют квазипороговому соотношению /12/:

$$E_{1+} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{k^2}}{\kappa_0} L_{1+}. \quad (14)$$

Магнитная мультипольная амплитуда  $M_{1+}(k^2)$  довольно хорошо описывает ее поведение для пространственноподобных значений  $k^2$  (рис.2). Как видно из рис.2, выражение (12) для  $M_{1+}(k^2)$  хорошо согласуется с результатом мультипольного анализа экспериментальных данных по электророждению в рамках дисперсионной модели /14/. В точке реального фоторождения величина  $M_{1+}$  получилась на 20% ниже экспериментального значения. Это практически совпадает с результатом релятивистских моделей /8-11/ и примерно на 15% улучшает значение, полученное в предыдущих расчетах в рамках нерелятивистских моделей /1,3,4/.

Итак, использование релятивистского характера взаимодействия фотона с кварками в рамках нерелятивистской кварковой модели, а так-

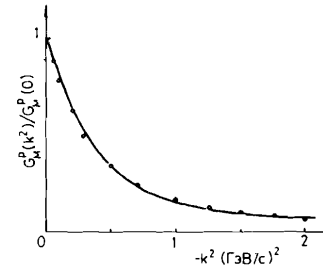


Рис. 1  
 $k^2$ -зависимость упругого формфактора протона  $G_M^p(k^2)$ , полученная в модели (сплошная кривая). Экспериментальные данные взяты из компиляции, приведенной в работе /13/.

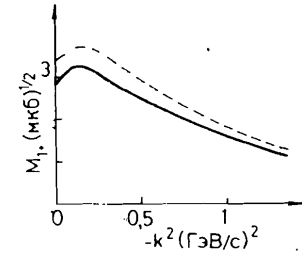


Рис. 2  
Сплошная линия -  $k^2$ -зависимость мультипольной амплитуды  $M_{1+}$ , полученная в модели; штриховая линия - результат мультипольного анализа данных по электророждению в дисперсионной модели /14/.

же учет движения нуклона в  $\Delta$ - $N$ -переходе, приводящий к преобразованию нуклонной волновой функции вида (11), доводит результаты расчетов для реального фоторождения в рамках рассматриваемой модели до уровня результатов релятивистских моделей и дает хорошее  $k^2$ -поведение упругого формфактора протона и мультипольной амплитуды  $M_{1+}$ . Поэтому эта модель вполне может быть применена для интерпретации экспериментальных данных по фоторождению и электророждению пионов на нуклонах в области энергии первого  $\pi N$ -резонанса.

Авторы благодарят Б.М. Понтекорво и А.Н. Тавхелидзе за интерес к работе и ценные замечания. Авторы благодарны С.М. Биленькому, С.Б. Герасимову, В.А. Мещерякову и Л.Л. Неменову за полезные обсуждения.

#### Литература.

1. Герштейн С.С., Джикия Г.В. ЯФ, 1981, 34, с. 1566.
2. Isgur N., Karl G. Phys. Rev., 1979, D19, p. 2653; 1979, D20, p. 1191. Koniuk R., Isgur N. Phys. Rev., 1980, D21, p. 1868.
3. Isgur N., Karl G., Koniuk R. Phys. Rev., 1982, D25, p. 2394.
4. Dey I., Dey M. Phys. Lett., 1984, 138B, p. 200.
5. Грушин В.Ф., Шикалян А.А., Лейкин Е.М., Ротвайн А.Я. ЯФ, 1983, 38, с. 1448.

6. Смелаенко А.С., Сорокин П.В. ЯФ, 1983, 38, с. 668.
7. Igi K., Ono S. Phys. Rev., 1985, D32, p. 232.
8. Feynman R.P., Kislinger M., Ravndal F. Phys. Rev., 1971, D3, p. 2706.
9. Lips R.G. Phys. Rev., 1972, D5, p. 2849.
10. Душенко В.Ф., Кобушкин А.П., Синюков Ю.М. ЯФ, 1976, 24, с. 434.
11. Fujimura K., Kobayashi T., Namiki M. Prog. Theor. Phys., 1970, 44, p. 193.
12. Суровцев Ю.С., Ткебучава Ф.Г. ЯФ, 1972, 16, с. 1294.
13. Krupa D., Dubnicka S. Kundrať V., Meshcheryakov V.A. J. Phys. G. Nucl. Phys., 1984, 10, p. 455.
14. Devenish R.C.E., Lyth D.H. Nucl. Phys., 1975, B93, p. 110.

Рукопись поступила в издательский отдел  
19 февраля 1986 года.

Гогилдзе С.А., Суровцев Ю.С., Ткебучава Ф.Г. P2-86-101  
Электровозбуждение  $\Delta/1230/$ -изобары в модели  
составляющих кварков

В рамках нерелятивистской кварковой модели с сверхтонкими цветомагнитными межкварковыми силами показано, что использование релятивистского характера взаимодействия фотонов с кварками, а также надлежащий учет движения нуклона в  $\Delta$ -N-переходе дает возможность получить удовлетворительное согласие с экспериментальными данными расчетов по фото- и электровозбуждению изобары  $\Delta/1230/$  и по упругим формфакторам протона вплоть до передач импульса  $k^2=-2$  ГэВ<sup>2</sup>.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Goghilidze S.A., Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G. P2-86-101  
Electroexcitation of  $\Delta(1230)$  Isobar in the  
in the Constituent Quark Model

In the framework of the nonrelativistic quark model with hyperfine colourmagnetic interquark forces it is shown that the account of a relativistic behaviour of photon-quark interaction and proper consideration of nucleon motion in the  $\Delta$ -N transition allow one to obtain a satisfactory agreement of calculations with experimental data of photo- and electroexcitation of  $\Delta$  isobar and photon elastic form factors up to momentum transfers  $k^2=-2$  GeV<sup>2</sup>.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1986