

Объединенный
институт
ядерных
исследований
Дубна

P2-85-546

Г.В.Ефимов, М.А.Иванов, В.Е.Любовицкий*

О СВОЙСТВАХ $\pi^+\pi^-$ -АТОМА

Направлено в журнал "Ядерная физика"

* Томский государственный университет

1985

Введение

Изучение сильных взаимодействий пионов и каонов представляет несомненный интерес для более глубокого понимания природы сильных взаимодействий и структуры элементарных частиц. Единственной пока возможностью извлечения информации о сильном взаимодействии пионов является низкоэнергетическое $\pi\pi$ -рассеяние. Непосредственное изучение $\pi\pi$ -рассеяния недоступно прямому эксперименту, поэтому данная информация извлекается косвенным образом из анализа других процессов с участием пионов^[1,2]. Так, длины $\pi\pi$ -рассеяния вычисляются с помощью аппроксимации энергетической зависимости фаз рассеяния, которые определяются из результатов измерений дифференциальных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ ^[1] или $K \rightarrow \pi\pi e\nu$ ^[2]. Экспериментальные погрешности при определении длин рассеяния все еще велики (25 - 30%), и, кроме того, существуют модельные неопределенности, связанные с процедурой выделения амплитуды однопионного обмена и процедурой аппроксимации^[1]. Поэтому желательно измерить длины $\pi\pi$ -рассеяния модельно независимым способом и с меньшими ошибками.

В работе^[3] показано, что на существующих ускорителях можно наблюдать атомы, образованные двумя пионами ($A_{2\pi}$) и измерить их время жизни и значение волновой функции основного состояния в нуле. Отмечена также возможность измерения разности уровней $n\pi$ - $p\pi$.

Время жизни атома $A_{2\pi}$ определяется формулой

$$\tau = W^{-1}(A_{2\pi} \rightarrow \pi^0 \pi^0), \quad (1)$$

где $W(A_{2\pi} \rightarrow \pi^0 \pi^0)$ - вероятность распада атома на два π^0 -мезона^[4]:

$$W(A_{2\pi} \rightarrow \pi^0 \pi^0) = \frac{16}{9} \pi \left(\frac{2\Delta m_\pi}{m_\pi} \right)^{1/2} |a_0 - a_2|^2 \cdot |\Psi(0)|^2, \quad (2)$$

где a_0 , a_2 - s -волновые длины $\pi\pi$ -рассеяния с изоспином 0 и 2 соответственно, $\Psi(0)$ - значение волновой функции основного состояния в нуле.

С теоретической точки зрения, энергетическая область, где происходит образование и распад $A_{2\pi}$ -атомов, относится к области кваркового конфайнмента, изучению которой в настоящее время уделяется большое внимание. В этой области хорошо работает виртон-кварковая модель (ВКМ)^[5], в рамках которой было описано большинство эффектов низкоэнергетической физики.

Атом $A_{2\pi}$ можно представить как квазистационарное состояние, при этом потенциал притяжения определяется как электромагнитными, так и сильными взаимодействиями π^+ , π^- -мезонов. Аннигиляция атома в два π^0 -мезона происходит за счет сильных взаимодействий (см. рис. 1).

В данной работе в рамках ВКМ вычислены s -волновые длины $\pi\pi$ -рассеяния, определяющие время жизни $A_{2\pi}$ -атома. С помощью потенциала, являющегося фурье-образом t -канальной амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния, были рассчитаны: энергия связи, волновая функция в нуле и разность $2s$ - $2p$ уровней $A_{2\pi}$ -атома.

Оказалось, что энергия связи и волновая функция в нуле определяются в основном электромагнитным взаимодействием π^+ , π^- -мезонов. Это означает, что экспериментальное измерение времени жизни $A_{2\pi}$ -атома позволит непосредственно определить разность s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния.

1. Длины $\pi\pi$ -рассеяния

Лагранжиан взаимодействия ВКМ^[5,6], необходимый для описания $\pi\pi$ -рассеяния, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I(x) = & \frac{ig_p}{\sqrt{2}} \bar{q}_a(x) \vec{\tau} \gamma^5 q_a(x) \vec{\pi}(x) + \\ & + \frac{g_v}{\sqrt{2}} \vec{p}_\mu(x) \bar{q}_a(x) \vec{\tau} \gamma^\mu q_a(x) + \frac{if_\nu}{\sqrt{2}} \left(\frac{L}{2} \right) \partial_\nu \vec{p}_\mu(x) \bar{q}_a(x) \vec{\tau} \sigma^{\mu\nu} q_a(x) \\ & + \frac{g_s}{\sqrt{2}} \left[\cos \delta_s \cdot \varepsilon(x) - \sin \delta_s \cdot S^*(x) \right] \cdot \bar{q}_a(x) q_a(x); \end{aligned}$$

$$q_a = \begin{pmatrix} u_a \\ d_a \end{pmatrix}.$$

Здесь $\alpha = 1, 2, 3$ - цветовые индексы; $\vec{\pi}$, \vec{p} , ε , S^* - поля, описывающие, соответственно, π , ρ , скалярные ε - и S^* (975)-мезоны. Угол смешивания $\delta_S = \theta_S - \theta_I \approx 20^\circ$ был определен из распада $S^* \rightarrow \pi\pi$ /6/.

Особую роль играет ε -мезон. Дело в том, что при описании NN -взаимодействия в моделях типа однобозонного обмена /7/, при описании $\pi\pi$ -взаимодействия в киральных моделях /8/, возникает необходимость введения 0^{++} резонанса с малой массой (400 - 500 МэВ). Экспериментальные данные, указывающие на существование скалярного резонанса с такой малой массой, отсутствуют. Поэтому введение ε -мезона следует рассматривать, как способ приближенного описания сильного, но нерезонансного взаимодействия пионов в S -волне. Имеются, однако, указания на существование ε (700)-мезона с шириной ≈ 0 МэВ /7/. В результате наших расчетов /6/ оказалось, что наилучшее согласие с экспериментом для S -волновых длин рассеяния достигается при $m_\varepsilon = 480$ МэВ.

Диаграммы, описывающие $\pi\pi$ -рассеяние, приведены на рис. 2. Соответствующая инвариантная амплитуда записывается в виде

$$M_{i_1 \dots i_4}(p_1 \dots p_4) = \\ = \delta_{i_1 i_2} \delta_{i_3 i_4} M(stu) + \delta_{i_1 i_3} \delta_{i_2 i_4} M(tsu) + \delta_{i_1 i_4} \delta_{i_2 i_3} M(uts),$$

где $i = 1, 2, 3$ - изоспиновые индексы, s , t и u - мандельштамовские переменные: $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 + p_3)^2$, $u = (p_1 + p_4)^2$.

$$M(stu) = -G_\square(stu) + \frac{G_{\varepsilon\pi\pi}(s)}{m_\varepsilon^2 - s} + \frac{G_{S^*\pi\pi}(s)}{m_{S^*}^2 - s} + \\ + \left[(s-u) \frac{G_{\rho\pi\pi}(t)}{m_\rho^2 - t} + (s-t) \frac{G_{\rho\pi\pi}(u)}{m_\rho^2 - u} \right].$$

Явный вид структурных интегралов $G_\square(stu)$, $G_{S^*\pi\pi}(s)$, $G_{\rho\pi\pi}(s)$ приведен в работе /6/.

Длины $\pi\pi$ -рассеяния в единицах $m_\pi = 1$ определяются стандартным образом:

$$a_\ell^I = \frac{1}{32\pi} \lim_{s \rightarrow 4} \left[\frac{4}{s-4} \right]^\ell \cdot \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dx P_\ell(x) M^I(stu).$$

Здесь $t = -\frac{s-4}{4} \cdot \frac{1-x}{2}$; $u = -\frac{s-4}{4} \cdot \frac{1+x}{2}$.
 $M^I(stu)$ - амплитуды с определенным значением изоспина:

$$M^0(stu) = 3M(stu) + M(tsu) + M(uts),$$

$$M^1(stu) = M(tsu) - M(uts),$$

$$M^2(stu) = M(tsu) + M(uts).$$

В результате численных расчетов получаем результаты, приведенные в табл. I. Для сравнения представлены результаты других подходов /9, 10/.

2. Потенциал, определяющий $\pi^+\pi^-$ -взаимодействие и основные характеристики $A_{2\pi}$ -атома

В рамках ВКМ потенциал, определяющий $\pi^+\pi^-$ -взаимодействие, является фурье-образом t -канальной амплитуды $\pi^+\pi^-$ -рассеяния (рис. 3):

$$V(z) = V_{em}(z) + V_S(z).$$

Здесь

$$V_{em}(z) = e^2 \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} e^{i\vec{q}\vec{z}} \frac{F_\pi^2(-\vec{q}^2)}{\vec{q}^2}$$

соответствует вкладу диаграммы рис. 3а и описывает электромагнитное взаимодействие пионов с учетом их структуры. $F_\pi(t)$ - электромагнитный формфактор π -мезона /6/. Сильное взаимодействие пионов описывается потенциалом

$$V_s(z) = \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} e^{i\vec{q}\vec{z}} \left\{ \frac{1}{4m_\pi^2} \left[-G_\square (4m_\pi^2, -\vec{q}^2, \vec{q}^2) + \frac{G_{\epsilon\pi\pi}^2 (-\vec{q}^2)}{m_\epsilon^2 + \vec{q}^2} + \frac{G_{S^*\pi\pi}^2 (-\vec{q}^2)}{m_{S^*}^2 + \vec{q}^2} \right] + \frac{G_{\rho\pi\pi}^2 (-\vec{q}^2)}{m_\rho^2 + \vec{q}^2} \right\},$$

что соответствует вкладу диаграмм рис. 3б.

В результате численных расчетов оказалось, что потенциал $V(z)$ отличается от кулоновского лишь на расстояниях $z \leq 1 \text{ ф.м.}$ В нуле потенциал $V(z)$ имеет конечное значение $V(0) \approx -300 \text{ Мэв.}$ В табл. 2 для сравнения приведены численные значения $V_k(z) = \frac{\alpha}{z}$, $V_{em}(z)$, $V_s(z)$ и $V(z)$ в интервале $0 \leq z \leq 1,2 \text{ ф.м.}$

Поскольку борновский радиус $A_{2\pi}$ -атома $\alpha = \frac{2}{m_\pi \alpha} = 386 \text{ ф.м.}$ намного больше интервала, где потенциал $V(z)$ отличается от кулоновского, естественно считать величину $\Delta V(z) = V(z) - V_k(z)$ малым возмущением кулоновского потенциала.

Основные характеристики $A_{2\pi}$ -атома вычисляем по теории возмущений:

$$\Delta E_1 = \int d^3\vec{z} \psi_{1s}(\vec{z}) \Delta V(z) \psi_{1s}(\vec{z})$$

сдвиг основного уровня;

$$\Delta \psi_{1s}(0) = \frac{\int d^3\vec{z} \psi_{1s}(\vec{z}) \Delta V(z) \psi_{2s}(\vec{z})}{E_1 - E_2} \psi_{2s}(0)$$

поправка к волновой функции основного состояния в нуле;

$$\Delta E_{2s-2p} = \int d^3\vec{z} \Delta V(z) \left[|\psi_{2s}(z)|^2 - |\psi_{2p}(z)|^2 \right]$$

сдвиг $2s-2p$ - уровня.

Здесь

$$E_n = -\frac{m_\pi \alpha}{4n^2} \quad (n=1,2,\dots)$$

- энергетические уровни кулоновского атома, $\psi_{np}(z)$ - соответствующие кулоновские волновые функции с борновским радиусом

$A_{2\pi}$ -атома; так что

$$\psi_{1s}(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{z}{a}}; \quad \psi_{2s}(z) = \frac{2-\frac{z}{a}}{4\sqrt{2\pi a^3}} e^{-\frac{z}{2a}}$$

В табл. 3 приведены результаты расчетов. Видно, что значения для энергии основного состояния

$$\epsilon = E_1 + \Delta E_1$$

и значение волновой функции основного состояния $A_{2\pi}$ -атома

$$\Psi(0) = \psi_{1s}(0) + \Delta \psi_{1s}(0)$$

мало отличаются от соответствующих кулоновских величин. Следовательно, время жизни $A_{2\pi}$ -атома определяется разностью δ - волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния a_0 и a_2 . В табл. I приведены значения времен жизни, вычисленные как в рамках ВКМ, так и в других подходах.

Авторы выражают благодарность Неменову Л.Л. за стимулирующие обсуждения.

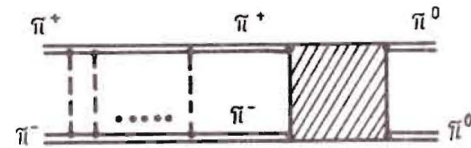


Рис. 1

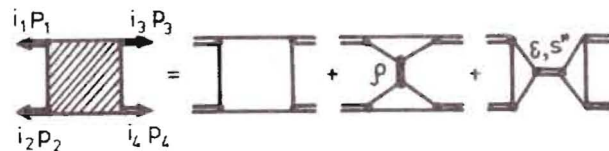


Рис. 2

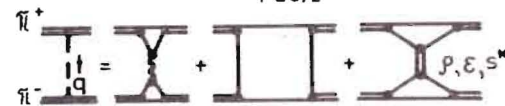


Рис. 3

Таблица 1. Время жизни $A_{2\pi}$ -атома

	α_0	α_2	$\tau (10^{-15} \text{с})$
Эксперимент [1]	$0,23 \pm 0,03$	$-0,06 \pm 0,07$	$2,5 \pm 1,3$
Эксперимент [2]	$0,26 \pm 0,05$	$-0,028 \pm 0,012$	$2,6 \pm 0,9$
Алгебра го- ков [9]	0,20	-0,06	3,1
Модель сверхпро- водящего типа [10]	0,29	-0,025	2,1
ВКМ	0,24	-0,016	3,2

Таблица 2

$R, \text{фм}$	$V_k, \text{МэВ}$	$V_{em}, \text{МэВ}$	$V_S, \text{МэВ}$	$V, \text{МэВ}$
0,00	$-\infty$	-3,427	-297,143	-300,570
0,04	-35,007	-3,420	-35,857	-39,277
0,08	-18,003	-3,395	-17,948	-21,343
0,12	-12,002	-3,358	-11,973	-15,331
0,16	-9,002	-3,307	-8,989	-12,296
0,20	-7,201	-3,242	-5,697	-8,939
0,24	-6,001	-3,166	-4,263	-7,429
0,28	-5,144	-3,083	-3,312	-6,395
0,32	-4,501	-2,989	-2,852	-5,841
0,36	-4,001	-2,891	-2,213	-5,104
0,40	-3,601	-2,786	-1,747	-4,533
0,44	-3,273	-2,677	-1,326	-4,003
0,48	-3,001	-2,568	-1,041	-3,609
0,52	-2,770	-2,460	-0,974	-3,434
0,56	-2,572	-2,355	-0,682	-3,037
0,60	-2,400	-2,264	-0,536	-2,800

Таблица 2 (продолжение)

$R, \text{фм}$	$V_k, \text{МэВ}$	$V_{em}, \text{МэВ}$	$V_S, \text{МэВ}$	$V, \text{МэВ}$
0,64	-2,251	-2,148	-0,374	-2,522
0,68	-2,118	-2,050	-0,223	-2,273
0,72	-2,000	-1,956	-0,092	-2,048
0,76	-1,898	-1,869	-0,063	-1,932
0,80	-1,800	-1,786	-0,036	-1,822
0,84	-1,715	-1,709	-0,019	-1,728
0,88	-1,637	-1,633	-0,011	-1,644
0,92	-1,566	-1,568	-0,008	-1,576
0,96	-1,500	-1,501	-0,006	-1,507
1,00	-1,440	-1,440	-0,004	-1,444
1,04	-1,385	-1,385	-0,005	-1,393
1,08	-1,334	-1,334	-0,004	-1,338
1,12	-1,286	-1,286	-0,003	-1,289
1,16	-1,242	-1,242	-0,002	-1,244
1,20	-1,200	-1,200	-0,001	-1,201

Таблица 3

$E_1, \text{кэВ}$	-1,8600	$\frac{\Delta E_1}{E_1} = 1,5 \cdot 10^{-3}$
$\Delta E_1, \text{кэВ}$	-0,0028	
$\varepsilon = E_1 + \Delta E_1, \text{кэВ}$	-1,863	
$\Psi_{1S}(0), \text{МэВ}^{3/2}$	0,20609	$\frac{\Delta \Psi_{1S}(0)}{\Psi_{1S}(0)} = 2,5 \cdot 10^{-4}$
$\Delta \Psi_{1S}(0), \text{МэВ}^{3/2}$	0,00005	
$\Psi(0) = \Psi_{1S}(0) + \Delta \Psi_{1S}(0), \text{МэВ}^{3/2}$	0,2061	
$\Delta E_{2S-2P}, \text{эВ}$	-0,3	

Литература

1. Бельков А.А., Бунятов С.А. ЭЧАЯ, 13, с. 5, 1982.
2. Dumbrajs O. et al. Nucl. Phys., B216, p. 277, 1983; Ressellet L. et al. Phys. Rev., D15, p. 574, 1977.
3. Неменов Л.Л. ЯФ, т. 41, с. 980, 1985.
4. Еиленький С.М. и др. ЯФ, т. 10, с. 812, 1969.
5. Ефимов Г.В., Иванов М.А., ЭЧАЯ, 12, с. 1219, 1981; Ефимов Г.В. и др. ЯФ, 33, с. 559, 1981.
6. Ефимов Г.В., Иванов М.А., Рапортиренко А.М. ОИЯИ P2-85-198, Дубна, 1985.
7. Браун Д.Е., Джексон А.Д. Нуклон-нуклонные взаимодействия. Атомиздат, М., 1979.
8. В. Де Альфаро и др. Токи в физике адронов. "Мир", М., 1976.
9. Weinberg S. Phys. Rev. Lett., 17, p. 616, 1966.
10. Волков М.К., Осипов А.А., ЯФ, 39, с. 694, 1984.
11. Ферми Э. Квантовая механика. "Мир", М., 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июля 1985 года.

Ефимов Г.В., Иванов М.А., Любовицкий В.Е. P2-85-546
О свойствах $\pi^+\pi^-$ -атома

Обсуждаются свойства атомов, образованных $\pi^+\pi^-$ -мезонами. В рамках кварковой модели получен потенциал, определяющий $\pi^+\pi^-$ -взаимодействие и вычислены основные характеристики ($\pi^+\pi^-$)-атома: энергия связи, значение волновой функции в нуле разность $2s-2p$ уровней и время жизни. Оказалось, что потенциал $\pi^+\pi^-$ -взаимодействия отличается от кулоновского потенциала на расстояниях $r \lesssim 1$ фм. Поэтому значения энергии связи и волновой функции в нуле практически не отличаются от кулоновских. Следовательно, время жизни ($\pi^+\pi^-$) определяется разностью s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Efimov G.V., Ivanov M.A., Lyubovitskij V.E. P2-85-546
About the Properties of $\pi^+\pi^-$ -Atom

The properties of $\pi^+\pi^-$ -atom are discussed. In the framework of the virton-quark model the potential defining the $\pi^+\pi^-$ interactions is obtained, and the energy and wave function of the ground state are calculated. It is shown that the $\pi^+\pi^-$ -potential is mainly defined by the electromagnetic interaction. This means that the experimental measurement of the $\pi^+\pi^-$ -atom life-time will allow a direct determination of the difference of s -wave $\pi\pi$ -scattering lengths.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985