сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-85-54

М.И.Подгорецкий

К ВОПРОСУ О ТРЕХЧАСТИЧНЫХ КОРРЕЛЯЦИЯХ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПИОНОВ

1985

Почти все эксперименты по интерференционным корреляциям тождественных пионов касаются пока что двухчастичных корреляций. В теоретическом плане рассмотрены также и трехчастичные корреляции /см., например,[1-5]/, однако соответствующие общие выражения не приведены к виду, удобному для сопоставления с экспериментом. В последнее время начали появляться экспериментальные работы и по трехчастичным корреляциям тождественных пионов /см., например,[6-8]/, в которых для обсуждения получаемых результатов строятся распределения по эффективным массам 3π -системы. Одно из преимуществ такого подхода состоит в независимости этих распределений от выбора системы отсчета. С другой стороны, связь рассматриваемых распределений с пространственно-временными параметрами R и τ оказывается, к сожалению, довольно сложной. Если в случае двухчастичных корреляций аналогичное затруднение в какой-то мере все же преодолевается /см., например,[9]/, то при переходе к трехчастичным корреляциям вопрос об определении параметров R и τ пока что не только не решается, но фактически даже и не ставится. Настоящая работа имеет целью заполнить этот пробел, она содержит несколько замечаний о трехпионных корреляциях, включая вывод соотношения, которое может быть использовано для измерения R и τ.

Для трех пионов с 4-импульсами p_1 , p_2 и p_3 квадрат эффективной массы

$$M_3^2 = (p_1 + p_2 + p_3)^2 = 3m_\pi^2 + 2p_1 p_2 + 2p_2 p_3 + 2p_3 p_1 . \qquad /1/$$

Кроме того,

$$\left.\begin{aligned} q_{12}^2 &= (p_1 - p_2)^2 = 2m_\pi^2 - 2p_1 p_2 , \\ q_{23}^2 &= (p_2 - p_3)^2 = 2m_\pi^2 - 2p_2 p_3 , \\ q_{31}^2 &= (p_3 - p_1)^2 = 2m_\pi^2 - 2p_3 p_1 . \end{aligned}\right\} \qquad /2/$$

Для величины $Q_3 = M_3^2 - 9m_\pi^2$ из /1/ и /2/ следует

$$Q_3 = -(q_{12}^2 + q_{23}^2 + q_{31}^2) . \qquad /3/$$

Аналогично, для двух пионов

$$Q_2 = M_2^2 - 4m_\pi^2 = -q_{12}^2 = \vec{q}^{\,2} - q_0^2 \qquad /4/$$

Величина Q_2 может быть связана с двухчастичными корреляциями тождественных пионов, записанными в форме

$$W_2 \sim 1 + e^{-R^2 \vec{q}^{\,2} - r^2 q_0^2} , \qquad /5/$$

которая имеет место для независимых одночастичных источников, распределенных в пространстве и времени в соответствии с законом Гаусса с параметрами $\langle r_x^2 \rangle = \langle r_y^2 \rangle = \langle r_z^2 \rangle = R^2$, $\langle t^2 \rangle = r^2$. Если отбирать пионы с одинаковыми энергиями ($q_0 = 0$), то $Q_2 = \vec{q}^{\,2}$, т.е.

$$W_2 \sim 1 + e^{-R^2 Q_2} . \qquad /6/$$

Несколько сложней общий случай, когда $q_0 \neq 0$. Тогда можно воспользоваться соотношением

$$q_0 = \vec{q} \cdot \vec{u} = |\vec{q}| \cdot |\vec{u}| \cos\theta , \qquad /7/$$

в котором $\vec{u}$ - средняя скорость пары пионов, θ - угол между $\vec{u}$ и $\vec{q}$. С помощью формул /4/ и /7/ выражение /5/ приводится к виду

$$W_2 \sim 1 + e^{-\frac{R^2 + r^2 u^2 \cos^2\theta}{1 - u^2 \cos^2\theta} \cdot Q_2} . \qquad /8/$$

Хотя формула /8/ имеет более сложную структуру, чем стандартная формула /5/, ясно все же, что двухчастичные корреляции тождественных пионов могут быть при желании выражены в терминах распределения по двухчастичным же эффективным массам.

Переходя к трехчастичным корреляциям, выясним прежде всего, какой вид имеет соотношение, аналогичное по своему смыслу формуле /5/. Имеем три независимых одночастичных источника, расположенных в точках r_1 , r_2 , r_3 и генерирующих тождественные пионы с 4-импульсами p_α , p_β , p_γ в моменты t_1 , t_2 и t_3 . Соответствующая амплитуда

$$A(p_\alpha, p_\beta, p_\gamma) \sim e^{-i(r_1 p_\alpha + r_2 p_\beta + r_3 p_\gamma)} + e^{-i(r_1 p_\beta + r_2 p_\gamma + r_3 p_\alpha)} + e^{-i(r_1 p_\gamma + r_2 p_\alpha + r_3 p_\beta)} +$$

$$+ e^{-i(r_1 p_\beta + r_2 p_\alpha + r_3 p_\gamma)} + e^{-i(r_1 p_\alpha + r_2 p_\gamma + r_3 p_\beta)} + e^{-i(r_1 p_\gamma + r_2 p_\beta + r_3 p_\alpha)} , \qquad /9/$$

где 4-точки $r_i \equiv (\vec{r}_i, t_i)$. Плотность вероятности

$$W(p_\alpha ; p_\beta, p_\gamma) \sim A \times A^* \qquad /10/$$

содержит 36 членов, из которых достаточно рассмотреть только 6,

входящих в выражение $e^{+i(r_1 p_\alpha + r_2 p_\beta + r_3 p_\gamma)} \times A$, поскольку остальные 30 членов имеют точно такую же структуру. Умножение $e^{+i(r_1 p_\alpha + r_2 p_\beta + r_3 p_\gamma)}$ на первое слагаемое в /9/ дает единицу, на второе - $e^{i\{r_1(p_\alpha - p_\beta) + r_2(p_\beta - p_\gamma) + r_3(p_\gamma - p_\alpha)\}}$, на третье - $e^{i\{r_1(p_\alpha - p_\gamma) + r_2(p_\beta - p_\alpha) + r_3(p_\gamma - p_\beta)\}}$. Остальные три члена имеют несколько иной вид. В частности, в показателе экспоненты четвертого слагаемого сокращается величина $r_3 p_\gamma$, и аналогичные сокращения имеют место в остальных двух слагаемых. В итоге приходим к выражению

$$1 + e^{i\{r_1(p_\alpha - p_\beta) + r_2(p_\beta - p_\gamma) + r_3(p_\gamma - p_\alpha)\}} + e^{i\{r_1(p_\alpha - p_\gamma) + r_2(p_\beta - p_\alpha) + r_3(p_\gamma - p_\beta)\}}$$

$$+ e^{i(r_1 - r_2)(p_\alpha - p_\beta)} + e^{i(r_2 - r_3)(p_\beta - p_\gamma)} + e^{i(r_3 - r_1)(p_\gamma - p_\alpha)} . \qquad /11/$$

Среди слагаемых, входящих в /10/, содержится, конечно, и комбинация, комплексно-сопряженная с /11/; объединяя ее с /11/ и усредняя по распределениям "4-точек" r_i , получим

$$W(p_\alpha, p_\beta, p_\gamma) \backsim 1 + \langle \cos\{r_1(p_\alpha - p_\beta) + r_2(p_\beta - p_\gamma) + r_3(p_\gamma - p_\alpha)\}\rangle +$$

$$+ \langle \cos\{r_1(p_\alpha - p_\gamma) + r_2(p_\beta - p_\alpha) + r_3(p_\gamma - p_\beta)\}\rangle + \qquad /12/$$

$$+ \langle \cos(r_1 - r_2)(p_\alpha - p_\beta)\rangle + \langle \cos(r_2 - r_3)(p_\beta - p_\gamma)\rangle + \langle \cos(r_3 - r_1)(p_\gamma - p_\alpha)\rangle^* .$$

Если компоненты всех r_i распределены в соответствии с упомянутым выше законом Гаусса, то /12/ переходит в

$$W(p_\alpha, p_\beta, p_\gamma) \backsim 1 + 2e^{-\frac{1}{2} R^2 (\vec{q}_{\alpha\beta}^{\,2} + \vec{q}_{\beta\gamma}^{\,2} + \vec{q}_{\gamma\alpha}^{\,2}) - \frac{1}{2} r^2 (q_{0,\alpha\beta}^2 + q_{0,\beta\gamma}^2 + q_{0,\gamma\alpha}^2)}$$

$$+ e^{-R^2 \vec{q}_{\alpha\beta}^{\,2} - r^2 q_{0,\alpha\beta}^2} + e^{-R^2 \vec{q}_{\beta\gamma}^{\,2} - r^2 q_{0,\beta\gamma}^2} + e^{-R^2 \vec{q}_{\gamma\alpha}^{\,2} - r^2 q_{0,\gamma\alpha}^2} , \qquad /13/$$

где $\vec{q}_{ik} = p_i - p_k$, $q_{0,ik} = \epsilon_i - \epsilon_k$.

---

*В работе [5] приведено более общее выражение, содержащее 36 членов; оно переходит в /12/, если предположить, что все одночастичные источники распределены в пространстве-времени одинаково.

В общем случае трехчастичные корреляции не сводятся к двухчастичным, поскольку формула /13/ содержит корреляционные члены разных типов. Если отбирать события, в которых $p_\alpha = p_\beta = p$, а $p_\gamma \neq p$, то /13/ переходит в

$$W(p,p\,) \backsim 1 + 2e^{-R^2\vec{q}^2 - r^2 q_0^2}, \quad \vec{q} = p - p_\gamma, \quad q_0 = \epsilon - \epsilon_\gamma. \qquad /14/$$

Возникает соотношение, сходное с /5/, оно может быть записано в виде

$$W(p,p_\gamma) \backsim 1 + \lambda e^{-R^2\vec{q}^2 - r^2 q_0^2}, \quad \lambda = 2. \qquad /14'/$$

Пусть разность каких-либо двух 4-импульсов достаточно велика, например, $|p_\alpha - p_\beta|^2 \gg 1/R^2$, $1/r^2$. Тогда

$$W(p_\alpha, p_\beta, p_\gamma) \backsim 1 + e^{-R^2\vec{q}^2_{\alpha\gamma} - r^2 q^2_{0,\alpha\gamma}} + e^{-R^2\vec{q}^2_{\beta\gamma} - r^2 q^2_{0,\beta\gamma}}. \qquad /15/$$

В этом случае имеется фактическое совпадение с /5/, поскольку при любой величине p_γ хотя бы одно из слагаемых в /15/ близко к нулю: первая экспонента исчезает, если $|p_\beta - p_\gamma|^2 \lesssim 1/R^2, 1/r^2$, вторая - при $|p_\alpha - p_\gamma|^2 \leq 1/R^2, 1/r^2$. В будущем можно ожидать появления экспериментов с очень большой статистикой. Тогда станет возможным исследование корреляций в непосредственной близости к "вершине" интерференционного максимума. В этом случае /13/ принимает вид

$$W(p_\alpha, p_\beta, p_\gamma) \backsim 1 - \frac{1}{3} R^2 (\vec{q}^2_{\alpha\beta} + \vec{q}^2_{\beta\gamma} + \vec{q}^2_{\gamma\alpha}) - \frac{1}{3} r^2 (q^2_{0,\alpha\beta} + q^2_{0,\beta\gamma} + q^2_{0,\gamma\alpha}). \qquad /16/$$

Как уже отмечалось, в настоящее время для экспериментального исследования трехчастичных корреляций обычно используют распределение величины Q_3, определяемой формулой /3/. Полученные данные обрабатывают в соответствии с выражением

$$W(Q_3) \backsim 1 + \lambda e^{-BQ_3}, \qquad /17/$$

определяя таким образом параметры B и λ. Сопоставление с /13/ показывает, однако, что даже при отборе событий с одинаковыми энергиями всех пионов формула /17/ не может претендовать на корректное описание трехчастичных корреляций. В этом отношении трехчастичные корреляции существенно отличаются от двухчастичных /см. формулу /6//.

Если все векторы $\vec{q}_{\alpha\beta}$, $\vec{q}_{\beta\gamma}$ и $\vec{q}_{\gamma\alpha}$ образуют один и тот же угол θ со средней скоростью пионов $\vec{u}$, то /13/ можно переписать в виде

$$W \backsim 1 + 2e^{-\frac{1}{2}\frac{R^2 + r^2u^2\cos^2\theta}{1-u^2\cos^2\theta}\cdot Q_3} + e^{-\frac{R^2 + r^2u^2\cos^2\theta}{1-u^2\cos^2\theta}\cdot Q_2^{(\alpha\beta)}} + e^{-\frac{R^2 + r^2u^2\cos^2\theta}{1-u^2\cos^2\theta}\cdot Q_2^{(\beta\gamma)}} + e^{-\frac{R^2 + r^2u^2\cos^2\theta}{1-u^2\cos^2\theta}\cdot Q_2^{(\gamma\alpha)}}. \qquad /18/$$

Однако даже такое довольно громоздкое выражение касается только ничтожной доли событий из числа относящихся к интерференционному максимуму. В общем случае выразить трехчастичные корреляции в терминах величин Q_3 и Q_2 не удается, их следует анализировать в соответствии с выражениями типа /13/. Известно, что при обработке экспериментальных данных по двухчастичным корреляциям обычно пользуются несколько усложненной формулой /5/, вводя в нее предэкспоненциальный множитель $\lambda \neq 1$, учитывая тем самым возможные отклонения от идеализированных условий, в которых получена эта формула /см., например,[5,10,11] /. Аналогичный множитель следует, вероятно, ввести и в формулу /13/; не исключено, что потребуются даже два таких множителя, один - перед первой экспонентой, второй - перед остальными двумя.

Несколько слов о четырехкратных корреляциях тождественных пионов. Соотношения, аналогичные /12/ и /13/, могут быть получены без каких-либо затруднений[1,2]; однако они содержат слишком много членов различного типа и вряд ли пригодны для практической обработки экспериментальных данных.

Остается возможность моделирования по методу Монте-Карло с последующей подгонкой под эксперимент и фитированием свободных параметров R и r. В этих условиях проще всего моделировать распределение по $Q_4 = M_4^2 - 16m_\pi^2$, поскольку оно является одномерным. Аналогичный подход возможен, конечно, и при исследовании трехпионных и двухпионных корреляций /см. также[4] /.

Настоящая заметка посвящена памяти А.П.Гаспаряна; по существу она является ответом на вопросы, возникшие во время наших бесед, касающихся трехпионных и четырехпионных корреляций. Благодарю В.Л.Любошица за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Копылов Г.И. ОИЯИ, Р2-7211, Дубна, 1973.
2. Kopylov G.I. et al. JINR, E2-9249, Dubna, 1975.
3. Giovannini A., Veneziano G. Nucl.Phys., 1977, vol.B130, p.61.
4. Biyajima M. et al. Phys.Lett., 1978, vol.B77, p.425.
5. Ледницки Р. и др. ЯФ, 1983, т.38, с.251.
6. Агакишиев Г.Н. и др. ЯФ, 1981, т.34, с.1517.
7. Ангелов Н.С. и др. ЯФ, 1982, т.35, с.1194.

8. Гаспарян А.П. и др. ОИЯИ, 1-84-312, Дубна, 1984.
9. Ледницки Р. ОИЯИ, Б2-3-11460, Дубна, 1978.
10. Deutschmann M. et al. Nucl.Phys., 1982, vol.B204, p.333.
11. Ледницки Р., Подгорецкий М.И. ЯФ, 1979, т.30, с.837.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 января 1985 года.

СООБЩЕНИЯ, КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ, ПРЕПРИНТЫ И СБОРНИКИ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИЙ, ИЗДАВАЕМЫЕ ОБЪЕДИНЕННЫМ ИНСТИТУТОМ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ЯВЛЯЮТСЯ ОФИЦИАЛЬНЫМИ ПУБЛИКАЦИЯМИ.

Ссылки на СООБЩЕНИЯ и ПРЕПРИНТЫ ОИЯИ должны содержать следующие элементы:

- фамилии и инициалы авторов,
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс публикации,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы /при необходимости/.

Пример:

1. Первушин В.Н. и др. ОИЯИ, Р2-84-649, Дубна, 1984.

Ссылки на конкретную СТАТЬЮ, помещенную в сборнике, должны содержать:

- фамилии и инициалы авторов,
- заглавие сборника, перед которым приводятся сокращенные слова: "В кн."
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс издания,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы.

Пример:

Колпаков И.Ф. В кн. XI Международный симпозиум по ядерной электронике, ОИЯИ, Д13-84-53, Дубна, 1984, с.26.

Савин И.А., Смирнов Г.И. В сб."Краткие сообщения ОИЯИ", № 2-84, Дубна,1984,с.3.

Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Подгорецкий М.И.
Р2-85-54

К вопросу о трехчастичных корреляциях тождественных пионов

Рассмотрены свойства интерференционных корреляций в системе трех тождественных пионов, генерируемых независимыми одночастичными источниками. Приведены феноменологические соотношения, которые могут быть использованы при обработке экспериментальных данных.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Podgoretsky M.I.
P2-85-54

About Three-Particle Correlations of Identical Pions

Properties of interference correlations of like pions generated by independent one-particle sources are considered. Phenomenological relations, which can be used for experimental data analysis, are presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985