сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-85-591

Р.И.Азимов

О РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ЭЛЕКТРОНА В КУЛОНОВСКОЙ КАЛИБРОВКЕ В ОДНОПЕТЛЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

1985

Введение

Метод квантования в кулоновской калибровке обладает существенным недостатком - это отсутствие явной лоренц-инвариантности [I]. Существует доказательство ее инвариантности на массовой поверхности [2]. В данной работе сделана попытка применения метода доказательства лоренц-инвариантности к вычислению фейнмановских диаграмм в кулоновской калибровке.

Вычисление оператора собственной энергии в кулоновской калибровке

Вычислим оператор собственной энергии электрона во втором порядке теории возмущений для лагранжиана [2,3]:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_0 A_i)^2 - \frac{1}{4}F_{ij}^2(A) - j_i A_i + \frac{1}{2} j_0 \frac{1}{\partial^2} j_0 + i\bar{\psi}\partial_\mu \gamma_\mu \psi, \qquad (\mathrm{I})$$

$$\partial_i \partial_0 A_i = 0 \;;\; \partial_i A_i = 0, \quad (j_\mu = e\bar{\psi}\gamma_\mu \psi), \qquad (2)$$

$$i[\partial_0 A_i(x), A_j(y)] = (\delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial^2}\partial_j)\delta^3(x-y). \qquad (3)$$

Пропагатор электромагнитного поля в этой калибровке имеет вид

$$D^{tr}_{ij}(x-y) = \langle 0|TA_i(x)A_j(y)|0\rangle = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \frac{d^4k}{k^2+i\varepsilon}(\delta_{ij} - k_i \frac{1}{k^2} k_j)e^{-ik(x-y)}. \qquad (4)$$

В дальнейшем мы будем использовать общий вид этого пропагатора:

$$D^{tr}_{\mu\nu}(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \frac{e^{-ik(x-y)}}{k^2+i\varepsilon}\left[-g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{(kn)^2-k^2} + \frac{(kn)(k_\mu n_\nu + n_\mu k_\nu)}{(kn)^2-k^2} - \frac{k^2 n_\mu n_\nu}{(kn)^2-k^2}\right]d^4k = \qquad (5)$$

$$n = (1,0,0,0)$$

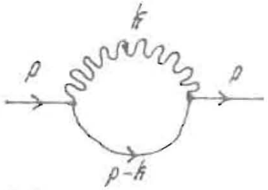
$$= \begin{cases} 0, & \mu=\nu=0 \\ \displaystyle\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{e^{-ik(x-y)}}{k^2+i\varepsilon}(\delta_{ij} - k_i \frac{1}{k^2}k_j), & \mu,\nu = i,j. \end{cases} \qquad (6)$$

Пропагатор спинора равен

$$S(x-y,m)=\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\,\frac{e^{-ip(x-y)}}{p^2-m^2+i\varepsilon}(\hat p+m). \tag{7}$$

В формуле (5) последний член совпадает со статическим кулоновским взаимодействием с обратным знаком. При учете полного взаимодействия этот член сокращается с кулоновским взаимодействием в исходном лагранжиане (I).

Диаграмма для собственной энергии электрона имеет вид



Используя правила Фейнмана, запишем

$$\Sigma^{(2)}_{tot}(p)=\frac{e^2}{(2\pi)^4 i}\int d^4q\,\gamma_\mu S(p-q)\gamma_\nu D^{tr}(q,\eta)= \tag{8}$$

$$=\frac{\alpha}{4\pi^3 i}\int\frac{d^4q}{(q^2+i\varepsilon)}\,\frac{1}{(p-q)^2-m^2}\,\hat\Pi(p,q),\qquad \alpha=\frac{e^2}{4\pi},$$

где

$$\hat\Pi=\gamma_\mu(\hat p-\hat q+m)\gamma_\nu\Big[g_{\mu\nu}+\frac{g_{\mu i}g_{\nu j}q_iq_j-g_{\mu 0}g_{\nu 0}q_0^2}{\vec q^{\,2}}\Big]= \tag{9}$$

$$=4m-2(\hat p\hat q)-\Delta\mathcal{F},\qquad \Delta\mathcal{F}=2m+2p_j\Big(\delta_{ij}-\frac{q_iq_j}{q^2}\Big)\gamma_i$$

(см. приложение).

Перепишем формулу (8) в виде

$$\Sigma'_{tot}(p)=\Sigma'_{\phi}(p)+\Delta\Sigma'_{инв}+\Delta\Sigma'_{неинв}=\Sigma'_{инв}+\Delta\Sigma_{неинв}, \tag{10}$$

где

$$\Sigma'_{\phi}(p)=\frac{\alpha}{4\pi^3 i}\int\frac{d^4q}{(q^2+i\varepsilon)}\,\frac{4m-2(\hat p\hat q)}{(p-q)^2-m^2} \tag{11}$$

– есть собственная энергетическая часть электрона в калибровке Фейнмана,

$$\Sigma'_{инв}(p)=\frac{\alpha}{4\pi^3 i}\int\frac{d^4q}{(q^2+i\varepsilon)}\,\frac{2(m-(\hat p\hat q))}{(p-q)^2-m^2}, \tag{12}$$

$$\Delta\Sigma_{неинв}(p)=\frac{\alpha i}{4\pi^3}\int\frac{d^4q}{(q^2+i\varepsilon)}\,\frac{2p_j}{(p-q)^2-m^2}\Big(\delta_{ij}-\frac{q_iq_j}{q^2}\Big)\gamma_i. \tag{13}$$

Вначале рассмотрим поля в покоящейся системе координат $(p_i=0)$. Неинвариантная часть (I3) равна нулю и

$$\Sigma'_{tot}(p_0,p_i=0)=\Sigma'_{инв}(p_0)=\frac{\alpha}{2\pi^3 i}\int\frac{d^4q}{(q^2+i\varepsilon)}\,\frac{m-\hat p+\hat q}{(p_0-q_0)^2-\vec q^{\,2}-m^2},\qquad \big(\hat p\big|_{p_i=0}=p_0\gamma_0\big). \tag{14}$$

После регуляризации на массовой поверхности $\hat p=m$ выражение (I4) принимает вид (см. приложение, II)

$$\Sigma^{R}_{tot}(p)=\frac{\alpha}{2\pi}(\hat p-m)\Big[\frac{\delta}{p^2}\ln\Big(\frac{\delta}{m^2}\Big)\Big(1+\frac{\hat p(\hat p+m)}{2p^2}\Big)-\frac{(\hat p-m)\hat p}{2p^2}\Big],\quad (\delta=m^2-p^2), \tag{15}$$

т.е. в системе покоя нет инфракрасных расходимостей. Заметим, что оператор $\Sigma'_{\phi}(p)$ имеет инфракрасную расходимость /4/.

В движущейся системе координат

$$\Sigma'_{tot}(p)=\Sigma'_{инв}+\Delta\Sigma_{неинв}. \tag{16}$$

Вычисление второго слагаемого в (I6)

$$\Delta\Sigma_{неинв}(p)=\frac{\alpha i}{2\pi^3}\int\frac{d^4q}{(q^2+i\varepsilon)}\,\frac{p_j\gamma_i}{(p-q)^2-m^2}\Big(\delta_{ij}-q_i\frac{1}{q^2}q_j\Big)=\frac{\alpha}{\pi}\gamma_ip_iB \tag{17}$$

сводится к вычислению выражения

$$B(p_0,\vec p)=\frac{1}{2}\int dx\sqrt{x}\Big[\frac{\delta}{p_0^2-x\vec p^{\,2}}\Big(\ln\frac{\delta}{m^2}-\ln\frac{m^2+p^2(1-x)}{m^2}+ \tag{18}$$

$$+\ln x\big(m^2+\vec p^{\,2}(1-x)\big)\Big)\Big],$$

где

$$B\simeq\frac{1}{3}\frac{\delta}{p_0^2}\ln\frac{\delta}{m^2},\qquad (\delta=m^2-p_0^2)$$

$$\Delta\Sigma_{неинв}=\frac{\alpha}{3\pi}\gamma_ip_i\frac{\delta}{p_0^2}\ln\frac{\delta}{m^2} \tag{19}$$

(см. приложение, III).

При регуляризации (I9) на массовой поверхности $\hat p=m$ (при этом будем считать p_i бесконечно малой поправкой к p_0, $p_i\to 0$)

мы встречаемся с инфракрасной расходимостью (см. приложение, Ш) для её устранения как обычно вводим массу фотона λ_0 – инфракрасный параметр обрезания. После перенормировки оператор (19) принимает вид

$$\Delta\Sigma^{R}_{неинв}(p_0) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) p_i \gamma_i \left[\frac{p_0^2-m^2}{p_0^2} \ln\frac{p_0^2-m^2}{m^2} - (p_0-m)\frac{2}{m}\left(\ln\frac{\lambda_0^2}{m^2}+1\right)\right] \simeq$$

$$\simeq \frac{2\alpha}{3\pi}\frac{p_i\gamma_i}{m}\ln\frac{\lambda_0^2}{m^2}. \qquad (20)$$

Вычет функции Грина (амплитуда вероятности) на массовой поверхности равен

$$|\Psi_{(p,m)}|^2 = \lim_{\hat{p}\to m}(\hat{p}-m)G^{(2)}(p-m) = \left[1 + p_i\gamma_i\frac{2\alpha}{3\pi m}\ln\frac{\lambda_0^2}{m^2} + \ldots\right],$$

где

$$G^{(2)}(p-m) = i\left[\frac{1}{\hat{p}-m} - \frac{1}{\hat{p}-m}\Sigma(p)\frac{1}{\hat{p}-m} + \ldots\right].$$

Таким образом, вычет функции Грина в наивном способе вычисления зависит от параметра инфракрасного обрезания λ_0 и лоренц-неинвариантен. Зададимся вопросом – каким путем можно восстановить инвариантность на массовой поверхности в радиационной калибровке?

<u>Доказательство лоренц-инвариантности в радиационной калибровке</u>

В радиационной калибровке коммутационные соотношения имеют вид /2,5/

$$[E_i(x), A_j(y)] = -i\left(\delta_{ij} - \partial_i\frac{1}{\partial^2}\partial_j\right)\delta^3(x-y).$$

В соответствии с этим можно построить оператор буста

$$M^{0k} = \int d^3x\left[x^0 T^0_k(x) - x^k T^0_0(x)\right] = \int d^3x\left[x^0 \pi_i \partial_k A^i - \frac{x^k}{2}(\pi_i^2 + B^2)\right]. \qquad (21)$$

Совершим бесконечно малый лоренц-поворот (генерируемый бустом):

$$U(\epsilon)A_i(x)U^{-1}(\epsilon) = A_i(y) - \partial_i\Lambda(\epsilon, y) \qquad (22)$$

$$U(\epsilon) = 1 - \frac{i}{2}\epsilon_{0k}M^{0k}, \qquad \Lambda(\epsilon, y) = -\epsilon_{0k}\int\frac{d^3y}{4\pi|x-y|}\partial_0 A_k \qquad (23)$$

– операторная калибровочная функция.

Мы видим из (21)-(23), что операторы $A(x)$ восстанавливают свою поперечную структуру в новой системе координат. При этом спинор $\psi(x)$ преобразуется следующим образом:

$$U(\epsilon)\psi(x)U^{-1}(\epsilon) = [1 - ie\Lambda(x,\epsilon)]S^{-1}_{rs}(\epsilon)\psi_s(y).$$

Функция Грина

$$G_{ik}(x,y) = \langle 0|T\psi_i(x)\bar{\psi}_k(y)S|0\rangle \qquad (24)$$

в движущейся системе координат равна

$$G^{tot}_{ik} = \langle 0|T(1+ie\Lambda)\psi\bar{\psi}(1-ie\Lambda)S|0\rangle = G_{ik} + \Delta G_{ik}(x,y), \qquad (25)$$

Второй порядок по теории возмущения для $\Delta G(x,y)$ имеет вид (см. приложение IУ):

$$\Delta G^{(2)}_{ik} = \frac{P_k}{P_0}e^2\Big[\langle 0|\frac{1}{\partial^2}A_k(x)\Big\{\int d^4z\,\bar{\psi}\gamma_i A_i(z)\psi(z)\Big\}\bar{\psi}(y)|0\rangle - \qquad (26)$$

$$-\langle 0|\psi(x)\Big[\int d^4z\,\bar{\psi}(z)\gamma_i A_i(z)\psi(z)\Big]\bar{\psi}(y)\frac{1}{\partial_y^2}A(y)|0\rangle$$

Формула (26) дает следующий вклад:

$$\Delta\Sigma_{кал} = \frac{\alpha}{\pi^3 i}\frac{P_k}{P_0}\int\frac{d^4q}{q_\mu^2}\frac{q_0}{\vec{q}^2}\left(\delta_{ki} - \frac{q_k q_i}{\vec{q}^2}\right)\frac{m q_0\gamma_0\gamma_i}{(p-q)^2 - m^2}. \qquad (27)$$

Таким образом, полный оператор собственной энергии электрона в движущейся системе имеет вид

$$\Sigma'^{R}_{tot}(p) = \Sigma'^{R}_{инв}(p) + \Sigma'^{R}_{неинв}(p) + \Delta\Sigma'_{кал}. \qquad (28)$$

На массовой поверхности $(\hat{p} = m)$ неинвариантный член (20) полностью компенсируется членом (27) и

$$\Sigma'^{R}_{tot}(p) = \Sigma'^{R}_{инв}(p) = \frac{\alpha}{2\pi}(\hat{p}-m)\left[\frac{\delta}{p^2}\ln\left(\frac{\delta}{m^2}\right)\left(1 + \frac{\hat{p}(\hat{p}+m)}{2p^2}\right) - \frac{(\hat{p}-m)\hat{p}}{2p^2}\right].$$

В результате получаем нормировку волновой функции как в свободном случае:

$$|\Psi_{(p,m)}|^2 = \lim_{p\to m}(p-m)G(p-m) = 1.$$

<u>Заключение</u>

Таким образом, волновая функция электрона лоренц-инвариантна и не содержит инфракрасных особенностей.

Автор благодарен В.Н.Первушину за постановку задачи и ее обсуждение, а также Б.М.Барбашову и С.Г.Коваленко за обсуждение.

Приложение

I. Вычислим оператор $\hat{\Pi}$:

$$\hat{\Pi} = \hat{\gamma}_\mu (\hat{p}-\hat{q})+m)\hat{\gamma}_\nu\left[g_{\mu\nu} + \frac{g_{\mu i} g_{\nu j} q_i q_j - g_{\mu 0} g_{\nu 0} q_0^2}{\vec{q}^2}\right] =$$

$$= \hat{\gamma}_\mu (\hat{p}-\hat{q}+m)\hat{\gamma}_\mu + \gamma_i(\hat{p}-\hat{q}+m)\gamma_i \frac{q_i q_i}{\vec{q}^2} - \gamma_0(\hat{p}-\hat{q}+m)\gamma_0 \frac{q_0^2}{\vec{q}^2}. \qquad (\text{П.I})$$

Используя соотношение $\hat{\gamma}_\mu\hat{\gamma}_\nu + \hat{\gamma}_\nu\hat{\gamma}_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$, $\hat{\gamma}_\mu\hat{\gamma}_\mu = 4$, преобразуем первое слагаемое в формуле (П.I):

$$\hat{\gamma}_\mu[\hat{\gamma}_\alpha(p-q)_\alpha + m]\hat{\gamma}_\mu = 2(m-\hat{p}+\hat{q})+2m. \qquad (\text{П.2})$$

Окончательно выражение (П.I) с учетом (П.2) можно записать так:

$$\hat{\Pi} = 2(m-\hat{p}+\hat{q}) + \Delta\hat{\Pi},$$

где

$$\Delta\hat{\Pi} = \left[2m - \gamma_0(\hat{p}-\hat{q}+m)\gamma_0 + \gamma_i(\hat{p}-\hat{q}+m)\gamma_j \frac{q_i q_j}{\vec{q}^2} - \gamma_0(\hat{p}-\hat{q}+m)\gamma_0\frac{q_\mu^2}{\vec{q}^2}\right] =$$

$$= \left[-\gamma_0(\hat{p}-\hat{q})\gamma_0 + \gamma_i q_i \frac{\hat{p}-\hat{q}}{\vec{q}^2}\gamma_j q_j\right] = -2(p-q)_j\left[\delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{\vec{q}^2}\right]\gamma_i + O\left(\frac{q_\mu^2}{\vec{q}^2}\right), \qquad (\text{П.3})$$

в формуле (П.3) последнее слагаемое дает вклад в перенормировку массы, и мы им можем пренебречь.

II. Вычисление инвариантной части собственной энергии электрона

$$\Sigma_{инв}(p) = \frac{\alpha}{2\pi^3 i}\int \frac{d^4q}{(q^2+i\varepsilon)} \frac{m-\hat{p}+\hat{q}}{(p-q)^2-m^2}$$

сводится к вычислению табличных фейнмановских интегралов

$$1. \quad \frac{i}{\pi^2}\int \frac{d^4q}{q^2+i\varepsilon}\frac{1}{(p-q)^2-m^2} = -\frac{\delta}{a}\ln\delta - 2,$$

$$2. \quad \frac{i}{\pi^2}\int \frac{d^4q}{q^2+i\varepsilon}\frac{\hat{q}}{(p-q)^2-m^2+i\varepsilon} = -\frac{\hat{p}}{2}\left[\frac{\delta}{a}\ln\delta + \left(\frac{\delta}{a}-\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$\left(\delta = \frac{m^2-p^2}{m^2}, \quad a = \frac{p^2}{m^2}\right).$$

Тогда

$$\Sigma'_{инв}(p) = -\frac{\alpha}{2\pi}(m-\hat{p})\left[\left(\frac{\delta}{a}\ln\delta+2\right) - \hat{p}\frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{a^2}\ln\delta + \frac{\delta}{a} - 1\right)\right].$$

Регуляризованная функция $\Sigma'_{инв}(p)$ вычисляется по формуле

$$\Sigma'^{R}_{инв}(p) = \Sigma'(p) - \Sigma'(p)\Big|_{\hat{p}=m} - (p-m)\frac{\partial\Sigma'(p)}{\partial\hat{p}}\Big|_{p=m} =$$

$$= \frac{\alpha}{2\pi}(\hat{p}-m)\left[\frac{\hat{p}(m-\hat{p})}{2p^2} + \frac{m^2-p^2}{p^2}\left(\ln\left(\frac{m^2-p^2}{m^2}\right)\right)\left(1+\frac{p^2+m\hat{p}}{2p^2}\right)\right]. \qquad (\text{П.4})$$

III. Вычисление неинвариантной части оператора

$$\Delta\Sigma_{неинв}(p) = \frac{\alpha}{\pi}p_i\gamma_i B \qquad (\text{П.5})$$

сводится к вычислению интеграла

$$B = -\frac{1}{2}\iiint_0^\infty \frac{d\alpha\, d\beta\, d\gamma}{\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^3(\alpha+\beta)}}\exp\left\{-i\beta\left[\delta - \beta\frac{\vec{p}^2}{\alpha+\beta+\gamma} + p\frac{p_0^2}{\alpha+\beta}\right]\right\}\frac{1}{(\alpha+\beta+\gamma)} \qquad (\text{П.6})$$

$$\left(\alpha = \frac{1}{(q^2+i\varepsilon)}, \quad \beta = \frac{\hat{p}+m-\hat{q}}{(p-q)^2-m^2}, \quad \gamma = \frac{1}{(-q^2+i\varepsilon)}\right).$$

Делая замену переменных:

$$\beta = \lambda x_2, \quad \alpha = \lambda(x_1-x_2), \quad \gamma = \lambda(1-x_1), \quad \alpha+\beta+\gamma = \lambda, \quad \alpha+\beta = \lambda x_1$$

$$\iiint_0^\infty \frac{d\alpha\, d\beta\, d\gamma}{\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^3(\alpha+\beta)}} = \int_0^\infty d\lambda \int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \frac{1}{\sqrt{x_1}},$$

формулу (П.6) перепишем в виде

$$B = -\frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda}\int_0^1 \frac{dx_1}{\sqrt{x_1}}\int_0^{x_1} dx_2\, e^{-i\lambda\left[x_2\left(\delta - x_2\vec{p}^2 + \frac{x_2}{x_1}p_0^2\right)\right]} = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{dx_1}{\sqrt{x_1}}\int_0^{x_1} dx_2 \ln\left[x_2\left(\delta - x_2\vec{p}^2 + \frac{x_2}{x_1}p_0^2\right)\right] \qquad (\text{П.7})$$

или

$$B = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}\int_0^1 dy\left[\ln\frac{y}{x} + \ln\left(\delta x + (p_0^2 y - yx\vec{p}^2)\right)\right]. \qquad (\text{П.8})$$

Пользуясь соотношением

$$\int_0^x dy \ln\left[\frac{a}{a} + \frac{y(p_0^2 - xp^2)}{b}\right] = \frac{a}{b}\ln\frac{a}{a+bx} + x\left[\ln(a+bx) - 1\right],$$

формулу (П.8) можно записать так:

$$B(p_0,\vec{p}) = \frac{1}{2}\int_0^1 dx\sqrt{x}\left[\frac{\delta}{p_0^2 - x\vec{p}^2}\left(\ln\frac{\delta}{m^2} - \ln\frac{m^2+\vec{p}^2(1-x)}{m^2}\right) + \ln x\left(m^2+\vec{p}^2(1-x)\right)\right]. \quad (\text{П.9})$$

При $p_i \to 0$

$$B(p_0, p_i = 0) = \frac{1}{2}\int_0^1 dx\sqrt{x}\left[\frac{\delta}{p_0^2}\ln\frac{\delta}{m^2} + \ln x m^2\right] \simeq \frac{1}{3}\frac{\delta}{p_0^2}\ln\frac{\delta}{m^2}. \quad (\text{П.10})$$

После регуляризации выражения (П.10) на массовой поверхности имеем

$$\frac{\pi}{\sqrt{p_i}\gamma_i}\Delta\Sigma'^{R}_{\text{неинв}}(p) \equiv B_R(p) = B(p_0) - B_{(p=m)}(p_0) - (p_0 - m)\left.\frac{\partial(B(p_0))}{\partial p_0}\right|_{p_0=m} =$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{p_0^2 - m^2}{p_0^2}\ln\frac{p_0^2 - m^2}{m^2} - (p_0 - m)\frac{2}{m}\left(\ln\frac{\lambda_0^2}{m^2} + 1\right)\right] \simeq \frac{2}{3m}\ln\frac{\lambda_0^2}{m^2} \quad (\text{П.11})$$

(λ_0^2 -инфракрасный параметр обрезания).

IУ. Покажем, что функция Грина

$$G_{tot}(x,y) = \langle 0|T(1+ie\Lambda)\psi\bar{\psi}(1-ie\Lambda)S|0\rangle, \quad \left(\Lambda(x,t) = -\epsilon_{ok}\frac{1}{\partial^2}\partial_0 A_k\right) \quad (\text{П.12})$$

во втором порядке теории возмущений дает вклад $\Delta\Sigma'^{(2)}_{\text{кал}}(p)$, который полностью компенсирует член $\Delta\Sigma_{\text{неинв}}(p)$ на массовой поверхности.

Разложим S -матрицу по теории возмущений:

$$S = T\exp\left\{e\int \mathcal{H}_I(z)d^4z\right\} = 1 + e\int d^4z\,\mathcal{H}_I(z) + \frac{\left(e\int d^4z\,\mathcal{H}_I(z)\right)^2}{2!} + \dots \quad (\text{П.13})$$

$$\mathcal{H} = i\bar{\psi}\gamma_i\psi A_i \quad (\text{П.14})$$

и затем подставим ее в (П.12) (при этом учитывая, что члены с нечетным числом степени по e исчезают, так как их среднее по вакууму равно нулю):

$$G_{tot}(x,y) = \langle 0|T\psi(x)\bar{\psi}(y)|0\rangle + e^2\langle 0|T\psi(x)\bar{\psi}(y)\left[\Lambda(x)\Lambda(y) + \Lambda(x)\int d^4z\,\mathcal{H}_I(z) - \Lambda(y)\int d^4z\,\mathcal{H}_I(z)\right]|0\rangle =$$

$$= G(x,y) + \Delta G^{(2)}(x,y), \quad (\text{П.15})$$

члены с $(\Lambda(x)\Lambda(y))$ не дают вклада в интересующее нас соотношение. Учитывая, что

$$\Lambda(x,t) = -\epsilon_{ok}\frac{1}{\partial^2}\partial_0 A_k \Rightarrow i\left(\frac{p_k}{p_0}\right)\frac{q_0}{\vec{q}^2}A_k(q), \quad \epsilon_{ok} = \frac{p_k}{p_0},$$

получим для $\Delta G^{(2)}(x,y)$ выражение

$$\Delta G^{(2)}(x,y) = \frac{p_k}{p_0}e^2\left[\langle 0|\frac{\partial_0}{\partial_x^2}A_k(x)\psi(x)\left(\int d^4z\,\bar{\psi}(z)\gamma_i A_i(z)\psi(z)\right)\bar{\psi}(y)|0\rangle -\right.$$

$$\left. - \langle 0|\psi(x)\left(\int d^4z\,\bar{\psi}(z)\gamma_i A_i(z)\psi(z)\right)\bar{\psi}(y)\frac{\partial_0}{\partial_y^2}A(y)|0\rangle\right] =$$

$$= \frac{p_k}{p_0}\frac{e^2}{i}\int d^4z\left[S(x-z)\gamma_i\left(\frac{\partial_0}{\partial_x^2}D_{ik}(z-x) - \frac{\partial_0}{\partial_y^2}D_{ik}(z-y)\right)S(z-y)\right].$$

Определяя

$$\Sigma(p) = (p-m)\frac{1}{i}G(p-m),$$

окончательно имеем

$$\Delta\Sigma'_{\text{кал}} = \frac{\alpha}{\pi^3 i}\frac{p_k}{p_0}\int\frac{d^4q}{q_\mu^2}\frac{q_0}{\vec{q}^2}\left(\delta_{ki} - \frac{q_k q_i}{\vec{q}^2}\right)\frac{m q_0\gamma_0\gamma_i}{(p-q)^2 - m^2}.$$

Литература

1. Adkins G.S. Phys. Rev., D. 1985, 27, 1814-1820.
2. Бьеркен Дж. Д., Дрелл С.Д. Релятивистская квантовая теория. " Наука", М., 1978, т. 2.
3. Pervushin V.N., Azimov R.I. JINR E2-85-203, Dubna, 1985.
4. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. "Наука", М., 1984.
5. Азимов Р.И., Первушин В.Н. Препринт ОИЯИ, Р2-84-83, Дубна, 1984.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 августа 1985 года