

**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

**P2-85-869**

**С.Дубничка**

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АНАЛИТИЧНОСТИ  
ПРИ АНАЛИЗЕ ДАННЫХ  
ПО ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ФОРМФАКТОРАМ  
АДРОНОВ**

**1985**

## ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на то, что основные свойства адронов определяются сильными взаимодействиями, их взаимодействие с заряженными лептонами осуществляется только через электромагнитное поле. Поэтому амплитуду рассеяния заряженных лептонов на адронах или аннигиляции лептон-антилептонной пары на адрон-антиадрон можно аппроксимировать однофотонной диаграммой /рис.1/, в которой кварк-глюонная структура адрона феноменологическим способом учитывается при помощи так называемых электромагнитных формфакторов /ФФ/ /кружок в однофотонной диаграмме рис.1/. Они являются скалярными функциями квадрата переданного импульса фотона  $t = -Q^2$ , и их число зависит от квантовых чисел адрона.

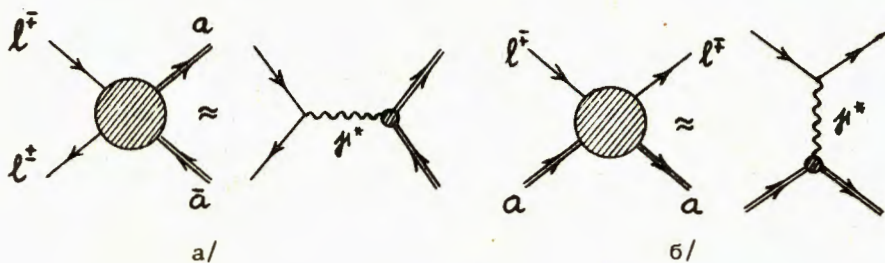


Рис. 1.

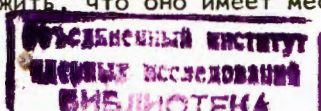
Так, например, для:

- $\pi$ -мезона - существует только одна скалярная функция, полностью описывающая электромагнитную структуру;
- K-мезонов - существуют две функции, так называемый изовекторный  $F_K^V(t)$  и изоскалярный  $F_K^S(t)$  ФФ;
- нуклонов - существуют четыре функции; изоскалярные электрический  $G_E^S(t)$  и магнитный  $G_M^S(t)$  и изовекторные электрический  $G_E^V(t)$  и магнитный  $G_M^V(t)$  ФФ

и т.п.

В рамках аксиоматической квантовой теории поля доказывался /1/, что пионный ФФ  $F_\pi(t)$  является аналитической функцией своего аргумента во всей плоскости  $t$  кроме разреза от  $t = 4m_\pi^2 / \pi$  - масса  $\pi$ -мезона/ до  $+\infty$ .

Для каонных и нуклонных ФФ аналогичные свойства не доказаны. Но на основе изучения аналитических свойств ряда теории возмущений можно предположить, что оно имеет место.



Дальше мы сосредоточим внимание только на пионном ФФ, так как его можно использовать для определения  $\rho'/1250/$  и  $\rho''/1600/$  мезонов в связи с появлением новых данных  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  в Новосибирске <sup>/2/</sup> и Орск <sup>/3/</sup> для  $t \lesssim 5 \text{ ГэВ}^2$ . Этот вопрос кажется интересным потому, что был период, когда  $\rho'/1250/$  находился в таблицах элементарных частиц, но позднее из-за недостатка убедительных экспериментальных данных был исключен.

Обсудим следующие вопросы:

- построение реалистической модели  $F_\pi(t)$  с любым числом резонансов;
- определение параметров и других характеристик  $\rho'/1250/$  и  $\rho''/1600/$  в сущности из данных по  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ ;
- предсказание поведения  $I=J=1$  парциальной амплитуды  $\pi\pi$ -расщепления из построенной нами модели  $F_\pi(t)$ ;
- попытку предсказать область, в которой асимптотический член  $F_\pi(t)$ , полученный в рамках пертурбативной квантовой хромодинамики /КХД/, доминирует.

### 1. РЕАЛИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ $F_\pi(t)$ С ЛЮБЫМ ЧИСЛОМ РЕЗОНАНСОВ

Мы построим ее, исходя из аналитических свойств пионного ФФ, которые изображены на рис.2. Они состоят из корневой точки ветвления при  $t=4m_\pi^2$ , отвечающей упругому порогу, корневой точки ветвления  $t_{inel}$ , отвечающей началу эффективного неупругого разреза, полюса  $t_p = -15,36 m_\pi^2$  и нуля  $t_z = -8,96 m_\pi^2$  на втором листе поверхности Римана, при помощи которых аппроксимируется <sup>/4,5/</sup> так называемый левый разрез, и полюсов  $t_\rho, t_{\rho'}, t_{\rho''}, \dots$  на нефизических листах, отвечающих резонансам  $\rho/770/, \rho'/1250/, \rho''/1600/, \dots$

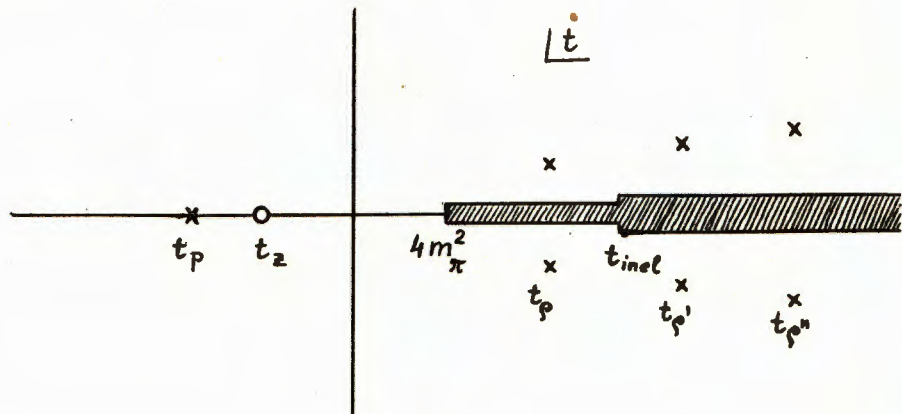


Рис.2.

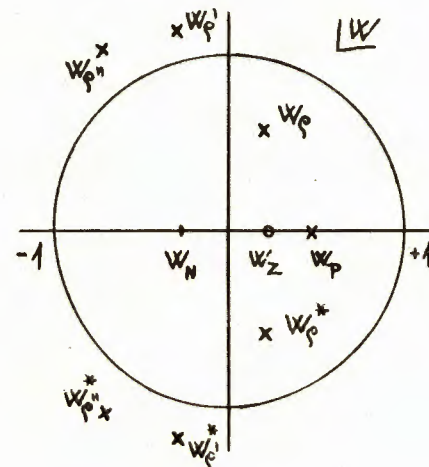


Рис.3.

Как следствие, в нашей модели пионный ФФ определен на четырехлистной поверхности Римана.  $\rho/770/$ -мезон находится на 2-м листе при  $t = (m_\pi \mp \Gamma_\rho/2)^2$  и  $\rho'/1250/, \rho''/1600/, \dots$  мезоны - на 3-м листе в точках  $t_{\rho'} = (m_\pi \mp \Gamma_{\rho'}/2)^2$  и  $t_{\rho''} = (m_\pi \mp \Gamma_{\rho''}/2)^2$  соответственно, так как на основе результатов работы  $\rho/8/$  ожидается, что  $t_{inel} < m_\rho^2, m_{\rho'}^2, \dots$

Используя обратное преобразование Жуковского

$$W(t) = i \frac{\sqrt{q_1 + q} - \sqrt{q_1 - q}}{\sqrt{q_1 + q} + \sqrt{q_1 - q}}, \quad /1/$$

где

$$q_1 = \frac{1}{2} \sqrt{t_{inel} - 4}, \quad q = \frac{1}{2} \sqrt{t - 4}, \quad m_\pi = 1,$$

отобразим первые два листа поверхности Римана внутрь единичной окружности, а третий и четвертый - вне ее, как показано на рис.3. В плоскости W оба разреза отсутствуют. Новая переменная W(t) содержит всю предполагаемую структуру разрезам  $F_\pi(t)$ , изображенную на рис.2. Такое же утверждение справедливо и для ФФ  $F_\pi(t)$ , определенного формулой

$$F_\pi[W(t)] = \frac{(W^2 - 1)^m (W - W_Z) \prod_{n=0}^L A_n W^n}{(W - W_P) \prod_{\nu=\rho, \rho', \rho'', \dots} (W - W_\nu) (W - W_\nu^*)} \quad /2/$$

Здесь  $A_n$  - вещественные коэффициенты, что является следствием условия действительности  $F_\pi^*(t) = F_\pi(t^*)$ . Множитель  $(W^2 - 1)^m$  в числителе обеспечивает асимптотику ФФ:

$$F_{\pi}[W(t)]_{t \rightarrow \pm\infty} \approx t^{-m/2}, \quad \text{где } m = 1, 2, 3, \dots \quad /3/$$

Известно, что резонансы кроме  $m_v, \Gamma_v$  характеризуются и соответствующим вычетом в полюсе, который включает отношение констант связей  $f_{v\pi\pi}/f_v, v = \rho, \rho', \rho'' \dots$ . Универсальная вектор-мезонная константа связи  $f_v$  определяет ширину  $\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)$ , а  $f_{v\pi\pi}$  - парциальную ширину  $\Gamma(V \rightarrow \pi^+\pi^-)$ . Для нахождения явной зависимости модели /2/ от отношения  $f_{v\pi\pi}/f_v$  мы используем вектор-мезон-доминантное представление пионного  $\Phi\Phi$

$$F_{\pi}^{(вмд)}(t) \approx \sum_{v=\rho, \rho', \rho'' \dots} \frac{m_v^2 (f_{v\pi\pi}/f_v)}{m_v^2 - t} = \sum_v F_{\pi}^{(v)}(t), \quad /4/$$

которое мы преобразуем в переменную  $W(t)$ . В результате получаем

$$F_{\pi}^{(\rho)}(t) = \frac{m_{\rho}^2 (f_{\rho\pi\pi}/f_{\rho}) [(1-W^2)(1-W_{\rho 0}^2)]^2}{16q_1^2 (1-W_{\rho 0}^2 W^2)(W-W_{\rho 0})(W-W_{\rho 0}^*)}, \quad /5a/$$

$$W_{\rho 0} = -W_{\rho 0}^* = \lim_{\Gamma_{\rho} \rightarrow 0} W_{\rho},$$

$$F_{\beta}^{(\rho')} (t) = - \frac{m_{\rho'}^2 (f_{\rho'\pi\pi}/f_{\rho'}) [(1-W^2)(1-W_{\rho' 0}^2)]^2}{16q_1^2 W_{\rho' 0}^2 (W+W_{\rho' 0})(W+W_{\rho' 0}^*)(W-W_{\rho' 0})(W-W_{\rho' 0}^*)}, \quad /5b/$$

$$W_{\rho' 0} = \frac{1}{W_{\rho' 0}^*} = \lim_{\Gamma_{\rho'} \rightarrow 0} W_{\rho'}$$

$$F_{\pi}^{(\rho'')} (t) = - \frac{m_{\rho''}^2 (f_{\rho''\pi\pi}/f_{\rho''}) [(1-W^2)(1-W_{\rho'' 0}^2)]^2}{16q_1^2 W_{\rho'' 0}^2 (W+W_{\rho'' 0})(W+W_{\rho'' 0}^*)(W-W_{\rho'' 0})(W-W_{\rho'' 0}^*)}, \quad /5в/$$

$$W_{\rho'' 0} = \frac{1}{W_{\rho'' 0}^*} = \lim_{\Gamma_{\rho''} \rightarrow 0} W_{\rho''}$$

Так как в исходной формуле /2/ всегда учитывается для резонанса только ближайшая к физической области пара комплексно сопряженных полюсов, в выражениях /5a/ ... /5в/ мы выделяем члены  $\frac{c}{(W-W_{v0})(W-W_{v0}^*)}$  в знаменателе и отождествляем их с соответствующими слагаемыми в разложении /2/ на парциальные дроби для  $\Gamma_v \rightarrow 0$

Таким способом мы получаем равенства

$$\sum_{n=0}^L (C_{\rho 0} W_{\rho 0}^n - C_{\rho 0}^* W_{\rho 0}^{*n}) A_n = 2\Gamma_{\rho 0}, \quad /6/$$

$$\sum_{n=0}^L (C_{\rho' 0} W_{\rho' 0}^n + C_{\rho' 0}^* W_{\rho' 0}^{*n}) A_n = \Gamma_{\rho' 0} + \Gamma_{\rho' 0}^*, \quad /7/$$

$$\sum_{n=0}^L (C_{\rho'' 0} W_{\rho'' 0}^n + C_{\rho'' 0}^* W_{\rho'' 0}^{*n}) A_n = \Gamma_{\rho'' 0} + \Gamma_{\rho'' 0}^*, \quad \text{и т.п., } /8/$$

где

$$C_{\rho 0} = \frac{(W_{\rho 0}^2 - 1)^m (W_{\rho 0} - W_Z)}{(W_{\rho 0} - W_P)(W_{\rho 0} - W_{\rho 0}^*)(W_{\rho 0} - W_{\rho'}) (W_{\rho 0} - W_{\rho'}^*) (W_{\rho 0} - W_{\rho''}) (W_{\rho 0} - W_{\rho''}^*)}, \quad /9/$$

$$C_{\rho' 0} = \frac{(W_{\rho' 0}^2 - 1)^m (W_{\rho' 0} - W_Z)}{(W_{\rho' 0} - W_P)(W_{\rho' 0} - W_{\rho})(W_{\rho' 0} - W_{\rho}^*) (W_{\rho' 0} - W_{\rho' 0}^*) (W_{\rho' 0} - W_{\rho''}) (W_{\rho' 0} - W_{\rho''}^*)}, \quad /10/$$

$$C_{\rho'' 0} = \frac{(W_{\rho'' 0}^2 - 1)^m (W_{\rho'' 0} - W_Z)}{(W_{\rho'' 0} - W_P)(W_{\rho'' 0} - W_{\rho})(W_{\rho'' 0} - W_{\rho}^*) (W_{\rho'' 0} - W_{\rho'})(W_{\rho'' 0} - W_{\rho'}^*) (W_{\rho'' 0} - W_{\rho'' 0}^*)}, \quad /11/$$

и  $\Gamma_{\rho 0}, \Gamma_{\rho' 0}, \Gamma_{\rho'' 0}$  - вычеты  $F_{\pi}^{(v)}(t), v = \rho, \rho', \rho''$  в полюсах  $W_{\rho 0}, W_{\rho' 0}$  и  $W_{\rho'' 0}$  соответственно, поскольку соотношения

$$\Gamma_{\rho 0} + \Gamma_{\rho 0}^* = 0, \quad /12a/$$

$$W_{\rho 0}^* \Gamma_{\rho 0} + W_{\rho 0} \Gamma_{\rho 0}^* = 0, \quad /12б/$$

$$W_{\rho' 0}^* \Gamma_{\rho' 0} + W_{\rho' 0} \Gamma_{\rho' 0}^* = 0 \quad /12в/$$

выполняются /7/ автоматически.

Пороговые условия

$$\text{Im} F_{\pi}(t) \Big|_{q=0} = \frac{\partial \text{Im} F_{\pi}(t)}{\partial q} \Big|_{q=0} = \frac{\partial^2 \text{Im} F_{\pi}(t)}{\partial q^2} \Big|_{q=0} = 0 \quad /13/$$

приводят к равенству

$$A_0 + R(\rho, \rho', \rho'') A_1 = 0, \quad /14/$$

где

$$R(\rho, \rho', \rho'') = \left[ \left( \frac{1}{W_P} - \frac{1}{W_Z} \right) + \frac{2 \text{Re} W_{\rho}}{|W_{\rho}|^2} + \frac{2 \text{Re} W_{\rho'}}{|W_{\rho'}|^2} + \frac{2 \text{Re} W_{\rho''}}{|W_{\rho''}|^2} \right]^{-1} \quad /15/$$

Условие нормировки

$$F_{\pi}(t) \Big|_{t=0} = 1 \quad /16/$$

дает соотношение

$$\sum_{n=0}^L A_n W_N^n = C_N(\rho, \rho', \rho''), \quad /17/$$

где

$$C_N(\rho, \rho', \rho'') = \frac{(W_N - W_P) \prod_{v=\rho, \rho', \rho''} (W_N - W_v)(W_N - W_v^*)}{(W_N^2 - 1)^m (W_N - W_Z)} \quad /18/$$

$$\text{и } W_N = W(t) \Big|_{t=0}.$$

Если мы ограничимся только тремя резонансами  $\rho, \rho', \rho''$  и  $L=4$ , то, решая замкнутую систему уравнений /6/, /7/, /8/, /14/ и /17/ относительно  $A_n$ , получаем модель пионного ФФ, которая отражает все фундаментальные свойства и зависит только от следующих физических параметров:  $m, t_{inel}, m_v, \Gamma_v, f_{v\pi\pi} / f_v$  для  $v = \rho, \rho', \rho''$ .

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ $\rho'/1250/$ И $\rho''/1600/$ ИЗ ДАННЫХ ПО $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ \*

До появления новых экспериментальных данных из Новосибирска /2/ и Орса /3/, параметров ни для одного из резонансов

\* Результаты были получены при участии Л.Мартиновича из ФИ ЦЭФИ САН в Братиславе.

$\rho'/1250/$  и  $\rho''/1600/$  из данных по пионному ФФ определить не удалось. По этой причине в работе /7/ рассматривалась только совместимость существовавших данных по пионному ФФ и резонансов  $\rho'/1250/$ ,  $\rho''/1600/$ . Их масса и ширина фиксировались /8/ путем усреднения всех известных значений из разных экспериментов. Мы пришли к заключению /7/, что наилучшее описание данных получается с моделью, которая учитывает только  $\rho/770/$  и  $\rho''/1600/$ .

В связи с этим результатом и появлением новых экспериментальных данных, особенно из Орса /3/ в области  $\rho''/1600/$  мезона, оказалось возможным поставить интересный вопрос: можно ли теперь определить  $m_{\rho''}, \Gamma_{\rho''}$  прямо из фита данных.

Методом, предложенным в предыдущем пункте, мы построили модель пионного ФФ только с  $\rho'/770/-$  и  $\rho''/1600/-$  резонансами и сделали анализ всех соответствующих данных. Теперь нам действительно удалось определить  $m_{\rho''}$  и  $\Gamma_{\rho''}$  и вместе с другими свободными параметрами модели, которые имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} \chi^2/ndf &= 455/259 & m &= 3, \text{ т.е. } F_{\pi}[W(t)] \sim t^{-3/2} \\ t_{inel} &= 1,90 \pm 0,02 \text{ ГэВ}^2 & m_{\rho''} &= 1671,3 \pm 12,6 \text{ МэВ} \\ m_{\rho} &= 765,4 \pm 0,4 \text{ МэВ} & \Gamma_{\rho''} &= 779,9 \pm 83,1 \text{ МэВ} \\ \Gamma_{\rho} &= 154,5 \pm 0,7 \text{ МэВ} & f_{\rho''\pi\pi}/f_{\rho} &= 0,16 \pm 0,01 \\ f_{\rho\pi\pi}/f_{\rho} &= 1,38 \pm 0,01. \end{aligned} \quad /19/$$

В то время как параметры  $\rho$ -мезона вполне разумны, для  $\rho''$ -мезона они в сравнении с табличными значениями /9/  $m_{\rho''} = 1590 \pm 20$  МэВ,  $\Gamma_{\rho''} = 260 \pm 100$  МэВ/ очень сдвинуты. Большая ширина  $\rho''$ -мезона наводит на мысль о том, что  $\rho''$  как будто эффективно описывает одновременно два резонанса. Поэтому была построена модель, учитывающая  $\rho/770/$ ,  $\rho'/1250/$  и  $\rho''/1600/$  и повторен анализ всех существующих данных. В качестве результата мы получили

$$\begin{aligned} \chi^2/ndf &= 455/256 & m &= 3, \text{ т.е. } F_{\pi}[W(t)] \sim t^{-3/2}, \\ t_{inel} &= 1,47 \pm 0,01 \text{ ГэВ}^2, & & /20/ \\ m_{\rho} &= 764,4 \pm 0,4 \text{ МэВ} & m_{\rho'} &= 1217,1 \pm 1,4 \text{ МэВ} & m_{\rho''} &= 1495,6 \pm 20,6 \text{ МэВ} \\ \Gamma_{\rho} &= 157,9 \pm 0,7 \text{ МэВ} & \Gamma_{\rho'} &= 298,1 \pm 42,5 \text{ МэВ} & \Gamma_{\rho''} &= 535,8 \pm 78,2 \text{ МэВ} \\ f_{\rho\pi\pi}/f_{\rho} &= 1,53 \pm 0,01 & f_{\rho'\pi\pi}/f_{\rho'} &= -0,13 \pm 0,01 & f_{\rho''\pi\pi}/f_{\rho''} &= 0,28 \pm 0,04, \end{aligned}$$

где все величины кажутся вполне разумными. Чтобы убедиться в этом, а также в отношении констант связей, мы учитываем хорошо известный экспериментальный факт: распад  $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  идет почти со 100% вероятностью. Из  $\Gamma_{\rho}$  в /20/ мы получаем  $f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi \approx 3,08$ , а из отношения  $f_{\rho\pi\pi}/f_{\rho}$  в /20/ находим  $f_{\rho^0/4\pi} \approx 1,31$  и  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-) = 10$  кэВ. По таблицам элементарных частиц /9/  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-) \approx 7$  кэВ. Недавно в процессе  $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^-p$  при  $E_{\gamma} = 19,3$  ГэВ было измерено /10/ отношение

$$\frac{\sigma(\gamma p \rightarrow \rho'' p) \Gamma(\rho'' \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\sigma(\gamma p \rightarrow \rho p) \Gamma(\rho'' \rightarrow \text{all})} = (1,34 \pm 0,23) \cdot 10^{-2}. \quad /21/$$

Его можно тоже применить в качестве проверки значений параметров /20/. С этой целью амплитуды процессов  $\gamma p \rightarrow \rho p$  и  $\gamma p \rightarrow \rho'' p$  можно писать в рамках модели векторной доминантности в виде

$$G_{\gamma \rightarrow \rho} A_{\rho p \rightarrow \rho p} \text{ и } G_{\gamma \rightarrow \rho''} A_{\rho'' p \rightarrow \rho'' p} \text{ соответственно, где } G_{\gamma \rightarrow \rho} = e/f_{\rho},$$

$$G_{\gamma \rightarrow \rho''} = e/f_{\rho''} \text{ и } A_{\rho p \rightarrow \rho p} = A_{\rho'' p \rightarrow \rho'' p}.$$

Как следствие, мы получаем

$$\frac{\sigma(\gamma p \rightarrow \rho'' p) \Gamma(\rho'' \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\sigma(\gamma p \rightarrow \rho p) \Gamma(\rho'' \rightarrow \text{all})} \approx \frac{f_{\rho}^2}{4\pi} \left( \frac{f_{\rho''} \pi \pi}{f_{\rho''}} \right)^2 \frac{(m_{\rho''}^2 - 4m_{\pi}^2)^{3/2}}{12\Gamma_{\rho''} m_{\rho''}^2} \approx 2,26 \cdot 10^{-2}, /22/$$

что является неплохим результатом, если учесть, при помощи какой грубой аппроксимации мы его получили.

### 3. ПРЕДСКАЗАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ $I=J=1$ ПАРЦИАЛЬНОЙ АМПЛИТУДЫ $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ

Наша модель пионного ФФ с любым числом резонансов содержит один упругий и один эффективный неупругий разрез. Поэтому упругое условие унитарности ФФ

$$\text{Im} F_{\pi}^I(t) = F_{\pi}^I(t) A_1^{*1}(t), \quad /23/$$

где  $A_1^1(t)$   $I=J=1$  - парциальная амплитуда  $\pi\pi$ -рассеяния, может быть использовано для аналитического продолжения ФФ на второй лист поверхности Римана через верхний или нижний берег упругого разреза для  $4 < t < t_{inel}$ . В результате можно получить выражение для ФФ на втором листе

$$F_{\pi}^{II}(t) = \frac{F_{\pi}^I(t)}{1 + 2i A_1^1(t)}, \quad /24/$$

откуда находим для амплитуды  $\pi\pi$ -рассеяния

$$A_1^1(t) = \frac{F_{\pi}^I(t) - F_{\pi}^{II}(t)}{2i F_{\pi}^{II}(t)}. \quad /25/$$

В принципе она может быть продолжена на всю комплексную плоскость  $t$ , но для нас интересна лишь физическая область, находящаяся на верхнем берегу  $t+i\epsilon$  унитарного разреза, где имеются экспериментальные данные по  $A_1^1(t+i\epsilon)$ .

Стандартная параметризация  $I=J=1$  парциальной амплитуды  $\pi\pi$ -рассеяния в физической области

$$A_1^1(t+i\epsilon) = \frac{\eta_1^1(t+i\epsilon) e^{2i\delta_1^1(t+i\epsilon)} - 1}{2i} \quad /26/$$

\* Я признателен С.Б.Герасимову за предложение этой проверки.

вместе с /25/ приводит к выражению

$$\eta_1^1(t+i\epsilon) e^{2i\delta_1^1(t+i\epsilon)} = \frac{F_{\pi}^I(t+i\epsilon)}{F_{\pi}^{II}(t+i\epsilon)}, \quad /27/$$

откуда нетрудно найти, что

$$\delta_1^1(t+i\epsilon) = \frac{1}{2} \text{arctg} \frac{\text{Im} \frac{F_{\pi}^I(t+i\epsilon)}{F_{\pi}^{II}(t+i\epsilon)}}{\text{Re} \frac{F_{\pi}^I(t+i\epsilon)}{F_{\pi}^{II}(t+i\epsilon)}}, \quad \eta_1^1(t+i\epsilon) = \left| \frac{F_{\pi}^I(t+i\epsilon)}{F_{\pi}^{II}(t+i\epsilon)} \right|. \quad /28/$$

Подставляя вместо пионного ФФ в /28/ нашу модель, мы можем предсказать поведение  $\delta_1^1$  и  $\eta_1^1$ .

Используя двухрезонансную модель /7/ с  $\rho$ /770/ и зафиксированными значениями параметров  $\rho''$ /1600/, которая оказалась совместимой с существующими тогда данными, мы получили поведение  $\delta_1^1(t+i\epsilon)$  и  $\eta_1^1(t+i\epsilon)$  /рис.4/, находящееся в хорошем согласии с данными /12/. Это объясняется тем, что зафиксированное значение массы  $\rho''$ /1600/-мезона в пионном ФФ почти совпадает со значением /12/, полученным в фазовом анализе  $\pi\pi$ -рассеяния.

Если в выражение /28/ подставляем нашу трехрезонансную модель со значениями параметров /20/, то вычисляем поведение  $\delta_1^1(t+i\epsilon)$  и  $\eta_1^1(t+i\epsilon)$ , изображенных на рис.5. И в этом случае получаем качественное согласие с экспериментальными данными. Но в районе массы  $\rho'$ /1250/ появляется в  $\eta_1^1(t+i\epsilon)$  новая тонкая структура, указывающая на заметную связь  $\rho'$ /1250/ с  $\pi\pi$ -каналом. Поскольку эти результаты мы получили из анализа чистого процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ , то надеемся, что в более аккуратном фазовом анализе  $\pi\pi$ -рассеяния, который всегда содержит примесь модельной зависимости, эта структура в  $\eta_1^1(t+i\epsilon)$  будет раньше или позднее обнаружена.

### 4. МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ В СООТВЕТСТВИИ С ПРЕДСКАЗАНИЯМИ КХД\*

В рамках пертурбативной квантовой хромодинамики /КХД/ для поведения пионного ФФ на асимптотике получается /13-15/ следующее выражение:

$$F_{\pi}^{(KHD)}(Q^2) \underset{Q^2 \rightarrow \infty}{\approx} \frac{64\pi^2 f_{\pi}^2}{(11 - \frac{2}{3} n_f) Q^2 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}, \quad /29/$$

где  $f_{\pi} = 93$  МэВ - константа пионного распада,  $n_f$  - число ароматов кварков,  $\Lambda \approx 0,1$  ГэВ масштабный параметр КХД и  $t = -Q^2$ .

\* Результаты получены в сотрудничестве с М.Мойжишом из Университета им.Я.-А.Коменского в Братиславе.

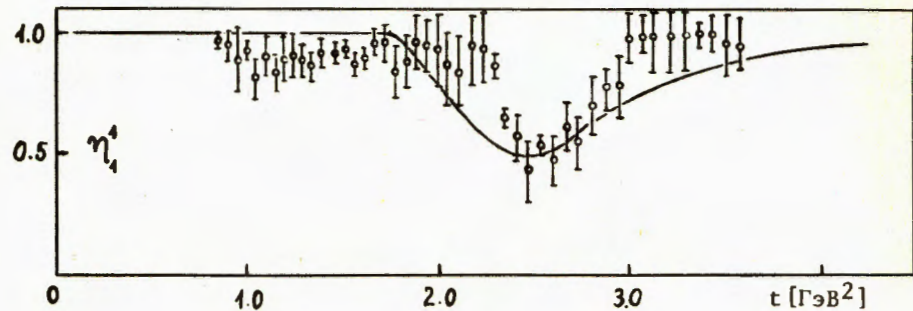
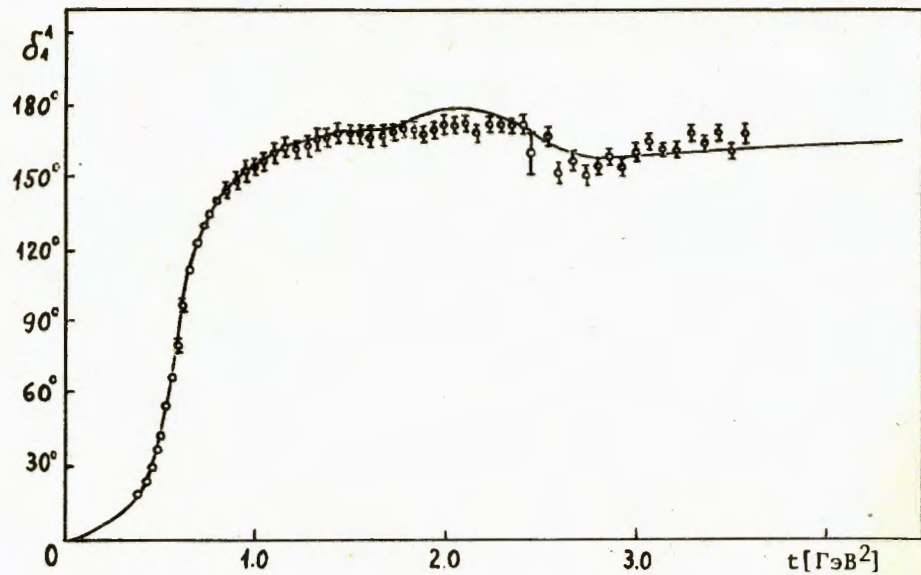


Рис. 4.

Так как наша модель пионного ФФ учитывает правильные аналитические свойства и имеет асимптотическое поведение  $t \rightarrow \pm\infty t^{-3/2}$ , мы можем написать следующее дисперсионное соотношение без вычитаний

$$F_{\pi}[W(Q^2)] = \frac{1}{\pi} \int_4^{\infty} \frac{\text{Im} F_{\pi}[W(t')]}{t' + Q^2} dt' \quad /30/$$

Дальше мы будем искать такую поправку  $\text{Im} f(t')$  к нашей  $\text{Im} F_{\pi}[W(t')]$  в /30/, чтобы для  $Q^2 > Q_{\text{кхд}}^2$  ( $Q_{\text{кхд}}^2$  значение с которого  $F_{\pi}^{(\text{кхд})}(Q^2)$  доминирует) имело место

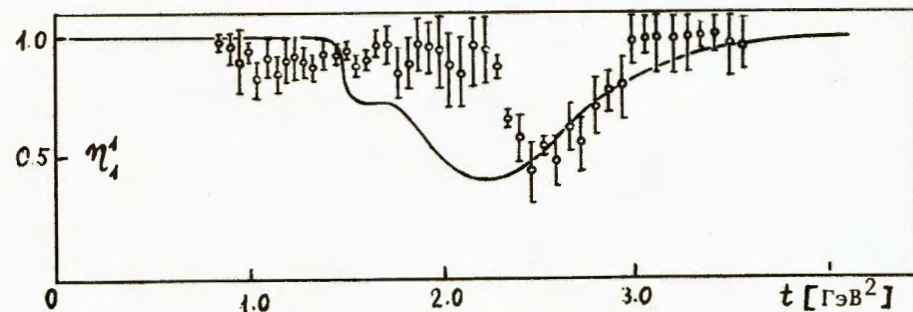
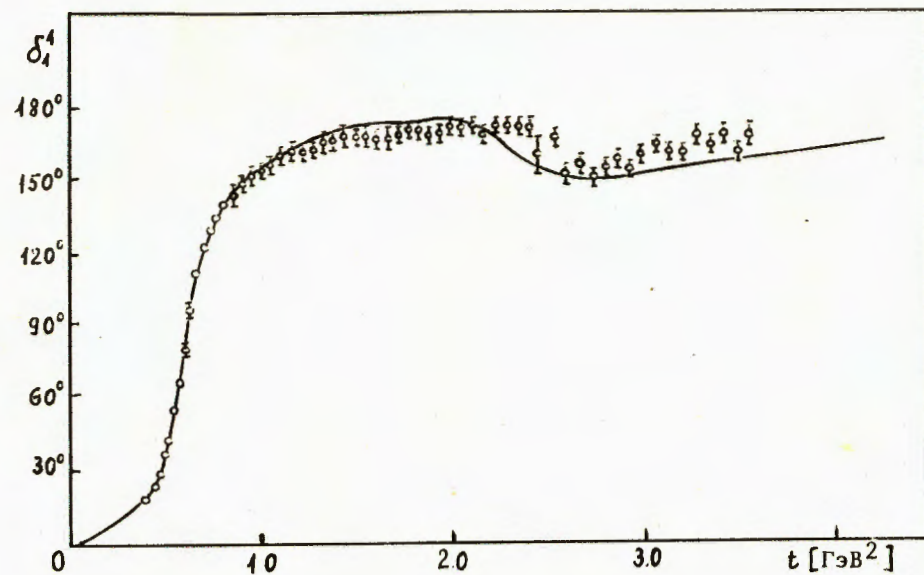


Рис. 5.

$$\frac{A}{Q^2 \ln Q^2/\Lambda^2} = \frac{1}{\pi} \int_4^{\infty} \frac{\text{Im} F_{\pi}[W(t')]}{t' + Q^2} dt' + \frac{1}{\pi} \int_{t_2}^{\infty} \frac{\text{Im} f(t')}{t' + Q^2} dt' \quad /31/$$

или

$$\frac{A}{Q^2 \ln Q^2/\Lambda^2} - \frac{B}{Q^3} = \frac{1}{\pi} \int_{t_2}^{\infty} \frac{\text{Im} f(t')}{t' + Q^2} dt', \quad /32/$$

где

$$A = \frac{64\pi^2 f^2}{(11 - \frac{2}{3}n_f)}, B = \lim_{Q \rightarrow \infty} Q^3 F_\pi[W(t)] = 877m_\pi^3 \approx 2,4 \text{ ГэВ}^3$$

и  $t_2 > 4$  является свободным параметром.

Уравнение /32/ мы не умеем решать, поскольку аналитические свойства левой части отличаются от аналитических свойств правой. Это и понятно, так как в левой части учтены только асимптотические члены. Поэтому мы их аналитически продлим в конечную область следующей подстановкой

$$Q \rightarrow \{C + \sqrt{t_2 + Q^2}\}, \quad /33/$$

вводя еще один свободный параметр  $C$ , который определим позднее.

Как следствие, получаем

$$\frac{A}{\{C + \sqrt{t_2 - t}\}^2 \ln \frac{\{C + \sqrt{t_2 - t}\}^2}{\Lambda^2}} - \frac{B}{\{C + \sqrt{t_2 - t}\}^3} = \frac{1}{\pi} \int_{t_2}^{\infty} \frac{\text{Im}f(t')}{t' - t} dt', \quad /34/$$

и отсюда уже легко найти, что

$$\text{Im}f(t') = B \frac{\{3C^2 - (t' - t_2)\} \sqrt{t' - t_2}}{\{C^2 + (t' - t_2)\}^3} - \quad /35/$$

$$- A \frac{2C\sqrt{t' - t_2} \ln \frac{\{C^2 + (t' - t_2)\}}{\Lambda^2} + \{C^2 - (t' - t_2)\} \text{arctg} \frac{2C\sqrt{t' - t_2}}{\{C^2 - (t' - t_2)\}}}{\{C^2 + (t' - t_2)\}^2 \left\{ \ln^2 \frac{\{C^2 + (t' - t_2)\}}{\Lambda^2} + \text{arctg}^2 \frac{2C\sqrt{t' - t_2}}{\{C^2 - (t' - t_2)\}} \right\}}$$

обладающая свойством

$$\text{Im}f(t') \Big|_{t'=t_2} = 0 \text{ для } \Lambda \neq C. \quad /36/$$

Чтобы получить гладкую сшивку  $\text{Im}F_\pi[W(t')]$  с  $\text{Im}f(t')$  в точке  $t' = t_2$ , требуется

$$\frac{d \text{Im}f(t')}{dt'} \Big|_{t'=t_2} = 0, \quad /37/$$

откуда получается следующее трансцендентное уравнение для  $C$ ;

$$\frac{3B}{2C} - \frac{A}{\ln \frac{C^2}{\Lambda^2}} - \frac{A}{\ln^2 \frac{C^2}{\Lambda^2}} = 0. \quad /38/$$

Для  $n_f = 6$ ,  $\Lambda \approx 0,1 \text{ ГэВ}$ ,  $A=0,78$  существуют два решения

$$C = 0,1086 \quad /39/$$

$$C = 54.$$

Второй свободный параметр  $t_2$  в  $\text{Im}f(t')$  мы получаем из условия

$$\frac{1}{\pi} \int_{t_2}^{\infty} \frac{\text{Im}f(t')}{t'} dt' = 0, \quad /40/$$

так как наша модель нормирована, т.е.  $F_\pi[W(0)] = 1$ .

Условие /40/ принимает следующую эквивалентную форму:

$$\frac{A}{\{C + \sqrt{t_2}\}^2 \ln \frac{\{C + \sqrt{t_2}\}^2}{\Lambda^2}} - \frac{B}{\{C + \sqrt{t_2}\}^3} = 0. \quad /41/$$

Для  $C = 54$  не существует решения /41/, но для  $C = 0,1086$  получаем  $t_2 = 1300 \text{ ГэВ}^2$ . /42/

Теперь, подставляя значение /42/ и первое решение из /39/ в /35/, получаем поправку  $\text{Im}f(t')$  к мнимой части  $\text{Im}F_\pi[W(t')]$ , которая незначительно изменяет модель в области экспериментальных данных /в  $Q^2 = 0$ ,  $f/0/ = 0$  и в последней экспериментальной точке  $Q^2 = 10 \text{ ГэВ}^2$ ,  $f/10/ = 4 \cdot 10^{-8}$ /, но исправляет асимптотическое поведение нашей модели пионного ФФ таким образом, что оно становится идентичным с асимптотикой, предсказываемой пертурбативной КХД. Значит, мы можем использовать эту исправленную модель для определения области доминантности асимптотического члена  $F_\pi(t)$ , полученного в рамках КХД.

Из следующей таблицы видно

$Q^2$ [ГэВ <sup>2</sup> ]	$F_\pi^{\text{испр}}(Q^2)$	$F_\pi^{(\text{КХД})}(Q^2)$	$[F_\pi^{\text{испр}}(Q^2) - F_\pi^{(\text{КХД})}(Q^2)]$
10	$3,9 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$2,8 \cdot 10^{-2}$
$10^2$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$8,5 \cdot 10^{-4}$	$1,05 \cdot 10^{-3}$
$10^3$	$7,7 \cdot 10^{-5}$	$6,8 \cdot 10^{-5}$	$0,9 \cdot 10^{-5}$
$10^4$	$5,6 \cdot 10^{-6}$	$5,3 \cdot 10^{-6}$	$0,3 \cdot 10^{-6}$
$10^5$	$4,8 \cdot 10^{-7}$	$4,8 \cdot 10^{-7}$	$\approx 0$
$10^6$	$4,8 \cdot 10^{-8}$	$4,2 \cdot 10^{-8}$	$\approx 0$

что если мы ограничимся разницей, меньше 10%, то асимптотический член КХД пионного ФФ будет доминировать не ближе, чем для  $Q^2 > 10000 \text{ ГэВ}^2$ .

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким способом нам удалось построить реалистическую модель пионного ФФ с любым числом резонансов, учитывающую все фундаментальные свойства и представляющую определенную свободу выбора асимптотического поведения, а также зависящую только от параметров с физической интерпретацией.



Путем применения этой модели к анализу всех существующих в настоящее время данных по пионному ФФ, нам удалось определить параметры  $\rho'/1250/$  и  $\rho''/1600/$ . На основе этой модели мы предсказали поведение Р-волновой изовекторной фазы и неупругости  $\pi\pi$ -рассеяния во всей экспериментально измеримой области, а также значение квадрата переданного импульса, с которого асимптотический член пионного ФФ, полученный в рамках пертурбативной КХД, доминирует.

Продемонстрированный здесь подход был уже частично успешно применен к анализу нуклонных ФФ<sup>16/</sup>, в настоящее время он разрабатывается для случая каонных ФФ, и нам кажется, что с его помощью можно будет кое-что сказать и о поведении электромагнитных ФФ легких ядер во времениподобной области.

Автор выражает искреннюю благодарность В.А.Мещерякову за обсуждения, полезные замечания и прочтение текста рукописи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, ИИЛ, М., 1963, с.740.
2. Barkov L.M. et al. Nucl.Phys. 1985, B256, p.365.
3. Bisello D. Preprint LAL/85-15, Orsay, 1985.
4. Dubnička S., Martinovič L. Czech.J.Phys, 1979, B29, p.1384.
5. Dubnička S., Meshcheryakov V.A., Milko J. J.Phys.G.: Nucl. Phys., 1981, 7, p.605.
6. Dubnička S., Dubničková A.Z., Meshcheryakov V.A. Czech.J. Phys., 1979, B29, p.142.
7. Dubnička S., Martinovič L. Contributed paper to XXII Int. Conf. on High Energy Physics, Leipzig, 1984.
8. Gerasimov S.B., Govorkov A.B. Z.Phys., 1982, C13, p.43.
9. Particle Data Group. Rev. Mod.Phys., 1984, 56. N 2, part.11.
10. Abe K, et al. Phys.Rev.Lett., 1984, 53, p.751.
11. Dubnička S., Martinovič L. Preprint IC/85/85, Trieste, 1985.
12. Hyams B. et al. Nucl.Phys., 1973, B64, p.134.
13. Farrar G., Jackson D. Phys.Rev.Lett., 1979, 43, p. 246.
14. Lepage G.P., Brodsky S.J. Phys.Lett., 1979, B87, p.354.
15. Efremov A.V., Radyushkin A.V. Phys.Lett., 1980, B94, p.254.
16. Krupa D., Dubnička S., Kundrát V., Meshcheryakov V.A. J.Phys. G: Nucl.Phys., 1984, 10, p.455.

Рукопись поступила в издательский отдел  
2 декабря 1985 года.

### Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.