объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-85-703

С.Г.Горишний, С.А.Ларин*

КХД-ПОПРАВКИ К ПАРТОННЫМ ПРАВИЛАМ СУММ ДЛЯ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ ГЛУБОКОНЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ

Направлено в журнал "Physics Letters"

* Институт ядерных исследований АН СССР, Москва

1985

I. Одним из наиболее убедительных подтверждений правильности нашего понимания динамики сильных взаимодействий на малых расстояниях явился бы факт экспериментальной проверки того, что квантовая хромодинамика (КХД) действительно описывает разные физические процессы с помощью одного универсального параметра $\Lambda_{КХД}$, появляющегося из решений уравнений ренормгруппы /1/. Такая проверка требует, с одной стороны, накопления большого экспериментального материала, а с другой – проведения теоретических расчетов физических величин в достаточно высоком порядке теории возмущений (ТВ). Последнее является необходимым из-за схемовой зависимости ТВ-расчетов (см., например, /2/).

Как известно, расчет только лидирующих членов в разложении по константе связи α_s недостаточен для корректной проверки универсальности $\Lambda_{КХД}$ /3/. Такая совершенно необходимая теоретическая информация накоплена далеко не для всех процессов, которые могут быть использованы для тестирования КХД.

В настоящей заметке мы вычисляем двухпетлевые $O(\alpha_s^2)$ поправки КХД к партонным правилам сумм для структурных функций глубоконеупругого рассеивания. Однопетлевые поправки были получены в работах /4,5/; вычисление $O(\alpha_s^2)$ вкладов было начато в нашей предыдущей работе /6/, где приведен результат для правила сумм Бьеркена для рассеивания нейтрино на нуклоне.

2. Как известно, глубоконеупругие процессы могут быть описаны амплитудой

$$
\begin{aligned}
W_{\mu\nu}(p,q) &= \int e^{iqz} dz \langle p| J_\mu^+(z) J_\nu(0) |p\rangle = \\
&= \left(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu}\right) W_1(x,Q^2) + \left(p - \frac{pq}{q^2}q\right)_\mu \left(p - \frac{pq}{q^2}q\right)_\nu W_2(x,Q^2) \\
&- i\,\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} p_\lambda q_\rho W_3(x,Q^2),
\end{aligned}
\qquad (I)
$$

где J_μ – слабый (или электромагнитный) адронный ток;
$Q^2 = -q^2$; $x = -q^2/2pq$ – переменная Бьеркена;
$|p\rangle$ – состояние адрона.

Усреднение по спину подразумевается. Партонная модель предсказывает следующие соотношения между структурными функциями различных процессов /7/:

$$
\int_0^1 dx \left(W_1^{\bar{\nu}p}(x,Q^2) - W_1^{\nu p}(x,Q^2) \right) = 1 ; \qquad (2a)
$$

$$\frac{Q^2}{2}\int_0^1 \frac{dx}{x^2}\left(W_2^{\bar\nu p}(x,Q^2)-W_2^{\nu p}(x,Q^2)\right)=2; \qquad (2в)$$

$$\frac{Q^2}{2}\int_0^1 \frac{dx}{x}\left(W_3^{\bar\nu p}(x,Q^2)+W_3^{\nu p}(x,Q^2)\right)=6. \qquad (2с)$$

Учет сильных взаимодействий модифицирует только первое и третье соотношение. Как уже отмечалось, поправки к первому соотношению получены в /6/, так что нам осталось рассмотреть только соотношение (2с). Для учета КХД -поправок обычно используется техника операторного разложения /8/. Вместо (I) можно рассматривать величину

$$A^{ab}_{\mu\nu}(q)=i\int e^{iqz}dz\, T\left(A^a_\mu(z)V^b_\nu(0)\right)\underset{Q^2\to\infty}{\simeq} C^{V,abc}_{\mu\nu\alpha}(q)V^c_\alpha(0), \qquad (3)$$

чья мнимая часть дает вклад в W_3. Здесь $V^a_\mu=\bar\psi\gamma_\mu t^a\psi$ и $A^a_\mu=\bar\psi\gamma_\mu\gamma_5 t^a\psi$ – векторный и псевдовекторный несинглетные кварковые токи; t^a – генераторы группы ароматов $SU(f)$. Справа удержан ведущий член разложения, дающий вклад в (2с). Коэффициентная функция имеет структуру

$$C^{V,abc}_{\mu\nu\alpha}(q)=if^{abc}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\cdot\frac{q_\beta}{q^2}\cdot C^V\left(\frac{\mu^2}{Q^2},\alpha_s\right), \qquad (4)$$

где f^{abc} – структурные константы группы $SU(f)$, μ – ренормировочный параметр. Функция C^V является ренормгрупповым инвариантом:

$$C^V\left(\frac{\mu^2}{Q^2},\alpha_s\right)=C^V\left(1,\bar\alpha_s\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)\right), \qquad (5)$$

где

$$\bar\alpha_s\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)=\frac{1}{\beta_0\ln Q^2/\Lambda^2}-\frac{\beta_1\ln\ln Q^2/\Lambda^2}{\beta_0^3\left(\ln Q^2/\Lambda^2\right)^2};$$

$$\beta_0=(33-2f)/12\pi;\quad \beta_1=(102-38/3\cdot f)/16\pi^2.$$

Здесь Λ – универсальный скейлинговый параметр.
Q^2– зависимость правой части (2с) может быть записана в виде

$$\frac{Q^2}{2}\int_0^1\frac{dx}{x}W_3^{\bar\nu p+\nu p}=6\,C^V(1,\bar\alpha_s)+O\left(\frac{1}{Q^2}\right). \qquad (6)$$

Для нахождения C^V воспользуемся методом, предложенным в /9/. Суть его заключается в нахождении оператора, проектирующего левую часть разложения (3) на оператор V^c_α и извлекающего тем самым коэффициентную функцию перед ним. В частности, нетрудно проверить, используя размерную регуляризацию и тот факт, что в ней вакуумные безмассовые интегралы тождественно равны нулю, что

$$C^{V,abc}_{\mu\nu\alpha}=-\frac{1}{6}\langle 0|\,T\left(\bar\psi(p)\gamma_\alpha t^c\psi(-p)\,A^{ab}_{\mu\nu}(q)\right)|0\rangle\Big|_{p=0}. \qquad (7)$$

Здесь $\psi(p)$ – фурье-образ кваркового поля, несущего импульс p, а вклад в правую часть дают только диаграммы, являющиеся асимптотически неприводимыми, т.е. те, которые нельзя сделать несвязными, разрывая линию с малым импульсом. (Более подробно алгоритм описан в /9,6/). Отметим, что каждая отдельная диаграмма может содержать инфракрасные сингулярности, которые должны убираться константой перенормировки оператора V^a_μ, но из-за сохранения тока она равна единице, так что инфракрасные расходимости просто сокращаются между собой.

Соотношение (7) не вполне корректно, пока не сказано, как определяется в размерной регуляризации символ γ_5. Мы использовали следующее определение аксиального тока /10/:

$$\gamma_\mu\gamma_5\to\gamma^{[\alpha}\gamma^\beta\gamma^{\sigma]};\quad A^a_\mu\to A^a_{[\alpha\beta\sigma]}=\bar\psi t^a\gamma^{[\alpha}\gamma^\beta\gamma^{\sigma]}\psi,$$

где квадратные скобки означают антисимметризацию. Такое определение нарушает аксиальное тождество Уорда, в частности, константа перенормировки аксиального тока $A^a{[\mu\nu\lambda]}$ больше не равна единице (МS – схема):

$$Z_A^{NS}=1+\frac{\alpha_s^2}{\pi}\,\frac{2}{3\epsilon}\,\beta_0\neq 1,$$

где $\epsilon=(4-D)/2$, D – размерность пространства в размерной регуляризации. Тем не менее, как было показано в /II/, мы можем переопределить аксиальный заряд (который изначально равен единице) таким образом, что тождество Уорда восстановится. Новый заряд g_5 определяется равенством

$$R_{MS} V^a_\mu \gamma_5 = g_5(\alpha_s)\, 4!\, i\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\, R_{MS} A^a_{[\nu\lambda\rho]}, \qquad (8)$$

где R_{MS} означает действие ультрафиолетовой R – операции в схеме минимальных вычитаний /12/. Такая более аккуратная трактовка (7) ведет к формуле

$$C^{V,abc}_{\mu\nu\alpha}(q) = -4i\epsilon_{\mu\delta\beta\rho}\, g_5(\alpha_s) R_{MS}\langle 0|T(\bar\psi\gamma_\alpha t^c\psi\, A^{ab}_{[\delta\beta\rho]\nu})|0\rangle\Big|_{p=0}, \qquad (9)$$

что гарантирует надлежащую перенормировку аксиального тока ($A^{ab}_{[\delta\beta\rho]\nu}$ получается из $A^{ab}_{\mu\nu}$ заменой $A^a_\mu \to A^a_{[\delta\beta\rho]}$).

3. Как видно из формул (6) и (9), для расчета поправок к (2с) нужно знать пересчетную функцию $g_5(\alpha_s)$ и функцию Грина $R_{MS}\langle 0|T(\bar\psi\gamma_\alpha t^c\psi\, A^{ab}_{[\delta\beta\rho]\nu})|0\rangle|_{p=0}$. Для нахождения последней в двухпетлевом приближении необходимо вычислить около тридцати безмассовых диаграмм пропагаторного типа (т.е. с одним внешним импульсом). Это вычисление было проведено с помощью SCHOONSCHIP -программы, описанной в /13/, которая использует алгоритм вычисления интегралов работы /14/. В модифицированной схеме минимальных вычислений ($\overline{MS}$ -схеме) /4/ нами получены следующие результаты:

$$g_5(\alpha_s) = 1 - C_F\cdot\frac{\alpha_s}{\pi} + \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 C_F\left(-\frac{371}{144}C_A + \frac{25}{72}f + \frac{11}{8}C_F\right); \qquad (10)$$

$$C^V(1,\alpha_s) = 1 - \frac{3}{4}C_F\cdot\frac{\alpha_s}{\pi} + \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 C_F\left(-\frac{23}{16}C_A + \frac{1}{4}f + \frac{21}{32}C_F\right), \qquad (11)$$

где C_F и C_A – квадратичные операторы Казимира фундаментального и присоединенного представлений группы $SU(N)$. Для $N = 3$ (три цвета) $C_F = 4/3$; $C_A = 3$. Подставляя (11) в (6), получаем искомый ответ.

4. Результат, выраженный формулой (11), может быть использован для нахождения поправок к еще одному партонному правилу сумм.

Рассмотрим процесс глубоконеупругого электророждения на поляризованной мишени. В этом случае в амплитуде (1) усреднение по спину отсутствует, и появляются еще два формфактора

$$\Delta W_{\mu\nu}(p,q) = i\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\, q^\rho\left(\frac{s^\lambda}{pq}\, g_1(x,Q^2) + (pq\, s^\lambda - qs\cdot p^\lambda)\frac{g_2(x,Q^2)}{(pq)^2}\right), \qquad (12)$$

где s^λ описывает спин адрона. Формфакторам g_1 и g_2 соответ-

ствуют правила сумм /15/:

$$\int_0^1 dx\, \left(g_1^{ep}(x,Q^2) - g_1^{en}(x,Q^2)\right) = \frac{1}{3}g_A; \qquad (13a)$$

$$\int_0^1 dx\, \left(g_2^{ep}(x,Q^2) - g_2^{en}(x,Q^2)\right) = 0, \qquad (13в)$$

где $g_A = 1,23$ – константа слабого распада нейтрона. В рамках КХД α_s – поправки получает только соотношение (13а) /5/. Его Q^2 -зависимость (в низшем твисте) можно найти, рассматривая операторное разложение величины

$$V^{ab}_{\mu\nu}(q) = i\int e^{iqz}dz\, T\left(V^a_\mu(z)V^b_\nu(0)\right) \underset{Q^2\to\infty}{\simeq} C^{A,abc}_{\mu\nu\alpha}(q)\cdot A^c_\alpha(0), \qquad (14)$$

где выписан только член, дающий вклад в (13а). Функция $C^{A,abc}_{\mu\nu\alpha}(q)$ имеет ту же структуру, что и $C^{V,abc}_{\mu\nu\alpha}(q)$ (см. (4)); правая часть (13а) пропорциональна формфактору C^A. Нетрудно, однако, заметить, что в силу аксиального тождества Уорда в безмассовом приближении должно выполняться: $C^A = C^V$, откуда, используя (11) сразу можно получить ответ для (13а).

5. Таким образом, мы имеем следующий набор соотношений (для полноты мы приводим также результат для правила сумм (2а), полученный ранее совместно с Ткачевым и Четыркиным /6/):

$$\int_0^1 dx\, W_1^{\bar\nu p-\nu p}(x,Q^2) = 1 - \frac{2}{3}\frac{\bar\alpha_s}{\pi} + \left(\frac{\bar\alpha_s}{\pi}\right)^2\cdot\left(-\frac{23}{6} + \frac{8}{27}f\right); \qquad (15a)$$

$$\int_0^1 dx\, W_3^{\bar\nu p+\nu p}(x,Q^2) = 6\left(1 - \frac{\bar\alpha_s}{\pi} + \left(\frac{\bar\alpha_s}{\pi}\right)^2\cdot\left(-\frac{55}{12} + \frac{1}{3}f\right)\right); \qquad (15в)$$

$$\int_0^1 dx\, g_1^{ep-en}(x,Q^2) = \frac{1}{3}g_A\left(1 - \frac{\bar\alpha_s}{\pi} + \left(\frac{\bar\alpha_s}{\pi}\right)^2\cdot\left(-\frac{55}{12} + \frac{1}{3}f\right)\right). \qquad (15c)$$

Из (15в) и (15с) вытекает еще одно правило сумм, верное во всех порядках теории возмущений:

$$\int_0^1 dx\, g_1^{ep-en} \Big/ \int_0^1 dx\, W_3^{\bar\nu p+\nu p} = \frac{1}{18}g_A + O\left(\frac{1}{Q^2}\right). \qquad (16)$$

Расчеты, касающиеся степенных поправок к (15)-(16), можно найти в /16/. Отметим, однако, что они должны быть дополнены последовательными оценками адронных матричных элементов.

Как уже отмечалось во введении, $O(\alpha_s^3)$ члены необходимо учитывать при проверке универсальности Λ . С точки зрения обработки экспериментальных данных, наиболее удобна следующая процедура. Для каждого процесса ищется схема перенормировки, в каком-то смысле для него оптимальная: либо с точки зрения сравнения с экспериментом /17/, либо с точки зрения наименьшей чувствительности теоретического расчета к изменению схемы /18/. В этой схеме фитированием данных получаем значение параметра Λ^{proc}_{opt} , своего для каждого процесса. Если теперь после пересчета из такой схемы, определяемой процессом, перейти в схему типа $\overline{\text{МВ}}$ или МОМ /19/, определение которой не зависит от деталей рассматриваемого процесса, то универсальность означала бы, что мы получим для Λ одинаковые значения для всех случаев, несмотря на то, что Λ^{proc}_{opt} могли различаться. Обязательность такого пересчета при сравнении Λ , извлеченных из разных экспериментов, хорошо иллюстрируется следующим примером. Пусть какая-то физическая величина R имеет разложение в ряд по α_s вида (в $\overline{\text{МВ}}$ - схеме)

$$R = 1 + a_1 \cdot \frac{\alpha_s}{\pi} + a_2 \cdot \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2$$

Тогда связь ренормгрупповых параметров $\Lambda_{\overline{\text{МВ}}}$ $\overline{\text{МВ}}$ -схемы и Λ_{opt} определяемой, например, схемово-независимым образом /20/ (в порядке $O(\alpha_s^2)$ эта схема совпадает с той, в которой $a_2 = 0$), дается формулой

$$\Lambda_{\overline{\text{МВ}}} / \Lambda_{opt} = exp\left(-\frac{a_2}{2\pi\beta_0 a_1}\right). \qquad \text{(I7)}$$

При $f = 3$ правая часть этого соотношения равна соответственно 0,37 для (I5а) и 0,45 для (I5в,с). Для МОМ-схемы эти числа соответственно равны 0,79 и 0,95. В работе /21/ сообщается о попытке извлечения Λ с помощью однопетлевого приближения к правилу сумм (I5в). Авторы приводят цифру $\Lambda = 92^{+20}_{-36}$ МэВ. Последовательный учет двухпетлевых поправок требует, вообще говоря, повторения всей процедуры уже с двухпетлевыми приближениями эффективного заряда (5) и правила сумм (I5в), однако в качестве оценки мы можем просто сделать поправку на коэффициент (I7), что ведет к $\Lambda_{\overline{\text{МВ}}} = 41^{+9}_{-17}$ МэВ. Столь малое значение Λ , впрочем, не может пока служить основанием для противоречия при сравнении с другими данными и свидетельствует скорее о существенной роли неучтенных при анализе членов и о скудности экспериментального материала. Видно тем не менее, что вклю-

чение в анализ двухпетлевых поправок ведет к дальнейшему (и существенному) уменьшению $\Lambda_{\overline{\text{МВ}}}$. В работе /22/, например, на основании данных по правилу сумм (I5с) (была известна только одна экспериментальная точка) было извлечено значение $\Lambda \sim 500$ МэВ. С учетом (I7) имеет $\Lambda_{\overline{\text{МВ}}} \sim 230$ МэВ. В МОМ-схеме Λ меняется незначительно.

6. Мы благодарны профессорам В.А. Матвееву, В.А. Мещерякову и А.Н. Тавхелидзе за постоянную поддержку. Мы также признательны Казакову Д.И., Катаеву А.Л., Радюшкину А.В., Четыркину К.Г. и Ткачеву Ф.В. за полезные обсуждения.

Литература

1. Politzer H.D. Phys. Rev. Lett., 1973, 30, p. 1346;
Gross D.I. and Wilczek F. Phys. Rev. Lett., 1973, 30, p. 1323.
2. Владимиров А.А. ЯФ, 1980, 3I. с.I093.
3. Bace M. Phys. Lett., 1978, 78B, p. 132.
4. Bardeen W.A. et al. Phys. Rev., 1978, DI8, p. 3998;
Altarelli G., Ellis R.K., Martinelli G. Nucl. Phys., BI43, p. 52I; 1978, BI46, p. 544 (E).
5. Kodaira J. et al. Nucl. Phys., 1979, BI59, p. 99.
6. Chetyrkin K.G. et al. Phys. Lett., 1984, BI37, p. 230.
7. Bjorken J.D. Phys. Rev., 1967, 163, p. 1767;
Adler S. Phys. Rev., 1966, 143, p. 1144.
Gross J.J., Llewellyn-Smith C.H. Nucl. Phys., 1969, BI4, p.337.
8. Wilsin K. Phys. Rev., 1969, 179, p. 1499.
9. Gorishny S.G., Larin S.A., Tkachov F.V. Phys. Lett., 1983, 124B, p. 217.
10. Akyeampong D.A., Delburgo R. Nuovo Cimento, 1973, 17A, p. 578.
11. Truemen T.L. Phys. Lett., 1979, 88B, p. 331.
12. t'Hooft G. Nucl. Phys., 1973, B6I, p. 455.
13. Горишний С.Г., Ларин С.А., Ткачев Ф.В. Препринт ИЯИ П-330, М., I984.
14. Tkachov F.V. Phys. Lett., 1981, I00B, p. 65.
Chretyrkin K.G., Tkachov F.V. Nucl. Phys. 1981, BI92, p. 159.
15. Bjorken J.D., Phys. Rev., 1966, 148, p. 1467; 1970, DI, 1376;
Burkhardt H., Cottingham W.N. Ann. of Phys., 1970, 56, p. 453.

16. Shuryak E.V., Vainshtein A.I. Phys. Lett., 1981, 105B, p. 65; Jaffe R.L., Soldate M. Phys. Lett., 1981, 105B, p. 467.
17. Abe O., Haruyama M., Kanazawa A. Prog. Theor. Phys., 1982, 67, p. 1541.
18. Stevenson P.M. Phys. Rev., 1981, D23, p. 2916.
19. Celmaster W., Gonsalves R.J. Phys.Lett., 1979, 81B, p. 207.
20. Dhar A. Phys. Lett., 1983, 128B, p. 407.
21. Bolognese T. et al. Phys. Rev. Lett., 1983, 50, p.224.
22. Kodaira J. et al. Phys. Rev., 1979, D20, p. 627.

Рукопись поступила в издательский отдел
I октября 1985 года.

Горишний С.Г., Ларин С.А. P2-85-703
КХД-поправки к партонным правилам сумм для структурных функций глубоконеупругого рассеяния

Вычислены двухпетлевые $O(\alpha_s^2)$ КХД-поправки к первым несинглетным моментам структурных функций глубоконеупругого рассеяния для случаев поляризованной и неполяризованной мишеней. При этом использован предложенный авторами ранее эффективный метод расчета в размерной регуляризации коэффициентных функций операторных разложений. Отмечается, что полученные результаты существенны для определения из эксперимента универсального параметра $\Lambda_{КХД}$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Gorishny S.G., Larin S.A. P2-85-703
QCD-Corrections to the Parton Model Rules for Structure Functions of Deep Inelastic Scattering

Two-loop $O(\alpha_s^2)$ QCD corrections to the first nonsinglet moments of deep inelastic scattering structure functions have been calculated for polarized and unpolarized targets. Calculations were carried out using the effective method of computing in the dimensional regularization coefficient functions of operator expansions. The results obtained are important for extracting the universal parameter Λ_{QCD} from the experimental data.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985