

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-85-594

Г.В.Ефимов, М.А.Иванов, А.М.Рапортиренко

О КВАРКОВОЙ СТРУКТУРЕ
НЕСТРАННЫХ АДРОНОВ

1985

ВВЕДЕНИЕ

Виртон-кварковая модель (ВКМ), развитая в работах /1/, с хорошей точностью позволила описать большинство эффектов низкоэнергетической физики. В основе ВКМ лежит предположение о том, что в области конфайнмента кварки ведут себя подобно квазичастицам, которые определяют структуру адронов и их взаимодействие между собой. Именно предполагается, что кварки описываются виртонным полем, которое отсутствует в свободном состоянии, но может находиться в виртуальном.

Цель данной работы состоит в следующем. Во-первых, сформулировать предположения, на которых основана модель. Во-вторых, изложить технику вычисления матричных элементов, описывающих адронные взаимодействия. В-третьих, заново определить параметры модели путем фитирования основных параметров низкоэнергетической физики адронов. В работах /1,2/ фитирование было проведено по другим экспериментальным данным.

I. Основные положения виртон-кварковой модели

В данной работе будем рассматривать только нестранный сектор адронной физики низких энергий. Учет странности не представляет принципиальной трудности и сводится к появлению дополнительного параметра, характеризующего нарушение SU_3 симметрии /1/. Модель основана на следующих предположениях.

Легкие адроны

Адроны имеют заданные квантовые числа $I^G J^{PC}$ и массы M_h , известные из эксперимента.

Адроны подчиняются систематике SU_2 , нарушение которой проявляется через величину масс адронов.

Адроны описываются стандартными методами локальной квантовой теории поля, а их поля подчиняются обычным уравнениям Дирака, Клейна-Гордона, уравнениям для частиц с высшими спинами.

Кварки

Кварки являются низшим представлением в группе $SU_2 \times SU_3^c$:

$$q(x) = q_a^m(x) = \begin{pmatrix} q_a^1 \\ q_a^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_a \\ d_a \end{pmatrix},$$

где $m (m=1,2)$, $a (a=1,2,3)$ соответственно изотопические и цветовые индексы.

Кварки описываются виртонным полем, так что для поля свободного кварка $q_a^m(x) \equiv 0$, а пропагатор кваркового поля равен

$$\int dx e^{ipx} \langle 0 | T (q_a^m(x) \bar{q}_{a'}^{m'}(0)) | 0 \rangle = \quad (1.1)$$

$$= \delta_{mm'} \delta_{aa'} L_m \exp \left\{ l_m \hat{p} + \frac{L_m}{4} p^2 \right\}.$$

Заметим, что знак l_m в (1.1) и величины l_m и L_m являются независимыми параметрами модели.

Поскольку изотопическая симметрия является слабо нарушенной, то при описании любых процессов без нарушения изотопической инвариантности можно считать, что

$$L_u = L_d = L, \quad l_u = l_d = l. \quad (1.2)$$

Фитирование экспериментальных данных (см. п. 4) дало

$$L = (4,23 \pm 0,05) \text{ гэВ}^{-1}, \quad \xi \equiv \frac{2l}{L} = 1,10 \pm 0,05.$$

Взаимодействие адронов с кварками. Предполагается, что адроны могут взаимодействовать друг с другом не непосредственно, а путем обмена кварками. Поэтому основой описания физических эффектов в ВКМ являются лагранжианы взаимодействия адронов с кварками. Явная форма лагранжиана, вообще говоря, должна быть получена из более глубокой динамической теории, например, КХД. Поскольку мы в настоящее время такой теорией не располагаем, то будем выбирать лагранжианы, исходя из следующих принципов.

1) Лагранжианы сильных взаимодействий инвариантны относительно группы SU_2 и, конечно, C, P - и T -преобразований.

2) Лагранжианы, по возможности, выбираются в простейшей форме без производных. Это означает, что кварки в нерелятивистском пределе находятся в состояниях с наименьшим орбитальным моментом.

Приведем явный вид лагранжианов взаимодействия основных нестранных элементарных частиц.

Псевдоскалярные мезоны $J^{PC} = 0^{-+}$

$$\mathcal{L}_P = \frac{g_P}{\sqrt{2}} P_j (\bar{q}_a \tau_j i \gamma^5 q_a),$$

$$P_j \tau_j = \vec{\pi} \vec{\tau} + (\eta' \cos \delta_P - \eta \sin \delta_P) \cdot I,$$

$$\delta_P = -11^\circ.$$

Скалярные мезоны 0^{++}

$$\mathcal{L}_S = \frac{g_S}{\sqrt{2}} S_j (\bar{q}_a \tau_j q_a),$$

$$S_j \tau_j = \vec{\sigma} \vec{\tau} + (\epsilon \cos \delta_S - S^* \sin \delta_S),$$

$$\delta_S = 20^\circ.$$

Векторные мезоны 1^{--}

$$\mathcal{L}_V = \frac{g_V}{\sqrt{2}} V_{\mu j} (\bar{q}_a \tau_j \gamma^\mu q_a) +$$

$$+ \frac{f_V}{\sqrt{2}} \cdot \left[i \frac{L}{2} \omega_{\mu j} \right] (\bar{q}_a \tau_j \sigma^{\mu\nu} q_a),$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu],$$

$$V_j \tau_j = \vec{\rho} \vec{\tau} + \omega \cdot I.$$

Нуклоны $J^P = \frac{1}{2}^+$

$$\mathcal{L}_N = i\sqrt{2} \sum_{j=S,P,A} g_{Nj} (\bar{N} O_j q_a) d_{aj} + \text{э.с.},$$

$$d_{aj} = \varepsilon_{abc} (q_b^c \tau_j q_c),$$

$$\tau_{\pm} = \frac{\tau_1 \mp i\tau_2}{\sqrt{2}}, \quad c = \gamma^5 \gamma^2.$$

$$O_j \tau_j = \begin{cases} I \cdot \gamma^5, & j=S \\ \gamma^5 \times I, & j=P \\ \gamma^{\mu} \times \gamma^{\mu} \gamma^5, & j=A, \end{cases}$$

Декаплет $J^P = \frac{3}{2}^+$

$$\mathcal{L}_{\Delta} = i g_{\Delta} \left\{ (\bar{\Delta}_{\mu}^{kmn} q_a^k) (q_b^m C \gamma^{\mu} q_c^n) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (\bar{\Delta}_{\mu}^{kmn} \gamma_a q_b^k) (q_b^m C \gamma^{\mu} \gamma^5 q_c^n) \right\} \varepsilon^{abc} + \text{э.с.}$$

$$\Delta^{111} = \Delta^{++}, \quad \Delta^{112} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Delta^+, \quad \Delta^{122} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Delta^0, \quad \Delta^{222} = \Delta^-.$$

Аналогичным образом можно построить лагранжианы взаимодействия с кварками любых нестранных адронов с известными квантовыми числами J^PC .

Электромагнитные и слабые взаимодействия вводятся стандартным образом:

$$\mathcal{L}_{em} = e A_{\mu} J_{\mu}^{em},$$

$$\mathcal{L}_{sl} = \frac{G}{\sqrt{2}} l_{\mu} J_{\mu}^{sl}.$$

Здесь $l_{\mu} = (\bar{l} \gamma^{\mu} (1 - \gamma^5) \nu)$ — слабый лептонный ток, где l — лептон (электрон или μ — мезон), а ν — соответствующее этому лептону нейтрино; G — константа слабого взаимодействия.

Локальные электромагнитный и слабый кварковые токи в регуляризованной форме записываются

$$(J_{\mu}^{em})^S = \sum_j (-)^j (\bar{q}_{ja}^S \gamma^{\mu} Q q_{ja}^S), \quad Q = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix},$$

$$(J_{\mu}^{sl})^S = \sum_j (-)^j (\bar{q}_{ja}^S \gamma^{\mu} (1 - \gamma^5) T q_{ja}^S), \quad T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \cos \theta_c & 0 \end{pmatrix},$$

где θ_c — угол Кабиббо.

Знание лагранжианов, связывающих поля адронов с кварками, позволяет вычислить матричные элементы любых адронных процессов.

Предполагается далее, что адроны являются связанными состояниями кварков. Это предположение означает, что константа перенормировки волновой функции адрона Z_h равна нулю:

$$Z_h (g_h, M_h L, \xi) = 0,$$

что позволяет вычислить константу связи адрона с кварками в лагранжиане взаимодействия. Если же этот лагранжиан состоит из двух или более независимых кварковых структур, как это имеет место для векторных мезонов или нуклонов, то условие связности устанавливает соотношение между соответствующими константами.

Условие связности в ВКМ использовалось только в цепном, или однопетлевом, приближении. Можно учесть следующее приближение как в условии связности, так и в амплитудах физических процессов. Это

означает, что необходимо учитывать такие диаграммы Фейнмана, в которых внутри кварковых замкнутых петель появляются виртуальные пропагаторы адронов. Физически это означает, что внутри адрона также существуют адроны. Это, по всей видимости, противоречит нашим знаниям о структуре элементарных частиц, поскольку все данные говорят о том, что элементарные частицы состоят только из кварков и глюонов.

Поэтому виртон-кварковая модель, скорее всего, должна дать с некоторой погрешностью единое описание физики адронов низших энергий только в однопетлевом приближении. Переход на более высокий уровень точности, весьма возможно, потребует уточнения физических основ модели.

2. Пропагатор виртона-кварка

В этом разделе представим пропагатор виртона-кварка (I.1) в форме, наиболее удобной для проведения вычислений.

В пространстве Минковского пропагатор виртона имеет вид ^{/I/}

$$G(\hat{x}) = L \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{-i p x} e^{i p \hat{x} + \frac{L^2}{4} p^2} = \frac{1}{\pi^2 L^3} g\left(\frac{2\hat{x}}{L}\right). \quad (2.1)$$

Здесь (y и q — безразмерные величины)

$$g(\hat{y}) = a(-y^2) + i y \hat{b}(-y^2), \quad (2.2)$$

$$a(-y^2) = \int \frac{d^4 q}{\pi^2 i} e^{-i q y} \cos \xi \sqrt{-q^2} \cdot e^{q^2},$$

$$b(-y^2) = \int \frac{d^4 q}{\pi^2 i} e^{-i q y} \frac{\sin \xi \sqrt{-q^2}}{\sqrt{-q^2}} e^{q^2} \left(\frac{i y \hat{y}}{-y^2} \right).$$

Отметим, что интегралы (2.1) и (2.2) являются несобственными и понимаются в смысле интегралов от обобщенных функций. При квантовании кварк-виртонного поля используется промежуточная регуляризационная процедура ^{/I/}, устроенная таким образом, что

$$\tilde{G}(\hat{p}) = L \exp(i p \hat{x} + \frac{L^2}{4} p^2) = \lim_{S \rightarrow 0} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j A_j(S) \cdot S_j^S(\hat{p}), \quad (2.3)$$

где

$$S_j^S(\hat{p}) = \frac{1}{M_j(S) - \hat{p} - i0}; \quad M_j(S) \xrightarrow{S \rightarrow 0} \infty.$$

Регуляризация (2.3) позволяет в (2.2) перейти к евклидовой метрике. После снятия регуляризации интегралы (2.2) являются абсолютно сходящимися и могут быть представлены в виде

$$a(y_E^2) = \frac{d}{d\xi} J(y_E^2, \xi),$$

$$b(y_E^2) = \frac{(-1)}{y_E^2} \frac{d}{d\alpha} J(\alpha^2 y_E^2, \xi) \Big|_{\alpha=1},$$

где

$$J(y_E^2, \xi) = \int \frac{d^4 q_E}{\pi^2} e^{-i y_E q_E} \frac{\sin \xi \sqrt{q_E^2}}{\sqrt{q_E^2}} e^{-q_E^2}.$$

Легко видеть, что функции $a(y_E^2)$ и $b(y_E^2)$ убывают при $y_E^2 \rightarrow \infty$ как $\exp(-y_E^2/4)$. Для численных расчетов удобно представление, в котором асимптотика была бы выделена в явном виде. После достаточно громоздких выкладок, которые проведены в приложении I, имеем, опуская индекс E ,

$$a(y^2) = e^{-y^2/4} \cdot [a_+(y^2) - a_-(y^2)],$$

$$b(y^2) = e^{-y^2/4} \cdot [b_+(y^2) - b_-(y^2)]. \quad (2.4)$$

Функции $a_{\pm}(y^2)$ и $b_{\pm}(y^2)$ являются неотрицательными, и их явный вид приведен в приложении I.

Матричные элементы физических процессов определяются многомерными интегралами от произведения функций типа (2.4). Их вычисление является непростой задачей ^{/2/}. Гауссов характер убывания функций (2.4) в евклидовой метрике говорит о том, что в любые интегралы от произведения пропагаторов (2.4) основной вклад в интеграл дает

конечная область евклидова пространства. На конечном отрезке $z = \sqrt{y^2} \in [0, z_c]$ пропагаторы (2.4) могут быть аппроксимированы с любой заданной точностью функциями вида

$$a(y^2) \Rightarrow \tilde{a}(y^2) = \sum_{k=1}^{N_1} (-)^{k+1} a_k e^{-b_k y^2},$$

$$b(y^2) \Rightarrow \tilde{b}(y^2) = \sum_{k=1}^{N_2} (-)^{k+1} c_k e^{-d_k y^2}. \quad (2.5)$$

Для наших целей, когда точность описания экспериментальных данных составляет 20-30%, в аппроксимации (2.5) достаточно ограничиться приближением, где $z_c = 6$ и $N_1 = N_2 = 2$.

Подгонка параметров $\{a_i, b_i; c_i, d_i\}$ производилась с помощью минимизации функционалов

$$\Delta[f] = \frac{\|f - \tilde{f}\|}{\|f\|},$$

где $\|f\| = \left\{ \int_0^{z_c} dz [f(z) - \tilde{f}(z)]^2 \right\}^{1/2}$. Использовалась стандартная программа FUMILI. Коэффициенты $\{a_i, b_i; c_i, d_i\}$ являются функциями параметра ξ . Были рассмотрены значения: $\xi = 0,6; 1,4$ с шагом 0,1. В таблице I приведены численные значения коэффициентов при $\xi = 1,1$ и абсолютная погрешность $\Delta[f]$ в процентах.

3. Вычисление диаграмм

Вычисление кварковых диаграмм в ВКМ удобно проводить по следующей схеме. Пусть задана некоторая кварковая диаграмма, т.е. диаграмма без внутренних адронных линий, с $2N$ нуклонными и M мезонными внешними линиями. Она имеет вид

$$D_{2N+M} = (\sqrt{2} g_N)^{2N} \left(\frac{g_M}{\sqrt{2}}\right)^M i^{2N+M-1} (2N+M)^4 \times$$

$$\times \int dx_1 \dots \int dx_{2N+M} \delta\left(\sum_{i=1}^{2N+M} x_i\right) e^{i \sum_{j \in \mathcal{D}} p_j x_j} \prod_{i,j \in \mathcal{D}} G(x_i - x_j) \Gamma_j. \quad (3.1)$$

Здесь подразумевается, что матричная структура диаграммы \mathcal{D} правильно учтена в произведении по $i, j \in \mathcal{D}$. Γ_j - матрицы, соответствующие вершинам в диаграмме.

Прежде всего в интеграле (3.1) следует ввести безразмерные переменные интегрирования. Полагая $q_j = \frac{1}{2} p_j$, получим

$$D_n(p) = C_{2N, M} \bar{D}_n(q), \quad n = 2N + M. \quad (3.2)$$

Здесь введены обозначения

$$C_{2N, M} = L^{3N+M-4} \cdot \lambda_N^N \cdot \lambda_M^{M/2} \left[\frac{3^{4N} \pi^{2N+M-2}}{2^{10N + \frac{1}{2}M - 4}} \right], \quad (3.3)$$

$$\lambda_M = \left(\frac{g_M}{4\pi}\right)^2, \quad \lambda_N = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{g_N}{L^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3\pi}\right)^4.$$

$$\bar{D}_n(q) = \int d\sigma_n(q) \prod_{i,j \in \mathcal{D}} g(\hat{y}_i - \hat{y}_j) \Gamma_j, \quad (3.4)$$

$$d\sigma_n(q) = \frac{i^{n-1} \cdot n^4}{(\pi^2)^{n-1}} dy_1 \dots dy_n \delta\left(\sum_{i=1}^n y_i\right) e^{i \sum_{j=1}^n q_j y_j},$$

причем $\sum_{j=1}^n q_j = 0$.

Напомним, что интегрирование в (3.4) проводится по пространству Минковского. Необходимая регуляризационная процедура (2.3) подразумевается.

Далее воспользуемся представлением (2.2), тогда интеграл (3.4) запишется в форме

$$\bar{D}_n(q) = \int \prod_{i,j \in \mathcal{D}} [a_{ij} + g^N \left(\frac{\partial}{\partial q_{ij}} - \frac{\partial}{\partial q_{ji}}\right) b_{ij}] \Gamma_j d\sigma_n(q), \quad (3.5)$$

где $\alpha_{ij} = \alpha(-(y_i - y_j)^2)$, $\beta_{ij} = \beta(-(y_i - y_j)^2)$.

Интеграл (3.5) вычисляется следующим образом.

1) В (3.5) раскрывается произведение по $i, j \in \mathcal{D}$, и знаки дифференцирования по внешним импульсам $\{q_i\}$ выносятся за знак интеграла

$$\tilde{\mathcal{D}}_n(q) = \sum_A O_A \prod_j \frac{\partial}{\partial q_j} F_A(q_1, \dots, q_n), \quad (3.6)$$

где O_A — спинорные структуры, которые возникают при раскрытии произведения в (3.5).

2) В структурных интегралах $F_A(q_1, \dots, q_n)$ осуществляется переход к евклидовой метрике и для функций $\alpha(-y^2) = \alpha(y_E^2)$ и $\beta(-y^2) = \beta(y_E^2)$ используется аппроксимация (2.5).

3) Получившиеся гауссовы интегралы вычисляются по формуле

$$\int d\sigma_n^E(q) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \beta_{ij} (y_{iE} - y_{jE})^2 \right\} = \quad (3.7)$$

$$= \frac{1}{|A_{n-1}|^2} \exp \left\{ \frac{1}{4} \frac{|q_{n-1}|}{|A_{n-1}|} \right\}.$$

Здесь

$$d\sigma_n^E(q) = \frac{n!}{(\pi^2)^{n-1}} dy_{1E} \dots dy_{nE} \cdot \delta \left(\sum_{i=1}^n y_{iE} \right) e^{i \sum_{j=1}^n q_{jE} y_{jE}}, \quad (3.8)$$

$$(q_{iE} \cdot q_{jE}) = -(q_i \cdot q_j).$$

Элементы симметричной матрицы β_{ij} равны сумме коэффициентов β_k и d_k в аппроксимации (2.5), соответствующих линиям, соединяющим в диаграмме Фейнмана \mathcal{D} точки y_i и y_j .

$$|A_{n-1}| = \det \begin{vmatrix} A_{11} & \dots & A_{1,n-1} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{n-1,1} & \dots & A_{n-1,n-1} \end{vmatrix}, \quad (3.9)$$

$$|q_{n-1}| = \det \begin{vmatrix} 0 & q_1 & \dots & q_{n-1} \\ q_1 & A_{11} & \dots & A_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{n-1} & A_{n-1,1} & \dots & A_{n-1,n-1} \end{vmatrix}$$

$$A_{ij} = \delta_{ij} \sum_{k=1}^n \beta_{ik} - \beta_{ij}.$$

Заметим, что, согласно соотношениям (3.8) и (3.9), формула (3.7) записана в метрике Минковского.

4) Необходимо теперь выполнить дифференцирование по импульсам $\{q_i\}$ согласно (3.6).

Описанный алгоритм вычислений запрограммирован на языке Standard LISP 13/.

Продемонстрируем развитие метода на примере вычисления интеграла, соответствующего простейшей кварковой петле с двумя пионными концами (рис. I).



Рис. I

Имеем

$$\mathcal{D}_P(p^2) = \frac{i \cdot 2^4}{\pi^2} \int dy_1 \int dy_2 \delta(y_1 + y_2) e^{i y_1 \not{q}_1 + i y_2 \not{q}_2} \text{Sp} [\not{q}_{12}^2]. \quad (3.10)$$

Здесь $q_1 = -q_2 = q$, $q^2 = \frac{L^2}{4} p^2 = +\mu^2$.

Используя (2.5), получим

$$\mathcal{D}_P(p^2) = 4 \left\{ I_a(q^2) + \frac{\partial^2}{\partial q^\mu \partial q^\mu} I_b(q^2) \right\},$$

$$I_u(q^2) = \frac{2^7}{\pi^2} \int dy_1^E \int dy_2^E \delta(y_1^E + y_2^E) a^2 (y_1^E y_2^E)^2 e^{2y_1^E + y_2^E} =$$

$$= \sum_{i,j=1}^2 (-1)^{i+j} \frac{a_i a_j}{(b_i + b_j)^2} e^{\frac{1}{4} \frac{q^2}{b_i + b_j}} \quad (3.11)$$

$$I_E(q^2) = \sum_{i,j=1}^2 (-1)^{i+j} \frac{c_i c_j}{(d_i + d_j)^2} e^{\frac{1}{4} \frac{q^2}{d_i + d_j}}$$

После дифференцирования окончательно получаем

$$D_P(\hat{P}) = 4 \sum_{i,j=1}^2 (-1)^{i+j} \left\{ \frac{a_i a_j}{(b_i + b_j)^2} \exp\left(\frac{1}{4} \frac{M^2}{b_i + b_j}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{2c_i c_j}{(d_i + d_j)^3} \left[1 + \frac{M^2}{8(d_i + d_j)} \right] \exp\left(\frac{1}{4} \frac{M^2}{d_i + d_j}\right) \right\} \quad (3.12)$$

Аналогично вычислим структурный интеграл, соответствующий массовому оператору нуклона (рис.2).

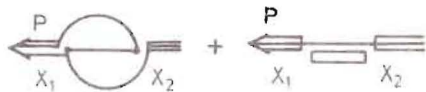


Рис.2

$$D_N(\hat{P}) = \int d\sigma_2 [g_{12}^3 + g_{12} S_P g_{12}^2] =$$

$$= \int d\sigma_2 [5a_{12}^3 - \hat{d}_1 \cdot 7a_{12}^2 b_{12} + d_1 \cdot 7a_{12} b_{12}^2 - 5\hat{d}_1^3 b_{12}^3] \quad (3.13)$$

$$\hat{d} = \gamma^4 \frac{\partial}{\partial q^4}; \quad \gamma = \frac{L_P}{2}$$

Подставляя аппроксимацию для a и b и вычисля гауссовские интегралы, имеем

$$D_P(\hat{P}) = \sum_{i_1, i_2, i_3} (-1)^{i_1+i_2+i_3+1} \left\{ \frac{5a_{i_1} a_{i_2} a_{i_3}}{(b_{i_1} + b_{i_2} + b_{i_3})^2} e^{\frac{q^2}{4(b_{i_1} + b_{i_2} + b_{i_3})}} - \right.$$

$$- \hat{d} \frac{7a_{i_1} a_{i_2} c_{i_3}}{(b_{i_1} + b_{i_2} + d_{i_3})^2} e^{\frac{q^2}{4(b_{i_1} + b_{i_2} + d_{i_3})}} + d^2 \frac{7a_{i_1} c_{i_2} c_{i_3}}{(b_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})^2} e^{\frac{q^2}{4(b_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})}} -$$

$$\left. - \hat{d} d^2 \frac{5c_{i_1} c_{i_2} c_{i_3}}{(d_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})^2} e^{\frac{q^2}{4(d_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})}} \right\} = \quad (3.14)$$

$$= \sum_{i_1, i_2, i_3} (-1)^{i_1+i_2+i_3+1} \left\{ \frac{5a_{i_1} a_{i_2} a_{i_3}}{(b_{i_1} + b_{i_2} + b_{i_3})^3} e^{\frac{q^2}{4(b_{i_1} + b_{i_2} + b_{i_3})}} - \right.$$

$$- \hat{q} \frac{7a_{i_1} a_{i_2} c_{i_3}}{2(b_{i_1} + b_{i_2} + d_{i_3})^3} e^{\frac{q^2}{4(b_{i_1} + b_{i_2} + d_{i_3})}} + \frac{14a_{i_1} c_{i_2} c_{i_3}}{(b_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})^3} \left(1 + \frac{q^2}{8(b_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})} \right) \cdot$$

$$\left. \cdot e^{\frac{q^2}{4(b_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})}} - \hat{q} \frac{15c_{i_1} c_{i_2} c_{i_3}}{2(d_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})^4} \left(1 + \frac{q^2}{12(d_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})} \right) e^{\frac{q^2}{4(d_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3})}} \right\}$$

Величина константы связи в лагранжианах взаимодействия вычисляется из условия, что адроны являются связанными состояниями кварков. Как говорилось выше, это означает равенство нулю константы перенормировки соответствующего адрона. Покажем, как производятся расчеты в однопетлевом приближении. Массовые операторы адронов определяются как элементы S - матрицы вида

$$S_a = -\frac{i}{2} \iint dx_1 dx_2 \varphi_a(x_1) \sum_a (x_1 - x_2) \varphi_a(x_2), \quad a = P, S$$

$$S_V = \frac{i}{2} \int dx_1 dx_2 V_\mu^\nu(x_1) \Sigma_V^{\mu\nu}(x_1 - x_2) V_\nu^\mu(x_2),$$

$$S_N = -i \int dx_1 dx_2 \bar{N}^\nu(x_1) \Sigma_N^\nu(x_1 - x_2) N^\nu(x_2),$$

$$S_\Delta = i \int dx_1 dx_2 \bar{\Delta}_\mu^\nu(x_1) \Sigma_\Delta^{\mu\nu}(x_1 - x_2) \Delta_\nu(x_2).$$

Для векторных мезонов V_μ и декаплета Δ_μ массовые операторы можно представить в форме

$$\Sigma_V^{\mu\nu}(x) = g^{\mu\nu} \Sigma_V(x) + \partial^\mu \partial^\nu \Sigma_V^{(1)}(x) \quad (3.15)$$

$$\Sigma_\Delta^{\mu\nu}(x) = g^{\mu\nu} \Sigma_\Delta(x) + \partial^\mu \partial^\nu \Sigma_\Delta^{(1)}(x) + (\partial^\mu \delta^\nu + \delta^\mu \partial^\nu) \Sigma_\Delta^{(2)}(x). \quad (3.16)$$

Свободные поля векторных мезонов V_μ декаплета Δ_μ удовлетворяют условиям

$$\partial_\mu V_\mu(x) = 0; \quad \partial_\mu \Delta_\mu(x) = \gamma_\mu \Delta_\mu(x) = 0.$$

Поэтому в константу перенормировки Z_M волновой функции адрона будут давать вклады только те слагаемые в (3.15), (3.16), которые пропорциональны $g^{\mu\nu}$. Таким образом, условия связности записываются

$$Z_M = 1 + \frac{d}{dm_M^2} \tilde{\Sigma}_M(m_M^2) = 0, \quad (3.17)$$

$$Z_B = 1 + \frac{d}{dm_B^2} \tilde{\Sigma}_B(m_B^2) = 0,$$

где

$$\tilde{\Sigma}_M(p^2) = \int dx e^{ipx} \Sigma_M(x), \quad (M = V, S, V),$$

$$\tilde{\Sigma}_B(p^2) = \int dx e^{ipx} \Sigma_B(x), \quad (B = N, \Delta)$$

Условия (3.17) позволяют либо однозначно определить константу связи адрона с кварками через массу адрона и кварковые параметры L и ξ , либо установить соотношение между константами связи в случае нескольких вариантов взаимодействия.

При расчетах нами будет сделано еще одно приближение. Дело в том, что рассматриваемая модель применима лишь для не очень больших энергий ($E \leq 1$ Гэв) [1]. Этот факт связан с тем, что в ВКМ в силу гауссовского поведения пропагатора кварка, амплитуды физических процессов имеют экспоненциальный рост по энергиям. Такое поведение при достаточно больших энергиях не является физическим, и поэтому для того, чтобы расширить область применимости модели, несколько модифицируем импульсную зависимость матричных элементов. В данной работе будем рассматривать процессы с участием трех и четырех частиц. Для этих случаев модификация заключается в следующем.

1) Мезонная вершина:

$$\sqrt{\lambda_1(m_1^2) \lambda_2(m_2^2) \lambda_3(m_3^2)}^{-1} \mathcal{D}_{MMM}(p_1^2, p_2^2, p_3^2) \Rightarrow \Rightarrow \sqrt{\lambda_1(c) \lambda_2(c) \lambda_3(c)}^{-1} \mathcal{D}_{MMM}(p_1^2 - m_1^2, p_2^2 - m_2^2, p_3^2 - m_3^2).$$

2) Мезон-нуклонная вершина:

$$\sqrt{\lambda_1(m_1^2) \lambda_2(m_2^2) \lambda_3(m_3^2)}^{-1} \{ A_1(p_1^2) + \hat{p}_1 B_1(p_1^2) + \hat{p}_2 B_2(p_1^2) \} \Rightarrow \sqrt{\lambda_1(c) \lambda_2(c) \lambda_3(c)}^{-1} \{ A_1(p_1^2 - m_1^2) + \hat{p}_1 B_1(p_1^2 - m_1^2) + \hat{p}_2 B_2(p_1^2 - m_1^2) \}.$$

3) Распад $I \rightarrow 3$ или рассеяние $2 \rightarrow 2$:

$$\sqrt{\lambda_1(m_1^2) \dots \lambda_4(m_4^2)} D_{4M}(P_i^2; s_1 = (P_1 + P_2)^2; s_2 = (P_1 + P_3)^2)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\lambda_1(s) \dots \lambda_4(s)} D_{4M}(P_i^2 - m_i^2; s_1 - m_1^2 - m_2^2; s_2 - m_1^2 - m_3^2).$$

Отметим, что такая модификация является хорошим приближением в случае достаточно легких адронов ($m_h \approx 700$ МэВ), т.е. когда параметр $\frac{1}{2} \mu_h^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{m_h L}{2} \right)^2 \leq 1$. Для больших энергий и тяжелых адронов ($m_h \gg 1$ ГэВ) данную модификацию следует рассматривать лишь как анзац, позволяющий расширить границы применимости модели. Для последовательного описания высоких энергий нужно пересматривать физические основы модели.

4. Физические процессы низкоэнергетической физики и параметры модели

Приступим к вычислению ряда основных характеристик низкоэнергетической физики адронов и определим параметры модели. В качестве основных величин, по которым производилось фитирование, выбраны:

1. Z_h - константа перенормировки волновой функции адрона h .
2. f_π - константа слабого распада пиона.
3. $g_{\pi^0 \gamma \gamma}$ - константа электромагнитного распада π^0 -мезона.
4. $g_{\rho^0 \gamma}$ - константа перехода $\rho^0 - \gamma$.
5. $g_{\rho \pi \pi}$ - константа сильного распада ρ -мезона.
6. $g_{\omega \pi \gamma}$ - константа радиационного распада ω -мезона.
7. $G_{\pi NN}$ - константа сильного пион-нуклонного взаимодействия.
8. $G_{\Delta \pi N}$ - распадная константа Δ -изобари.

В приложении II приведен явный вид структурных интегралов, определяющих массовые операторы адронов.

В приложении III приведены структурные интегралы, определяющие матричные элементы перечисленных процессов.

В таблице 2 приведены аналитические выражения для массовых операторов, численные значения величины $1 - Z_h$ и численные значения эффективных констант связи адронов с кварками.

В таблице 3 приведены аналитические выражения для матричных элементов перечисленных процессов, экспериментальные значения наблюдаемых величин ^{1/4} и их теоретические значения, полученные в ВКМ.

В результате фитирования оказалось, что основные параметры модели, характеризующие кварк-виртонное поле, равны

$$\xi = 1,10 \pm 0,05, \quad L = (4,23 \pm 0,05) \text{ ГэВ}^{-1}.$$

Отметим, что эти значения находятся в пределах требуемой теоретической точности ($\sim 20\%$) со значениями ξ и L , использованными в более ранних работах ^{1/1} ($\xi = 1,4, \quad L = 3,12 \text{ ГэВ}^{-1}$), где фитирование проводилось по другим экспериментальным данным.

Таблица 1

| | | | |
|-------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|
| $\xi = 1,1$ | $\alpha_1 = 3,41198$ | $\beta_1 = 0,21188$ | $\Delta[\alpha] = 0,34\%$ |
| | $\alpha_2 = 3,30911$ | $\beta_2 = 0,23489$ | |
| | $\alpha_1 = 1,10292$ | $\alpha_1 = 0,231719$ | $\Delta[\beta] = 0,19\%$ |
| | $\alpha_2 = 0,815659$ | $\alpha_2 = 0,246607$ | |

Из таблиц 2 и 3 видно, что точность описания экспериментальных данных находится в пределах 20%.

Были рассчитаны также распад $\omega \rightarrow 3\pi$, $\pi\pi$ -рассеяние, электромагнитный радиус пиона. Эти процессы интересны прежде всего тем, что при их описании появляются резонансные диаграммы, причем импульс резонанса находится далеко от массовой поверхности. Данный факт позволяет проверить импульсную зависимость матричных элементов в ВКМ.

В таблице 4 приведены матричные элементы перечисленных процессов, экспериментальные и теоретические значения наблюдаемых величин. Отметим, что теоретические значения для $\pi\pi$ -рассеяния сильно зависят от массы ξ -мезона. Приведены значения для рассеяния для $m_\xi = 480$ МэВ.

Видно, что теоретические значения с хорошей точностью совпадают с экспериментальными.

Таким образом, развитая виртон-кварковая модель позволяет с единой точки зрения описать кварковую структуру как мезонов, так и барионов. Развитые методы вполне позволяют рассчитать проявление этой структуры в сильных, электромагнитных и слабых взаимодействиях адронов низших энергий.

Таблица 2

| Диаграм- мы | Массовый оператор | I-Z | Константы связи |
|----------------|--|------|---|
| | $\sum_P (P^2) = -\left(\frac{2}{L}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} \lambda_P \cdot \mathcal{D}_P(\mu^2); Z_P = 1 + \sum' \rho'(0)$ | 1 | $\lambda_P = 0,0882$ |
| | $\sum_S (P^2) = -\left(\frac{2}{L}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} \lambda_S \cdot \mathcal{D}_S(\mu^2); Z_S = 1 + \sum' \rho'(0)$ | 1 | $\lambda_S = 0,307$ |
| | $\sum_V^{\mu\nu}(P) = -\left(\frac{2}{L}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} [D_{gg}^{\mu\nu} \lambda_g + D_{fg}^{\mu\nu} \lambda_f + D_{fg}^{\mu\nu} \sqrt{\lambda_g \lambda_f} + D_{ff}^{\mu\nu} \lambda_f] =$ $= g^{\mu\nu} \sum_{V=0} (\mu^2) + q^{\mu\nu} q^{\nu} \sum_{V=1} (\mu^2); q = \frac{L}{2}; Z_V = 1 + \sum'_{V=0} \rho'(0)$ | 0,85 | $\lambda_g = 0,0441$ $\lambda_f = 0,04$ |
| | $\sum_N^{\mu\nu}(P) = -\left(\frac{2}{L}\right)^2 \left[\lambda_N^P \cdot \mathcal{D}_N^{PP} - \sqrt{\lambda_N^S} \cdot \mathcal{D}_N^{PS} + \lambda_N^S \cdot \mathcal{D}_N^{SS} \right]$ $Z_N = 1 + \sum' \rho'(0)$ | 0,84 | $\lambda_N^S = 0,0029$ $\lambda_N^P = 0,144$ |
| | $\sum_{\Delta}^{\mu\nu}(P) = -\left(\frac{2}{L}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \lambda_{\Delta} \cdot \mathcal{D}_{\Delta}^{\mu\nu} =$ $= g^{\mu\nu} \sum_{\Delta} (\mu^2) + q^{\mu} q^{\nu} \sum_{\Delta 1} (\mu^2) + q^{\mu} q^{\nu} \sum_{\Delta 2} (\mu^2) +$ $+ q^{\mu} q^{\nu} \sum_{\Delta 3} (\mu^2) + q^{\mu} q^{\nu} \sum_{\Delta 4} (\mu^2); Z_{\Delta} = 1 + \sum' \rho'(0)$ | 1 | $\lambda_{\Delta} = 0,031$ |

Таблица 3

| Про- цесс | Диаграмма | Инвариантная амплитуда | Наблюдаемая величина | Эксперимент | ВКМ |
|--------------------------------|-----------|---|---|--|---------------------------------------|
| $\pi^+ \pi^- \nu$ | | $M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \epsilon_1 \cdot f_{\pi} \cdot m_{\mu} \cdot \bar{u}_{\mu} (1 - \gamma^5) u_{\nu}$ | $\Gamma = \frac{G^2 \cos^2 \epsilon_1 \cdot f_{\pi}^2 \cdot m_{\mu}^2}{8\pi} \left(1 - \frac{m_{\mu}^2}{m_{\pi}^2}\right)^2$ | $(2,528 \pm 0,002) \cdot 10^{-14}$ МэВ | $2,64 \cdot 10^{-14}$ МэВ |
| $\pi^0 \rho^0$ | | $M = e^2 g_{\pi\rho} \epsilon(\epsilon_1, \epsilon_2, \gamma_2)$ | $\Gamma = \frac{\pi}{4} \alpha^2 m_{\pi}^3 \cdot g_{\pi\rho}^2$ | $(7,85 \pm 0,54)$ эВ | 8,17 эВ |
| $\rho^+ e e^-$ | | $M = \frac{e^2}{f_{\rho}} \bar{e} \hat{\epsilon}_3 e$ | $\Gamma = \frac{\alpha^2}{3} m_{\rho}^2 \cdot \frac{4\pi}{f_{\rho}^2}$ | $(6,62 \pm 0,99)$ кэВ | 8,0 кэВ |
| $\omega \rightarrow \pi \rho$ | | $M = e g_{\omega\rho} \epsilon(\rho \epsilon_{\omega} q \epsilon_{\rho})$ | $\Gamma = \frac{\alpha}{24} m_{\omega}^3 \left(1 - \frac{m_{\pi}^2}{m_{\omega}^2}\right)^2 g_{\omega\rho}^2$ | $(8,61 \pm 7,6)$ кэВ | 7,29 кэВ |
| $\rho^+ \pi \pi^-$ | | $M = \epsilon^{\mu} (\rho_1 - \rho_2)^{\mu} \cdot G_{\rho\pi\pi}$ | $\Gamma = \frac{2\rho^3}{3 m_{\rho}^2} \cdot \frac{G_{\rho\pi\pi}^2}{4\pi}$ | $(15,4 \pm 5)$ МэВ | 13,0 МэВ |
| $\pi^+ \pi^+ \Delta^0 \rho^+$ | | $M = \frac{G_{\Delta\rho\pi}}{m_{\pi}} (\Delta_{\mu} q^{\mu} \rho)$ | $\Gamma = m_{\pi} \frac{G_{\Delta\rho\pi}}{12\pi} \left(\frac{\rho}{m_{\Delta}}\right)^2 \left(1 + \frac{\epsilon_X}{m_{\pi}}\right)$ | 14 ± 10 МэВ | 114 МэВ |
| $N \rightarrow N \pi$ | | $M = G_{\pi NN} \cdot \bar{N} \gamma^5 \tau N$ | - | $G_{\pi NN} = 13,4$ | 13,4 |
| $\delta^0 \rightarrow \pi \pi$ | | $M = G_{\delta\pi\pi} \cdot \sin \delta_S$ | $\Gamma = \frac{3}{16\pi} \cdot \frac{\rho \cdot G_{\delta\pi\pi}^2 \pi \sin^2 \delta_S}{m_{\delta}^2}$ | $(25,7 \pm 6,9)$ МэВ | $25,7$ МэВ $\delta_S = 20^{\circ}$ |

Таблица 4

| Про- цесс | Диаграммы | Инвариантная амплитуда | Наблюдаемая величина | Экспе- римент | ВКМ |
|------------------------------|-----------|--|--|------------------------------------|-------------------------|
| $\pi \rightarrow \pi \gamma$ | | $M^\mu = e(p_1 + p_2)^\mu \cdot F_\pi(q^2)$ $F_\pi(q^2) = 6\lambda_p \cdot D_{\pi\pi\gamma}(q^2) + \frac{q^2}{m_\pi^2 - q^2} \frac{G_{\pi\pi\pi}}{f_\pi}$ | $\langle z_\pi^2 \rangle = \epsilon \frac{F'_\pi(0)}{\pi}$ | $(0,31 \pm 0,61)$ фм^2 | $0,33$ фм^2 |
| $\omega \rightarrow 3\pi$ | | $M = \epsilon(\epsilon_1 p_1 p_2 p_3) \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^3 G_{\omega 3\pi}$ $G_{\omega 3\pi} = G_\pi^V(s_1, s_2, s_3) + \frac{2G_{\omega 3\pi}(s_1) G_{3\pi\pi}(s_1)}{m_\pi^2 - s_1 + i\epsilon} + \text{аналогично}$ $s_1 = (q_1 + q_2)^2, s_2 = (q_1 + q_3)^2, s_3 = (q_2 + q_3)^2$ | $\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi)$ | $(8,9 \pm 0,8)$ МэВ | $7,6$ МэВ |
| $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ | | $A(stu) = \frac{1}{32\pi} \left[-G_\pi^P(stu) + \frac{G_\pi^2 \pi\pi(s)}{m_\pi^2 - s} + \frac{G_\pi^2 \pi\pi(s)}{m_\pi^2 - s} + \frac{m_\pi^2 - s}{m_\pi^2 - s} \right] + \left[(s-u) \frac{G_{\pi\pi\pi}(t)}{m_\pi^2 - t} + (s-t) \frac{G_{\pi\pi\pi}(u)}{m_\pi^2 - u} \right]$ $s = (p_1 + p_2)^2, t = (p_1 + p_3)^2, u = (p_1 + p_4)^2$ | a_0^0 | $0,26 \pm 0,05$ | $0,24$ |
| | | | a_0^2 | $-0,022 \pm 0,002$ | $-0,016$ |

ПРИЛОЖЕНИЕ I

1. Вычисление интеграла

$$\begin{aligned}
 J(x^2, \xi) &= \int \frac{d^4 p}{\pi^2} e^{-i p x - p^2} \frac{\sin \xi \sqrt{p^2}}{\sqrt{p^2}} = \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \xi^{2n+1}}{(2n+1)!} \int \frac{d^4 p}{\pi^2} e^{-i p x - p^2} \cdot p^{2n} = \\
 &= \frac{2}{\pi} e^{-\frac{x^2}{4}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \sum_{m=0}^k (-1)^{n+m} \frac{x^{2m}}{(2m)!} \left[\xi^{2n+1} \frac{n!}{(2n+1)!} \frac{\Gamma(n-k+\frac{3}{2}) \Gamma(k+\frac{1}{2})}{(n-k)! (k-m)!} \right] = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4}} \frac{d}{d\xi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{x\xi}{2} \right)^{2m} \frac{1}{(2m)!} \sum_{z=0}^{\infty} (-1)^z \frac{(\xi^2/4)^z}{z!} \frac{\Gamma(z+m+2)}{\Gamma(z+m+\frac{5}{2})} \cdot \\
 &\cdot \sum_{n+k=z} \frac{z!}{n!k!} B(n+\frac{3}{2}, k+m+\frac{1}{2}) = \\
 &= \frac{1}{2} e^{-x^2/4} \frac{d}{d\xi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{x\xi}{4} \right)^{2m} \frac{1}{m!(m+1)!} \sum_{z=0}^{\infty} (-1)^z \frac{(\xi^2/4)^z}{z!} B(\frac{1}{2}, z+m+2) \\
 &= \frac{1}{2} e^{-x^2/4} \frac{d}{d\xi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^1 dt \frac{t}{\sqrt{1-t}} e^{-\frac{\xi^2 t}{4}} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{\xi x \sqrt{t}}{4} \right]^{2m} \frac{1}{m!(m+1)!} = \\
 &= e^{-x^2/4} \frac{d}{d\xi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^1 dt \frac{t}{\sqrt{1-t}} e^{-\frac{\xi^2 t}{4}} \frac{I_1\left(\frac{\xi}{2} \sqrt{x^2 t}\right)}{\frac{\xi}{2} \sqrt{x^2 t}} = \\
 &= e^{-x^2/4} \cdot \frac{\xi}{2} \int_0^1 dt \frac{t e^{-\frac{\xi^2 t}{4}}}{\sqrt{1-t}} \left\{ \left[3 - \frac{\xi^2 t}{2} \right] \frac{I_1\left(\frac{\xi}{2} \sqrt{x^2 t}\right)}{\frac{\xi}{2} \sqrt{x^2 t}} + I_2\left(\frac{\xi}{2} \sqrt{x^2 t}\right) \right\}
 \end{aligned}$$

2. Явный вид функций $\alpha_{\pm}(x^2)$, $\beta_{\pm}(x^2)$:

$$\alpha_+(x^2) = \frac{1}{c^3} \int_0^c dt \sqrt{c^2 - t^2} e^{-t^2} (3t) \cdot \left\{ [1 + 8t^4 + x^2 t^2] F_1'(t\sqrt{x^2}) \right.$$

$$\left. + \frac{x^2 t^2}{8} \left[1 + 4t^4 + \frac{x^2 t^2}{3} \right] \cdot F_2'(t\sqrt{x^2}) \right\};$$

$$\alpha_-(x^2) = \frac{1}{c^3} \int_0^c dt \sqrt{c^2 - t^2} e^{-t^2} (3t^3) \cdot \left\{ \left[9 + \frac{4}{3} t^4 + x^2 t^2 \right] F_1'(t\sqrt{x^2}) \right.$$

$$\left. + x^2 t^2 F_2'(t\sqrt{x^2}) \right\};$$

$$\beta_+(x^2) = \frac{1}{c^3} \int_0^c dt \sqrt{c^2 - t^2} e^{-t^2} \left(\frac{3t}{2} \right) \cdot \left\{ \left[1 + 2t^4 + \frac{x^2 t^2}{8} \right] F_1'(t\sqrt{x^2}) \right.$$

$$\left. + \frac{t^2}{2} \left(t^2 + \frac{x^2}{4} \right) F_2'(t\sqrt{x^2}) \right\};$$

$$\beta_-(x^2) = \frac{1}{c^3} \int_0^c dt \sqrt{c^2 - t^2} e^{-t^2} \left(\frac{3t^3}{2} \right) \cdot \left\{ 4 F_1'(t\sqrt{x^2}) + \right.$$

$$\left. + t^2 \left(\frac{t^2}{3} + \frac{x^2}{4} \right) F_2'(t\sqrt{x^2}) \right\}.$$

Здесь $c = \frac{E}{2}$;

$$F_1'(z) = 2 \frac{I_1(z)}{z} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{2} \right)^{2n} \frac{1}{n!(n+1)!};$$

$$F_2'(z) = 8 \frac{I_2(z)}{z^2} = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{2} \right)^{2n} \frac{1}{n!(n+2)!};$$

$I_n(z)$ - функции Инфельда.

ПРИЛОЖЕНИЕ II

Структурные интегралы, определяющие массовые операторы адронов:

1. Псевдоскалярные мезоны

$$D_P(P^2) = \int d\sigma_2 \text{Sp}(g_{12}^2).$$

2. Скалярные мезоны

$$D_S(P^2) = - \int d\sigma_2 \text{Sp}(g_{12} g_{21}).$$

3. Векторные мезоны

$$D_{\gamma\gamma}^{\mu\nu}(P) = \int d\sigma_2 \text{Sp}(g_{12}^{\mu} g_{21}^{\nu});$$

$$D_{\gamma\gamma}^{\mu\nu}(P) = \int d\sigma_2 \text{Sp}(g_{12}^{\mu} \sigma^{\mu\nu} g_{21} - \sigma^{\mu\nu} g_{12}^{\nu} g_{21}) P^{\alpha};$$

$$D_{\gamma\gamma}^{\mu\nu}(P) = \int d\sigma_2 \text{Sp}(\sigma^{\mu\alpha} g_{12} \sigma^{\beta\nu} g_{21}) (-P^{\alpha} P^{\beta}).$$

4. Декаплет

$$D_{\Delta}^{\mu\nu} = \int d\sigma_2 \left\{ 2 g_{12}^{\nu} g_{21}^{\mu} g_{12} + g_{12} \text{Sp}(g_{12}^{\nu} g_{21}^{\mu}) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} \left[2 g_{12}^{\beta} g_{12}^{\nu} g_{21}^{\mu} g_{21}^{\alpha} g_{12}^{\beta} + g_{12}^{\alpha} g_{12}^{\beta} \text{Sp}(g_{12}^{\beta\nu} g_{21}^{\mu\alpha}) \right] \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left[2 g_{12}^{\alpha} g_{12}^{\nu} g_{21}^{\mu} g_{21}^{\alpha} g_{12} + g_{12}^{\alpha} g_{12} \text{Sp}(g_{12}^{\nu} g_{21}^{\mu\alpha}) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left[2 g_{12}^{\beta} g_{12}^{\nu} g_{21}^{\mu} g_{12}^{\beta} + g_{12}^{\beta} \text{Sp}(g_{12}^{\beta\nu} g_{21}^{\mu}) \right] \right\}.$$

5. Нуклоны

$$D_N^{PP} = \int d\sigma_2 [g_{21} g_{12} g_{21} + g_{21} \text{Sp}(g_{12} g_{21})];$$

$$D_N^{SP} = \int d\sigma_2 [g_{21}^2 g_{12} + g_{12} g_{21}^2];$$

$$D_N^{SS} = \int d\sigma_2 [g_{12}^3 + g_{12} \text{Sp}(g_{12}^2)].$$

ПРИЛОЖЕНИЕ III

Структурные интегралы, определяющие физические процессы:

1. $\pi \rightarrow \rho \pi$

$$f_{\pi} = \frac{\epsilon \sqrt{\lambda_{\rho}}}{\pi L} \cdot \mathcal{I}_{\pi \rho \pi}(l);$$

$$\mathcal{I}_{\pi \rho \pi}(p^2) = \int_0^1 dx \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \frac{a_i}{2b_i} e^{-\frac{\alpha(1-x)p^2}{4b_i}}.$$

2. $\pi^0 \rightarrow \eta \eta$

$$g_{\eta \eta} = \frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_{\rho}}{2}} \cdot \mathcal{D}_{\eta \eta}(0);$$

$$\mathcal{D}_{\eta \eta}(p^2) = 2 \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \frac{a_i}{16b_i^3} e^{-\frac{\alpha(1-x_2)p^2}{4b_i}}.$$

3. $S^+ \rightarrow \eta$

$$\frac{1}{f_S} = \frac{3}{\pi \sqrt{2}} \left[\sqrt{\lambda_{\rho}} \mathcal{D}_V^{\eta} + \sqrt{\lambda_{\rho}} \mathcal{D}_V^f \right];$$

$$\mathcal{D}_V^{\eta}(p^2) = \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \frac{c_i}{2d_i^2} W_i \left(\frac{p^2}{4d_i} \right);$$

$$\mathcal{D}_V^f(p^2) = \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \frac{a_i}{2b_i} W_0 \left(\frac{p^2}{4b_i} \right);$$

$$W_0(z) = \int_0^1 dx e^{-\alpha(1-x)z}; \quad W_1(z) = W_0'(z)$$

4. $\omega \rightarrow \pi \eta$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_g^{uv}(p_1, p_2) &= \int d\tau_3 \sum_j (-1)^j A_j \text{Sp} \left(\gamma^{\mu} g_{12} \gamma^5 \gamma_{23}^j \gamma^{\nu} \gamma_{31}^j \right) = \\ &= i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_1^{\alpha} p_2^{\beta} \mathcal{D}_g(p_1^2, p_2^2, p_3^2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_f^{uv}(p_1, p_2) &= \int d\sigma_3 \sum_j (-1)^j A_j \text{Sp} \left(\sigma^{\mu\alpha} g_{12} \gamma^5 \gamma_{23}^j \gamma^{\nu} \gamma_{31}^j \right) p_1^{\alpha} = \\ &= i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_1^{\alpha} p_2^{\beta} \cdot \mathcal{D}_f(p_1^2, p_2^2, p_3^2), \end{aligned}$$

$$g_{\omega\pi\eta} = \epsilon L \sqrt{\lambda_{\rho}} \left[\sqrt{\lambda_{\rho}} \mathcal{D}_g + \sqrt{\lambda_{\rho}} \mathcal{D}_f \right].$$

5. $S \rightarrow \pi \pi$

$$\mathcal{D}_{\mu}^{\eta}(p_1, p_2) = \int d\sigma_3 \text{Sp} \left(\gamma^{\mu} g_{31} g_{21} g_{23} \right) = (p_1 - p_2)^{\mu} \mathcal{D}_{\eta}(p_1^2, p_2^2, p_3^2);$$

$$\mathcal{D}_{\mu}^f(p_1, p_2) = \int d\sigma_3 \text{Sp} \left(\sigma^{\mu\alpha} g_{31} g_{21} g_{23} \right) (p_1 + p_2)^{\alpha} = (p_1 - p_2)^{\mu} \mathcal{D}_f(p_1^2, p_2^2, p_3^2)$$

$$G_{S\pi\pi} = \frac{3\pi}{4\sqrt{2}} \cdot \lambda_{\rho} \left[\sqrt{\lambda_{\rho}} \cdot \mathcal{D}_{\eta} + \sqrt{\lambda_{\rho}} \cdot \mathcal{D}_f \right].$$

6. $S^+ \rightarrow \pi \pi$

$$\mathcal{D}_S(p_1, p_2) = \int d\sigma_3 \text{Sp} \left(g_{31} g_{21} g_{23} \right)$$

$$G_{S^+\pi\pi} = \frac{3\pi}{4\sqrt{2}} \lambda_{\rho} \sqrt{\lambda_S} \cdot \mathcal{D}_S \cdot \sin \delta_S \cdot \left(\frac{2}{L} \right).$$

7. $\Delta^{++} \rightarrow \rho \pi^+$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_S^4(\rho, \rho) &= \int d\tau_3 \left\{ g_{12} \gamma^M g_{21} g_{31} g_{32} + \frac{1}{2} g_{12} \gamma^M g_{21} g_{31} g_{32} \gamma^M \right. \\ &\quad - g_{12} \gamma^M g_{23} g_{13} g_{12} - \frac{1}{2} g_{12} \gamma^M g_{23} g_{13} g_{12} \gamma^M + \\ &\quad \left. + g_{12} \text{Sp}(g_{31} g_{32} \gamma^M g_{21}) + \frac{1}{2} g_{12} \gamma^M \text{Sp}(g_{31} g_{32} \gamma^M g_{21}) \right\} = \\ &= (\rho_1 + \rho_2)^4 \mathcal{D}_S(\rho_1^2, \rho_2^2, \rho_3^2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\rho^4(\rho, \rho) &= \int d\tau_3 \left\{ -g_{21} \gamma^M g_{12} g_{31} g_{32} + \frac{1}{2} g_{21} \gamma^M g_{12} g_{31} g_{32} \gamma^M \right. \\ &\quad \left. + g_{21} \gamma^M g_{32} g_{31} g_{12} - \frac{1}{2} g_{12} \gamma^M g_{23} g_{31} g_{12} \gamma^M \right\} = \\ &= (\rho_1 + \rho_2)^4 \mathcal{D}_\rho(\rho_1^2, \rho_2^2, \rho_3^2) \end{aligned}$$

$$G_{\Delta\rho\pi} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{3}{2}\right)^5 \sqrt{\lambda_\Delta \lambda_\rho \lambda_\pi^2} \left\{ \sqrt{\lambda_\rho} \cdot \mathcal{D}_S - \sqrt{\lambda_\rho} \cdot \mathcal{D}_\rho \right\}$$

8. $K \rightarrow K^0 \pi$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{SS} &= \int d\tau_3 \gamma^5 \left\{ g_{31} g_{32} \text{Sp} g_{12}^2 + g_{31} g_{32} g_{12}^2 + \right. \\ &\quad \left. + g_{21} g_{31} g_{32} - g_{21} g_{23} g_{13} g_{12} \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\rho\rho} &= \int d\tau_3 \gamma^5 \left\{ g_{13} g_{23} \text{Sp}(g_{12} g_{21}) + g_{13} g_{23} g_{12} g_{21} + \right. \\ &\quad \left. + g_{12} g_{21} g_{13} g_{23} - g_{12} g_{23} g_{13} g_{21} \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{S\rho} &= \int d\tau_3 \gamma^5 \left\{ g_{31} g_{32} g_{21}^2 + g_{21} g_{12} g_{13} g_{23} + g_{13} g_{23} g_{21} g_{12} \right. \\ &\quad \left. + g_{12}^2 g_{31} g_{32} - g_{12} g_{32} g_{31} g_{12} - g_{21} g_{32} g_{31} g_{21} \right\}, \end{aligned}$$

$$G_{\pi KK} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \left(\frac{3}{2}\right)^5 \sqrt{\lambda_K} \left[\lambda_N^S \mathcal{D}_{SS} - \sqrt{\lambda_N^S \lambda_N^P} \mathcal{D}_{S\rho} + \lambda_N^P \mathcal{D}_{\rho\rho} \right]$$

9. $\bar{\pi} \rightarrow \pi \gamma$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\pi\pi\gamma}^4(\varphi) &= \int d\tau_3 \sum_j (-)^j A_j^4 \text{Sp}(g_j^{13} \gamma^M g_j^{32} \varphi^{22}) = \\ &= (\rho_1 + \rho_2)^4 \mathcal{D}(\varphi^2); \end{aligned}$$

$$\mathcal{D}_{\pi\pi\gamma}(\varphi^2) = 6 \lambda_P \cdot \mathcal{D}(\varphi^2).$$

10. $\omega \rightarrow 3\pi$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_g^4(\rho_1, \rho_2, \rho_3) &= \int d\tau_4 \text{Sp}(g^M g_{41} \gamma^5 g_{12} g_{32} g_{34}) = \\ &= -i \varepsilon^{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \rho_1^{\mu_1} \rho_2^{\mu_2} \rho_3^{\mu_3} \mathcal{D}_g(\rho_i^2, s_1, s_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_f^4(\rho_1, \rho_2, \rho_3) &= \int d\tau_4 (-\rho_4^{\mu_4}) \text{Sp}(\sigma^{\mu_4 M} g_{41} \gamma^5 g_{12} g_{32} g_{34}) = \\ &= -i \varepsilon^{\mu_1 \mu_2 \mu_3} \rho_1^{\mu_1} \rho_2^{\mu_2} \rho_3^{\mu_3} \mathcal{D}_f(\rho_i^2, s_1, s_2); \end{aligned}$$

$$G_\pi = \frac{3\pi^2}{16} \lambda_P^{3/2} \left[\sqrt{\lambda_g} \cdot \mathcal{D}_g + \sqrt{\lambda_f} \cdot \mathcal{D}_f \right].$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{gg}^4(\rho_1, \rho_2) &= \int d\tau_3 \text{Sp}(g^M g_{31} \gamma^M g_{12} \gamma^5 g_{23}) = \\ &= -i \varepsilon^{\mu_1 \mu_2} \rho_1^{\mu_1} \rho_2^{\mu_2} \mathcal{D}_{gg}(\rho_i^2); \end{aligned}$$

$$D_{ff}^{4L}(p_1, p_2) = - \int d\sigma_3 \text{Sp}((p_1 + p_2)^\alpha \sigma^{\alpha\mu} g_{31}^\beta p_1^\beta \sigma^{\beta\lambda} g_{12}^\gamma g_{23}^\delta) =$$

$$= -i \varepsilon^{\mu\nu\lambda\alpha} p_1^\nu p_2^\alpha D_{ff}(p_i^2);$$

$$D_{ff}^{4L}(p_1, p_2) = \int d\sigma_3 \{ \text{Sp}((p_1 + p_2)^\alpha \sigma^{\alpha\mu} g_{31}^\nu g_{12}^\gamma g_{23}^\delta) -$$

$$- \text{Sp}(g_{31}^\mu \sigma^{\alpha\nu} p_1^\alpha g_{12}^\gamma g_{23}^\delta) \} = -i \varepsilon^{\mu\nu\lambda\alpha} p_1^\nu p_2^\alpha D_{ff}^{(2)}$$

$$\epsilon_{VVP} = \frac{3\pi}{4\sqrt{2}} \sqrt{\lambda_P} [\lambda_g D_{gg} + \sqrt{\lambda_g \lambda_f} D_{fg} + \lambda_f D_{ff}]$$

II. $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$

$$D_{4P} = \int d\sigma_4 \text{Sp}(g_{41} g_{21} g_{23} g_{43})$$

$$\epsilon_{\square}^P(stu) = \frac{3\pi^2}{32} \lambda_P^2 \cdot [D_{4P}(p_1, p_2, p_3) + D_{4P}(p_2, p_1, p_3) +$$

$$+ D_{4P}(p_2, p_3, p_1)].$$

Литература

1. Dubničkova A.Z., Efimov G.V., Ivanov M.A. Fort.der Phys., 1979, 27, p.403;
Ефимов Г.В., Иванов М.А. ЭЧАЯ, 1981, т.12, с.1220;
В сб.: Труды VII Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Дубна, ОИЯИ, Д2-84-366, 1984.
2. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю. ОИЯИ PII-80-93, 1980; PII-82-670, Дубна, 1982.
3. Martz J.B., et al. "Standard LISP Report", UTAH Symbolic Computation Group, Report No. UCR-60, 1978.
4. Particle Data Group, CERN, 1985.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 августа 1985 года

Разработан эффективный алгоритм расчета матричных элементов физических процессов в виртон-кварковой модели, представляющей собой само-согласованную схему квантово-полевого релятивистского мешка. Модель имеет два свободных параметра и позволяет с единой точки зрения описывать низко-энергетические процессы адронной физики. Эти параметры определяются с помощью фитирования по основным экспериментальным величинам: ширине распада псевдоскалярных, скалярных и векторных мезонов, сильной константе мезон-нуклонного взаимодействия, ширине сильного распада Δ -изобары. Полученные теоретические значения находятся в хорошем согласии с экспериментом.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

An effective algorithm is presented for calculations of matrix elements of physical processes in the framework of the virton-quark model that represents a kind of the relativistic quantum bag. This model has only two free parameters and allows us to describe the low-energy processes of hadron physics from unique point of view. These parameters are defined by fitting basic experimental quantities: the decay widths of pseudoscalar, scalar and vector mesons, the strong meson-nucleon interaction constant, the decay width of Δ -isobar. Theoretical predictions are in good agreement with the experimental data.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985