ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 8570

Нгуен Суан Хан

ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ СКАЛЯРНОЙ ЧАСТИЦЫ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

1975

P2 - 8570

Нгуен Суан Хан*

ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ СКАЛЯРНОЙ ЧАСТИЦЫ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Направлено в "Вестник МГУ"

* Московский государственный университет

Нгуен Суан Хан

P2 - 8570

Высокоэнергетическое рассеяние скалярной частицы в гравитационном поле

В работе найдены замкнутые выражения для функции Грина и амплитуды рассеяния скалярной частицы во внешнем гравитационном поле $g_{\mu\nu}(\kappa)$ в виде функциональных интегралов. Показано, что тензорный характер гравитационного поля приводит к более быстрому росту сечения с энергией, по сравнению с рассеянием на векторном потенциале. Получены дискретные энергетические уровни частицы в ньютоновском потенциале.

Препринт Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1975

P2 - 8570

Nguyen Suan Han

High-Energy Scalar Particle Scattering in Gravitational Field

Closed expressions for the Green function and for the amplitude of the scalar particle scattering in the external gravitational field $g_{\mu\nu}(\kappa)$ are found in the form of functional integrals. It is shown that, as compared with the scattering on vector potential, the tensor character of the gravitational field leads to a more rapid increase of the cross section with increasing energy. Discrete energy levels of particles are obtained in the Newton potential.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research
Dubna 1975

Введение

В работе [1] был предложен способ формального решения уравнения для функции Грина частицы во внешнем поле с помощью функционального интеграла.

Такое представление гриновских функций оказалось полезным при исследовании взаимодействия элементарных частиц в инфракрасной области [2] и в области высоких энергий [3,4].

В настоящей работе делается попытка распространить этот подход на нелинейное взаимодействие с производными. Рассматривается скалярное поле $\psi(x)$, взаимодействующее с гравитационным полем $g_{\mu\nu}(x)$. Получено замкнутое выражение для функции Грина скалярной частицы во внешнем поле $g_{\mu\nu}(x)$ в виде функционального интеграла. В отличие от работы [5], где рассматривалась такая же задача, в нашем подходе явно учтено дополнительное условие на поле $g_{\mu\nu}(x)$ /условие гармоничности/. Гриновская функция скалярной частицы в поле $g_{\mu\nu}(x)$, представленная в виде функционального интеграла, используется далее при построении амплитуды рассеяния. В высокоэнергетической области получена эйкональная формула для амплитуды рассеяния скалярной частицы на тензорном потенциале. В качестве примера рассмотрен потенциал Ньютона. Показано, что тензорный характер гравитационного поля приводит к более быстрому росту сечения по сравнению с высокоэнергетическим рассеянием на векторном потенциале. Кроме этого в работе получены дискретные энергетические уровни частицы в ньютоновском потенциале.

§1. Функция Грина скалярной частицы во внешнем гравитационном поле

Лагранжиан скалярного поля $\psi(x)$ во внешнем гравитационном поле $g_{\mu\nu}(x)$ имеет вид

$$\mathcal{L}(x) = \frac{\sqrt{-g}}{2}[\, g^{\mu\nu}(x)\,\partial_\mu \psi(x)\partial_\nu \psi(x) - m^2 \psi^2(x)\,] , \qquad /1/$$

где

$$g = \det g_{\mu\nu}(x) = \det \sqrt{-g}\;\; g^{\mu\nu}(x) .$$

Варьирование этого лагранжиана приводит к следующему уравнению на поле $\psi(x)$:

$$[-\tilde g^{\mu\nu}(x)\partial_\mu\partial_\nu - \sqrt{-g}\; m^2 - \partial_\mu \tilde g^{\mu\nu}(x)\partial_\nu]\,\psi(x) = 0 , \qquad /2/$$

$$\tilde g^{\mu\nu}(x) = \sqrt{-g}\;\; g^{\mu\nu}(x) .$$

Уравнение /2/ удобно рассматривать в гармонических координатах, определяемых условием

$$\partial_\mu \tilde g^{\mu\nu}(x) = 0 . \qquad /3/$$

Гармоническая калибровка /3/, являющаяся аналогом лоренцевой калибровки в электродинамике, приводит к исключению нефизических компонент тензорного поля /6/. Уравнение /2/ с учетом условия /3/ принимает вид:

$$[\, \tilde g^{\mu\nu}(x)\, i\partial_\mu\, i\partial_\nu - \sqrt{-g}\;\; m\,]\, \psi(x) = 0 .$$

Для функции Грина скалярной частицы во внешнем гравитационном поле имеем следующее уравнение:

$$[\tilde g^{\mu\nu}(x) i\partial_\mu\; i\partial_\nu - \sqrt{-g}\;\, m^2\,]\, G(x,y\,|\,g^{\mu\nu}) = -\delta^{(4)}(x-y) . \qquad /4/$$

Уравнение /4/ можно записать в операторной форме, если использовать предложенное Фоком /7/ и Фейнманом /8/ представление обратного оператора

$$[\, g^{\mu\nu}(x)\, i\partial_\mu\, i\partial_\nu\; - \sqrt{-g}\;\; m^2\,]^{-1}$$

в виде экспоненты:

$$G(x,y\,|\,g^{\mu\nu}) = i\int_0^\infty d\tau\, \exp\{ -i m^2 \int_0^\tau \sqrt{-g(x,\xi)}\, d\xi \;+ \qquad /5/$$
$$+\, i\int_0^\tau \tilde g^{\mu\nu}(x,\xi)\, i\partial_\mu(\xi)\, i\partial_\nu(\xi)\,\}\, \delta^{(4)}(x-y) \cdot$$

В такой записи экспонента, в показателе которой стоят некоммутирующие величины ∂_μ, $\tilde g^{\mu\nu}(x)$ и $g(x)$, рассматривается как T_ξ экспонента, при этом переменная ξ играет роль упорядочивающего индекса.

Показатель экспоненты в формуле /5/ квадратичен по оператору дифференцирования ∂_μ. Поэтому перейти от T-экспоненты к обычному операторному выражению /"распутать" операторы по терминологии Фейнмана/ без разложения в ряд нельзя. Однако можно понизить степень оператора ∂_μ в формуле /5/, если использовать следующее формальное преобразование /1/:

$$\exp\{\, i\int_0^\tau d\xi\;\; \tilde g^{\mu\nu}(x,\xi)\, i\partial_\mu(\xi)\;\, i\partial_\nu(\xi)\,\} =$$
$$= C_\nu \int \prod_\eta d^4\nu(\eta)\, \exp\{ i\int_0^\tau d\xi\, [\, \tilde g^{\mu\nu}(x,\xi)]^{-1} \nu_\mu(\xi)\, \nu_\nu(\xi) \;- \qquad /6/$$
$$-2i\int_0^\tau d\xi\;\, \nu^\mu(\xi)\;\; \partial_\mu(\xi)\,\} .$$

Функциональный интеграл в правой части формулы /6/ берется в пространстве 4-х функций $\nu_\mu(\xi)$. Константа C_ν определяется из условия

$$C_\nu \int \delta^4\nu_\mu\, \exp\{ -i\int_0^\tau d\xi\, [\, \tilde g^{\mu\nu}(x,\xi)]^{-1}\;\; \nu_\mu(\xi)\nu_\nu(\xi)\,\} = 1 ,$$

откуда следует, что

$$C_\nu = [\, \int \delta^4\nu_\mu \exp\{ -i\int_0^\tau d\xi\, [\tilde g^{\mu\nu}(x,\xi)]^{-1}\;\; \nu_\mu(\xi)\nu_\nu(\xi)\}]^{-1} =$$
$$= (\det[\, g^{\mu\nu}(x,\xi)])^{-1/2} .$$

После подстановки /6/ в /5/ можно "распутать" оператор $\exp\{-2\int_0^\tau d\xi\, \nu^\mu(\xi)\partial_\mu(\xi)\}$ и получить решение уравнения /4/ в виде функционального интеграла

$$G(x,y|g^{\mu\nu}) = i\int_0^\infty d\tau\, e^{-im^2\tau}\, C_\nu \int \delta^4\nu\, \exp\{-im^2\int_0^\tau [\sqrt{-g(x_\xi)} - 1]\, d\xi - i\int_0^\tau d\xi\, [\tilde{g}^{\mu\nu}(x_\xi)]^{-1}\nu_\mu(\xi)\nu_\nu(\xi)\}\, \delta^{(4)}(x-y-2\int_0^\tau \gamma(\eta)\, d\eta), \quad /7/$$

где

$$x_\xi = x - 2\int_\xi^\tau \nu(\eta)\, d\eta .$$

Фурье-образ функции $G(x,y|g^{\mu\nu})$ принимает вид:

$$G(p,q|g|^{\mu\nu}) = \int dx\, dy\, e^{ipx-iqy}\, G(x,y|g^{\mu\nu}) =$$

$$= i\int_0^\infty d\tau\, e^{i(p^2-m^2)\tau} \int dy\, e^{i(p-q)y} C_\nu \int \delta^4\nu\, \exp\{-im^2\int_0^\tau \sqrt{-g(y_\xi)} - 1]\, d\xi - i\int_0^\tau [\tilde{g}^{\mu\nu}(y_\xi)]^{-1}\, [\nu(\xi)+p]_\mu [\nu(\xi)+p]_\nu\}, \quad /8/$$

$$y_\xi = y + 2\int_0^\xi [\nu(\eta)+p]\, d\eta .$$

Формула /8/ является замкнутым выражением для функции Грина скалярной частицы во внешнем гравитационном поле.

Далее будем рассматривать гравитационное поле в линейном приближении, т.е. положим $g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x)$, где $\eta_{\mu\nu}$ метрический тензор Минковского с диагональю

$(1,-1,-1,-1)$. Перепишем формулу /8/ в переменных $h_{\mu\nu}(x)$, пренебрегая степенями $h_{\mu\nu}(x)$ выше первой *

$$G(p,q|h^{\mu\nu}) = i\int_0^\infty d\tau\, e^{i(p^2-m^2)\tau} \int dy\, e^{i(p-q)y} \cdot \int \delta^4\nu\, \exp\{-i\int_0^\tau \nu_\mu(\xi)\nu^\mu(\xi)\, d\xi + i\int_0^\tau \mathfrak{M}(y_\xi)\, d\xi\}, \quad /9/$$

где

$$\mathfrak{M}(y_\xi) = \{\frac{m^2}{2} h^\nu_\nu(y_\xi) + [\nu(\xi)+p]_\mu [\nu(\xi)+p]_\nu h^{\mu\nu}(y_\xi)\}. \quad /10/$$

Формулы /9/-/10/ являются компактной записью суммы диаграмм, представленных на *рис. 1*.

§2. Эйкональное представление для амплитуды рассеяния скалярной частицы на тензорном потенциале

В этом параграфе рассмотрим рассеяние скалярной частицы на внешнем потенциале $h_{\mu\nu}(x)$. Используя выражение /9/, найдем амплитуду рассеяния $F(p,q|h^{\mu\nu})$ /p и q импульсы частицы до и после рассеяния/ по формуле

---

*Лагранжиан /1/ в линейном по $h_{\mu\nu}(x)$ приближении принимает вид $\mathfrak{L}(x) = \mathfrak{L}_0(x) + \mathfrak{L}_{int}(x)$, где

$$\mathfrak{L}_0(x) = \frac{1}{2}[\partial^\mu\psi(x)\,\partial_\mu\psi(x) - m^2\psi^2(x)],$$

$$\mathfrak{L}_{int}(x) = -\frac{1}{2} h^{\mu\nu}(x)\, T_{\mu\nu}(x),$$

$$T_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu\psi(x)\,\partial_\nu\psi(x) - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}[\partial^\mu\psi(x)\partial_\mu\psi(x) - m^2\psi^2(x)]$$

- тензор энергии-импульса скалярного поля.

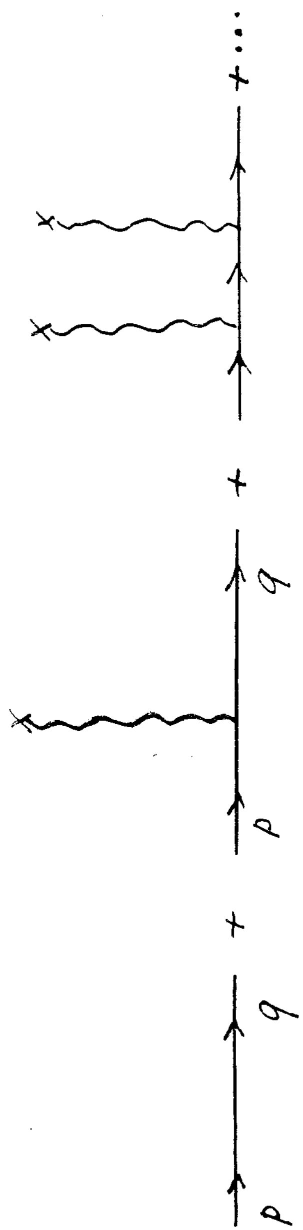

Рис. 1

$$F(p,q\,|\,h^{\mu\nu}) = \lim_{p^2,\,q^2\to m^2} (p^2-m^2)(q^2-m^2)\,G(p,q\,|\,h^{\mu\nu}). \qquad /11/$$

Используя тождество $e^{a}-1 = a\int_0^1 d\lambda\, e^{\lambda a}$, вычтем из $G(p,q\,|\,h^{\mu\nu})$ свободную функцию Грина $G_0(p,q)=\dfrac{(2\pi)^4\delta^{(4)}(p-q)}{p^2-m^2}$, которая не дает вклада в амплитуду рассеяния /11/. В результате получим

$$F(p,q\,|\,h^{\mu\nu}) = \lim_{p^2,\,q^2\to m^2} (p^2-m^2)(q^2-m^2)\, i\int_0^\infty dy\, e^{iTy}\int d\tau\, e^{i(p^2-m^2)\tau}$$

$$\int\delta^4\nu\, \exp\{-i\int_0^\tau \nu_\mu(\xi)\,\nu^\mu(\xi)\,d\xi\}\int_0^\tau d\eta\, \mathfrak{M}(y_\eta)\int_0^1 d\lambda\, e^{i\lambda\int_0^\tau \mathfrak{M}(y_\xi)\,d\xi}, \qquad /12/$$

где $T = p-q$.

Производя в /12/ замену переменных,

$$y = y' - 2p\eta - 2\int_0^\eta \nu(\eta')\,d\eta',$$

$$\nu(\xi) = \nu'(\xi) - (p-q)\,\theta(\eta-\xi), \qquad /13/$$

$$\theta(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi > 0 \\ 0, & \xi < 0 \end{cases}$$

и используя соотношение /9/

$$\lim_{a,\,\epsilon\to 0} ia\int_0^\infty d\tau\, e^{ia\tau-\epsilon\tau} f(\tau) = f(\infty), \qquad /14/$$

перейдем в формуле /12/ на массовую поверхность. Окончательно амплитуда рассеяния принимает вид:

$$F(p,q\,|\,h^{\mu\nu}) = \int dy\, e^{iTy}\int\delta^4\nu\, \exp\{-i\int_{-\infty}^{\infty}\nu_\mu(\xi)\,\nu^\mu(\xi)\,d\xi\}\cdot \qquad /15/$$

$$\cdot\,\mathfrak{M}(y\,|\,0)\int_0^1 d\lambda\, \exp\{i\lambda\int_{-\infty}^{\infty} d\xi\, \mathfrak{M}(y\,|\,\xi)\},$$

где

$$\mathfrak{M}(y|\xi) = \{ \frac{m^2}{2} h^{\nu}_{\nu} [y + 2p\theta(\xi)\xi + 2q\theta(-\xi)\xi + 2\int_0^{\xi} \nu(\eta)\, d\eta] +$$

$$+ [\nu(\xi) + p\theta(\xi) + q\theta(-\xi)]_{\mu} [\nu(\xi) + p\theta(\xi) + q\theta(-\xi)]_{\nu} h^{\mu\nu}(y +$$

$$+ 2p\theta(\xi) + 2q\theta(-\xi)\xi + 2\int_0^{\xi} \nu(\eta)\, d\eta \quad . \qquad /16/$$

Для оценки функциональных интегралов в формуле /15/ применим приближение прямолинейных путей /3,4,10/ , т.е. предположим, что при рассеянии высокоэнергетической частицы на гладком потенциале $h^{\mu\nu}(y)$ /16/ можно пренебречь зависимостью от функциональной переменной $\nu(\eta)$Другими словами, считается, что основной вклад в функциональный интеграл в /15/ дает траектория свободно движущейся частицы с импульсом $\vec{p}$ при $\xi > 0$ и $\vec{q}$ при $\xi < 0$, проходящая через точку y при $\xi = 0$.

Для простоты рассмотрим случай, когда потенциал от времени не зависит: $h^{\mu\nu}(y) = h^{\mu\nu}(\vec{r}, t) = h^{\mu\nu}(\vec{r})$. Тогда для амплитуды рассеяния получим следующее представление *:

$$F(p,q) = 2(2\pi)^2 \delta(p_0 - q_0) f(p,q) ,$$

$$f(p,q) = \frac{1}{4\pi} \int d\vec{r}\, e^{iT\vec{r}} \; \mathfrak{M}'(\vec{r}|0) \int_0^1 d\lambda \, \exp\{ i\lambda \chi(\vec{r}) \} \quad , \qquad /17/$$

где

$$\mathfrak{M}'(\vec{r}\,|0) = \{ \frac{m^2}{2} h^{\nu}_{\nu}(\vec{r}) + \frac{1}{4} [p+q]_{\mu} [p+q]_{\nu} h^{\mu\nu}(\vec{r}) \} \; ,$$

---

* Амплитуда $f(p,q)$ нормирована соотношениями:

$$\sigma = \frac{4\pi}{|p|} \operatorname{Im} f(p,p), \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(p,q)|^2 .$$

$$\chi_0(\vec{r}) = \frac{1}{2|p|} \int_{-\infty}^{\infty} ds \, \{ \frac{m^2}{2} h^{\nu}_{\nu} (\vec{r} + \hat{p}\, \theta(s) s + \hat{q}\,\theta(-s) s) +$$

$$[p\theta(s) + q\theta(-s)]_{\mu} [p\theta(s) + q\theta(-s)]_{\nu} h^{\mu\nu} (\vec{r} + p\theta(s) s + \hat{q}\theta(-s) s) \},$$

$$\hat{p} = \frac{\vec{p}}{|p|} . \qquad /18/$$

В случае слабого гравитационного поля тензор $h^{\mu\nu}(\vec{r})$ имеет вид /11/ :

$$h^{00}(\vec{r}) = 2\phi(\vec{r}) ,$$

$$h^{\alpha\beta}(\vec{r}) = 2\delta_{\alpha\beta}\phi(\vec{r}) , \qquad /19/$$

$$h^{0\alpha}(\vec{r}) = h^{\alpha 0}(\vec{r}) = 0 , \quad (\alpha, \beta = 1,2,3) .$$

Так как рассматривается высокоэнергетическое рассеяние, то первым слагаемым в формуле /18/ можно пренебречь по сравнению со вторым. В результате имеем:

$$f(p,q) = \frac{1}{2\pi} \int d\vec{r}\, e^{iT\vec{r}} (p_0^2 + \vec{p}^{\,2}) \phi(\vec{r}) \int_0^1 d\lambda \, \exp\{ i\lambda \chi_0(\vec{r}) \} , \qquad /20/$$

где

$$\chi_0(\vec{r}) = \frac{1}{|p|} \int_{-\infty}^{\infty} ds \, (p^2 + \vec{p}^{\,2}) \phi(\vec{r} + \hat{p}s) . \qquad /21/$$

Направим ось z вдоль импульса $\vec{p}$, а ось x поместим в плоскости, задаваемой векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$. В этой системе координат для фазы /21/ при рассеянии на малые углы $\theta \ll 1$ получим следующее выражение:

$$\chi_0(p_0, \vec{r}) = \frac{2p_0^2}{|p_z|} \{ \int_0^{\infty} ds \, \phi(x, y, z+s) + \int_{-\infty}^{0} ds \, \phi(x + s\sin\theta, y, z +$$

$$+ s\cos\theta) \} \simeq \frac{2p_0^2}{|p_z|} \int_{-\infty}^{\infty} ds \, \phi(x, y, z+s) = \frac{2p_0^2}{|p_z|} \int_{-\infty}^{\infty} dz \, \phi(\vec{r}) . \qquad /22/$$

Передача импульса при малых углах рассеяния почти перпендикулярна оси z, поэтому в формуле /20/ можно положить $\exp\{i\vec{T}\vec{r}\} = \exp\{i(T_x x + T_y y)\}$. Интегрируя в этой формуле по dz и $d\lambda$, с учетом /23/, получим глауберовское представление для амплитуды [12]

$$f(p,q) = -\frac{i|p_z|}{2\pi}\int d^2\vec{b}\, e^{i\vec{b}\vec{T}_\perp}\{\exp[i\chi_0(p_0,\vec{b})]-1\}, \qquad /23/$$

где $\vec{b} = (x,y,0)$, а эйкональная фаза $\chi_0(p_0,\vec{b})$ определяется формулой /22/.

Рассмотрим ньютоновский потенциал, как предел юкавского потенциала при $\mu \to 0$, $\phi(\vec{r}) = \frac{kMe^{-\mu r}}{r}\Big|_{\mu=0} = -\frac{kM}{r}$,

где k - гравитационная постоянная, $k = 6.10^{-39}\, m_p^2$, M - масса, создающая потенциал. В этом случае эйкональная фаза /22/ принимает следующий вид:

$$\chi_0(p_0,\vec{b}) = -\frac{2k\,p_0^2 M}{|p_z|}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, \frac{e^{-\mu\sqrt{b^2+z^2}}}{\sqrt{b^2+z^2}} = \qquad /24/$$

$$= -\beta\, K_0(\mu|b),$$

где $\beta = \frac{k\,M\,p_0^2}{2\pi|p_z|}$, а $K_0(\mu|b) = \frac{1}{2\pi}\int d^2\vec{k}_\perp \frac{e^{i\vec{k}_\perp\vec{b}_\perp}}{\vec{k}_\perp^2+\mu^2}$ - функция Кельвина нулевого порядка. Для амплитуды рассеяния имеем следующее выражение:

$$f(p,q) = -\frac{i|p_z|}{2\pi}\int d^2\vec{b}\, e^{i\vec{b}\vec{T}}\{\exp[-i\beta\int\frac{d^2k_\perp}{2\pi}\frac{e^{i\vec{k}_\perp\vec{b}_\perp}}{\vec{k}_\perp^2+\mu^2}]-1\}. \qquad /25/$$

Вычислим интеграл /25/, сохраняя лишь члены, не исчезающие при

$\mu \to 0$ *,

$$f(\vec{p},\vec{q}) = -\frac{k\,M\,p_0^2}{\pi t}\,\frac{\Gamma(1+i\beta)}{\Gamma(1-i\beta)}\exp\{-i\beta\ln(\frac{\sqrt{t}}{\mu c})\}, \qquad /26/$$

где $t = -|\vec{T}_\perp|^2$, c - постоянная Эйлера. Расходящаяся при $\mu \to 0$ фаза в /26/ обусловлена, как хорошо известно, дальнодействием ньютоновского потенциала [14]. Сравнение формулы /26/ с результатами работы [10], где рассматривалось рассеяние скалярной частицы векторным потенциалом, позволяет заключить, что $\frac{\sigma_{гр}}{\sigma_{век}} \sim \frac{k^2M^2}{e^2}p_0^2$.

Полюса амплитуды, определяемые формулой /26/, дают дискретные энергетические уровни частицы в ньютоновском потенциале

$$E_n = -\frac{k^2 m^2 M\,(m+M)}{8\pi^2}\,\frac{1}{n^2}, \quad n = 1,2,3\ldots \qquad /27/$$

Если в формуле /27/ положить $m = M \sim m_{нуклона}$, то энергия основного состояния оказывается равной

$E_1 = 9{,}4.10^{-70}$ *эВ*.

В заключение автор благодарит Б.М.Барбашова, В.Н.Первушина и В.В.Нестеренко за постановку задачи и полезные обсуждения.

---

*Аналогичный результат был получен в работе [13], посвященной суммированию диаграмм Фейнмана в полевой теории с обменом безмассовой тензорной частицей.

Литература

1. Б.М.Барбашов. ЖЭТФ, 48, 607 /1965/.
   Е.С.Фрадкин. Труды ФИАН СССР, 29 /1965/.
2. Б.М.Барбашов, М.К.Волков. ЖЭТФ, 50, 660 /1966/.
3. Б.М.Барбашов, Д.И.Блохинцев, В.В.Нестеренко, В.Н.Первушин. ЭЧАЯ 4, вып. 3 /1973/.
4. B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, V.N.Pervushin, A.N.Sissakian, A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett., 33B, 484 (1970).
   Б.М.Барбашов, С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян. ТМФ 3, 342 /1970/.
5. A.Maheshwari. Annals of Physics, 84, 474 (1974).
6. В.А.Фок. Теория пространства, времени и тяготения. Физматгиз, М., 1961.
7. V.A.Fock. Phys. Z.Sowjetunion, 12, 404 (1937).
8. R.P.Feynman. Phys.Rev., 84, 108 (1951).
9. Г.А.Милехин, Е.С.Фрадкин. ЖЭТФ, 45, 1926 /1963/.
10. В.Н.Первушин. Препринты ОИЯИ, Р-4866 /1969/, Р2-5150 /1970/.
11. Л.П.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, Физматгиз, стр. 428 /1973/.
12. R.J.Glauber. Lectures in Theoretical Physics, v. I, p. 315 N.Y. (1959).
13. И.В.Андреев. Краткие сообщения по физике, ФИАН 6, 34 /1970/.
14. Н.Моот, Г.Месси. Теория атомных столкновений, гл. 3 "Мир" /1969/.

Рукопись поступила в издательский отдел
31 января 1975 года.