объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-85-529

Д.В.Ширков, А.С.Шумовский, В.И.Юкалов

ВЗАИМОСВЯЗЬ РАЗЛИЧНЫХ РЕНОРМГРУПП

Направлено в сборник
"Проблемы современной статистической физики"
/"Наукова думка",Киев/

1985

I. Введение

Метод ренормализационной группы, широко применяемый в настоящее время в различных областях физики, имеет более чем тридцатилетнюю историю. Еще в 1953 г. Штюкельберг и Петерман /I/ установили существование группы непрерывных преобразований, связанных с конечным произволом, возникающим в квантовой теории поля (КТП) при устранении ультрафиолетовых расходимостей. Годом позже практически та же ренормализационная группа (РГ) была использована Гелл - Манном и Лоу /2/ для исследования квантовой электродинамики на малых расстояниях. При этом было введено представление о неподвижной точке РГ-преобразования. Функциональные уравнения для функций Грина и новых специфических величин - эффективных констант связи, а также дифференциальные групповые уравнения Ли, построенные вслед за тем Боголюбовым и Ширковым /3/, позволили им развить регулярную процедуру улучшения результатов теории возмущений в ультрафиолетовой и инфракрасной областях, известную как метод ренормализационной группы /4/ (МРГ).

С начала 70-х годов МРГ активно используется в теории критических явлений, построение которой относится к числу важнейших проблем современной физики. Это обстоятельство обусловлено, с одной стороны, тем, что исследование фазовых переходов и связанных с ними критических явлений оказывает влияние на развитие техники, а с другой стороны - общностью поведения принципиально различных систем вблизи сингулярностей, будь то квантовые поля, конденсированные среды, биологические или химические объекты. Такая общность ведет к развитию универсального подхода и плодотворному обмену идеями между различными дисциплинами, прежде всего, между КТП и статистической механикой.

В современной литературе можно встретить высказывания, трактующие РГ в теории критических явлений как нечто принципиально отличное от квантово-полевой группы мультипликативных перенормировок (см., например, Предисловие к /5/, а также § I,2 главы У в /6/). В действительности существует довольно простая формулировка специфической симметрии, лежащей в основе ренормгрупповых преобразований, которая позволяет с единой математической точки зрения трактовать эти "различные" ренормгруппы. Эта симметрия основана на так называемом свойстве функциональной автомодельности (ФА) /7/, представляющем обобщение свойства степенной автомодельности (или степенного подобия), хорошо известного в задачах гидромеханики и газовой динамики. Однако при наличии формальной тождественности математического аппарата, удается провести грань [8] между приложениями ренормгруппы в различных областях, основанную на физических соображениях. Оказывается, что такие приложения можно разбить на два класса. К первому из них следует отнести случаи, когда введение РГ связано со свойствами внутренней симметрии рассматриваемой физической системы, сформулированными на языке естественных переменных этой задачи. Здесь в качестве примера можно указать формулировку квантово-полевой РГ, данную в [1,3,4] и опирающуюся на понятия и функции, относящиеся к одной локальной перенормируемой модели. Другой класс содержит РГ, связанные с построением некоторой совокупности моделей, обладающих совпадающими или очень близкими свойствами и отличающихся друг от друга масштабом некоторой переменной. Именно к этому классу относятся применения МРГ в теории критических явлений.

Упоминавшийся выше принцип ФА является общим для обоих классов, хотя может проявляться в разных формах - быть точным для данной задачи или лишь приближенным.

В настоящей работе мы проанализируем принципиальное содержание идеи о ФА и на ее основе рассмотрим взаимосвязь различных РГ.

2. Функциональная автомодельность

Пусть непрерывный положительный параметр t задает преобразование величин x и g вида

$$\left.\begin{aligned} x &\to x' = x/t \\ g &\to g' = \bar{g}(t, g) \end{aligned}\right\} , \qquad (1)$$

где $\bar{g}(\cdot)$ - однозначная функция своих аргументов, такая, что $\bar{g}(1,g) = g$. Первое из преобразований (1) является, очевидно, масштабным преобразованием и имеет групповой характер. Преобразования (1) для g также образуют группу, если вместе с преобразованиями t и τ содержится и их композиция $t\tau$,

$$\bar{g}(t\tau, g) = \bar{g}(\tau, \bar{g}(t,g)) . \qquad (2)$$

Полагая $t\tau = x$, находим отсюда $\bar{g}(x,g) = \bar{g}(x/t, \bar{g}(t,g))$, откуда следует, что $\bar{g}(x,g)$ есть инвариант преобразования (1).

Соотношение (2) можно рассматривать как функциональное уравнение на $\bar{g}$, из которого легко можно получить дифференциальное уравнение Ли

$$t\,\frac{\partial \bar{g}}{\partial t} = \beta(\bar{g}) . \qquad (3)$$

Функция $f(\cdot)$, преобразующаяся по закону

$$f(x', g') = z(t,g)\, f(x,g) ,$$

реализует представление группы ФА. При $z \equiv 1$ $f(\cdot)$ является инвариантом группы ФА. В том случае, когда второе преобразование в (1) линейно по g , общее решение может быть представлено в виде простейшей степенной автомодельности: $\bar{g} = t^{\varkappa} g$, являющейся, таким образом, частным случаем ФА.

Преобразование (1) и уравнения (2), (3) в КТП соответствуют однозарядной РГ в безмассовом случае [3,4]. Аргумент x представляет тогда инвариантную импульсную переменную, g -параметр разложения теории возмущений, а функция $\bar{g}$ - так называемую инвариантную или эффективную константу связи. Естественным обобщением этого случая является РГ для безмассовой КТП с несколькими константами связи. В этом случае аргумент g "размножается": $g \to \{g\} = (g_1 \dots g_k)$, а уравнения (2) и (3) превращаются в системы связанных уравнений для соответствующих эффективных $\bar{g}_i$. Впервые такая РГ для случая двух констант связи была рассмотрена в работе [9]. Полученная там система дифференциальных уравнений может быть записана в виде

$$\frac{\partial \bar{g}_i}{\partial \ln t} = \beta_i(\bar{g}_1(t, g_1, g_2), \bar{g}_2(t, g_1, g_2)) \qquad (i = 1, 2) . \qquad (4)$$

Ее важным свойством является отсутствие явной зависимости от переменной t в правых частях уравнений. Этот факт позволяет использовать для анализа стандартный аппарат качественной теории нелинейных дифференциальных уравнений.

Второе важное обобщение связано с нарушением однородности по переменной x . Пусть имеется фиксированный параметр y той же физической природы, что и x . Тогда преобразование ФА записывается в виде

$$x \to x/t , \quad y \to y/t , \quad g \to g' = g(t, y, g) , \qquad (1a)$$

а вместо (2) получим

$$\bar{g}(x, y, g) = \bar{g}(x/t, y/t, \bar{g}(t, y, g)) . \qquad (2a)$$

Этот случай был впервые рассмотрен в работе [3].

3. Некоторые иллюстрации

Выше мы говорили о том, что свойство ФА может проявляться либо как следствие внутренней симметрии определенной модели, либо как отражение некоторой масштабной инвариантности на множестве родственных моделей. Простейшими примерами ФА первого из упомянутых классов могут служить классические системы (гибкий прут с закрепленным концом, плоская задача переноса, гидродинамическая волна в однородной среде), рассмотренные в работе /7/. В этих примерах ФА следует из свойства инвариантности самой модели, сформулированного на языке естественных переменных и функций, имеющих прямой физический смысл.

Остановимся несколько подробнее на задаче теории переноса в одномерной среде /10/. Предполагается, что на границу полубесконечной одномерной среды падает стационарное монохроматическое излучение интенсивности g. Считая, что x есть глубина проникновения излучения в среду, и совершая преобразование (1), для интенсивности излучения $\bar{g}(x, g)$ на глубине x внутри среды можно получить функциональное уравнение типа (2), следующее из принципа инвариантности Амбарцумяна. В этом случае дифференциальное уравнение РГ (3) отличается от интегро-дифференциального кинетического уравнения, используемого обычно для описания явлений переноса. Стоящая в его правой части функция $\beta(\bar{g})$ характеризует затухание интенсивности излучения в полубесконечной среде при добавлении перед средой бесконечно тонкого слоя. Явный вид этой функции может быть найден по заданным оптическим характеристикам среды /10/.

Таким образом, формулировка нелинейной задачи о переносе излучения в полубесконечной среде строится в полной аналогии с однозарядной РГ в безмассовом случае в КТП.

В случае переноса излучения в среде конечной толщины рассмотрение приводит к аналогу массивного уравнения ФА (2а) /10/.

Иллюстрацией другого типа ФА является рассмотрение, предпринятое в /2/ в связи с исследованием эффектов поляризации вакуума за счет виртуальных e^+e^- -пар на малых расстояниях от электрона. Модель в данном случае заключается в сопоставлении электрону некоторого пространственного размера - радиуса размазки. РГ-преобразование состоит в переходе от одного радиуса размазки к другому при одновременном соответствующем изменении заряда. Такое преобразование можно интерпретировать как переход от одной нелокальной физической модели к другой, причем каждая из этих моделей на больших расстояниях должна быть эквивалентна локальной модели /7,8/. Иначе говоря, здесь имеет место РГ на множестве моделей.

Аналогичное построение характерно для применения МРГ в теории критических явлений, к рассмотрению которой мы теперь и перейдем.

4. Критические явления в схеме Каданова

Мы не будем здесь подробно излагать современную теорию критических явлений, а остановимся лишь на тех принципиальных положениях, которые важны с точки зрения проводимого нами рассмотрения.

Прежде всего отметим, что в связи с применением МРГ в теории критических явлений рассматриваются только гомофазные (т.е. однородные по симметрии) состояния макроскопических систем. Критические явления в таких состояниях обусловлены возрастающей ролью элементарных возбуждений по мере приближения к точке фазового перехода.

Отправным пунктом использования МРГ в теории критических явлений явились преобразования Каданова /11,12/ в применении к задаче Изинга. Суть этих преобразований состоит в том, что так как ниже критической точки выгодны те конфигурации, в которых соседние спины взаимно параллельны, можно укрупнить исходную решетку с постоянной a, перейдя к блочной решетке с размерами блоков 2a, 3a,... . Каждому блоку сопоставляется эффективный спин μ и предполагается, что корреляции между μ_i и μ_j в укрупненной решетке должны иметь тот же вид, что и спиновые корреляции в исходной, но при соответствующем изменении безразмерной константы связи K. Вблизи критической точки длина корреляции $\xi \gg a$ и поэтому изменение масштаба

$$a \to a' = at \,, \quad K \to K' = \bar{K}(t, K) \qquad (5)$$

можно характеризовать практически непрерывным параметром t, $1 \ll t \ll \xi / a$. Преобразования (5) по существу имеют тот же характер, что и (1), и Вильсон в своей первой работе /13/ постулировал для них справедливость дифференциального уравнения Ли (2). При этом критическая точка β_c определяется как неподвижная точка этого уравнения, а линеаризация уравнения вблизи β_c и использование специальной итерационной процедуры приводит к феноменологическим результатам Каданова, связанным с законами скейлинга. Здесь ФА имеет смысл простейшей степенной автомодельности, причем РГ-преобразования задаются, как и у Гелл - Манна и Лоу, на множестве моделей и имеют смысл преобразований шкалы микроскопических расстояний при одновременной ренормировке безразмерной константы связи K.

Сделаем в связи с построением Каданова следующие замечания.

1) Параметр t здесь является только приближенно непрерывным и последовательность преобразований $a \to a' = at \to a'' = a'/\tau$ может привести не к возвращению на одну из уже рассматривавшихся блочных решеток, а к построению новой решетки (модели). Иначе говоря, для приближенно непрерывного масштабного преобразования Каданова не существует обратного преобразования и, стало быть, речь может идти только о ренормализационной полугруппе (РПГ).

2) Сохранение вида корреляций спинов для множества моделей должно, в силу определения корреляционных функций, предполагать сохране-

ние вида гамильтонианов: $H(K,a) \to H(K',a')$, что для модели Изинга неверно. При укрупнении в новом гамильтониане появляются члены взаимодействия более высокого порядка, чем в исходном, и их вклад в термодинамику оказывается пренебрежимо мал лишь при $\beta \to \beta_c$.

3) Справедливость уравнения РГ типа (2) постулируется.

Таким образом, построение Каданова следует рассматривать только как приближенную ФА (в простейшей форме СА), приводящую к РПГ.

5. Подход Вильсона

Вильсон предпринял попытку обойти трудности, имеющиеся в построении Каданова, в первую очередь, определить класс гамильтонианов, инвариантных относительно масштабного преобразования естественных переменных, для которого уравнения РГ уже не постулируются, а вытекают непосредственно из рассмотрения /I4,I5/.

Первый шаг связан с переходом от модели Изинга, имеющей простой и наглядный физический смысл, к феноменологической модели, в которой вместо локального спина имеется спиновое поле $S(x)$ и кроме парного взаимодействия содержится еще и произвольный функционал от спиновых полей, $Q[S(x)]$, по сути дела учитывающий бесконечно много дополнительных взаимодействий. В такой задаче естественной переменной (аналог x в (I)) является спиновое поле, перенормируемой величиной (аналог g в (I))- функционал Q.

Наиболее простая интерпретация может быть получена при переходе к импульсному представлению, в котором пространственные вклады спинового поля можно характеризовать индексом ℓ, задающим последовательность сферических оболочек радиуса $k = 2^{-(\ell-2)}$ в импульсном пространстве (см./5,6/). В этом случае в выражение для статистической суммы входит интегрирование по S_ℓ и произведение по всем ℓ. Интегрирование по S_ℓ с фиксированными $\ell = 0,1,\ldots$ на каждом шаге уменьшает число переменных на единицу, тогда как статистическая сумма при этом сохраняет свой вид с точностью до ренормировки функционала Q. На ℓ-м шаге интегрирования удается записать рекуррентное соотношение типа

$$\bar{Q}(\ell+\ell', Q) = \bar{Q}(\ell', Q(\ell, Q)), \tag{6}$$

согласующееся с уравнением ФА (2).

Сделаем два замечания. Во-первых, взятие на каждом шаге по ℓ интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} dS_\ell \ldots$ мешает возможности построения обратного преобразования, так как определенному интегралу (числу) уже нельзя сопоставить подынтегральную функцию . Следовательно, данное построение Вильсона также обладает свойствами лишь полугруппы. Во-вторых, выполнение точного интегрирования статсуммы провести не удается, а используемые в подходе Вильсона аппроксимации не имеют строгого обоснования.

Таким образом, ФА в вильсоновской РГ, задаваемая соотношением (6), является только приближенной, как и в случае построения Каданова, задаваемого преобразованием (5).

Следующий шаг в подходе Вильсона состоит в приближенном решении уравнений РПГ (6), являющихся нелинейными. Неподвижная точка при этом соответствует не зависящему от ℓ решению уравнений (6). Для приближенного решения уравнений (6) Вильсон и Фишер /I4/ использовали достаточно старую идею о возможности введения непрерывно меняющейся размерности d /I6/ и построили теорию возмущений по малому параметру ε, характеризующему отклонение размерности от $d = 4$. Выбор размерности $d = 4$ связан с возможностью построения теории возмущений вблизи известного (при $d = 4$) решения.

6. Метод коллективных переменных Юхновского

Интересный вариант РПГ подхода разработан в ряде работ Юхновского и его учеников /I7-20/. В этом подходе в модели Изинга параметр взаимодействия рассматривается как функция координат узлов, имеющая фурье-образ

$$J(r) = \frac{1}{N}\sum_k \tilde{J}(k)\, e^{ikr} \qquad (r \equiv |\vec{r}_i - \vec{r}_j|),$$

где вектор k пробегает значения внутри первой зоны Бриллюэна. Для спиновых переменных совершается переход к фурье-образам ρ_k и статистическая сумма записывается в виде

$$Z = \int (d\rho)^N\, I(\rho) \exp\left\{\sum_k \beta \tilde{J}(k) \rho_k \rho_{-k}\right\},$$

где $I(\rho)$ - якобиан перехода от спиновых переменных S к коллективным переменным ρ. Вычисление такой статистической суммы основывается на явном определении $I(\rho)$ и представлении статистической суммы в виде суммы моментов от гауссова распределения, причем поведение в критической точке описывается с помощью специальным образом конструируемого базисного распределения коллективных переменных, представляющего собой экспоненту от полинома по четным степеням коллективных переменных. Дальнейшая процедура состоит в интегрировании по слоям фазового пространства коллективных переменных, что, как и у Вильсона, приводит к РПГ. В подходе Юхновского, однако, с помощью рекуррентных соотношений, полученных при рассмотрении частичных статистических сумм, удается получить правильное значение критических индексов, оставаясь в реальном пространстве с $d=3$ и не прибегая к искусственному рассмотрению ситуации с $d = 4 - \varepsilon$.

7. Классы универсальности моделей

Универсальность критических явлений, определенная Кадановым /I2/, в общем случае понимается как эквивалентность критического поведения различных физических систем, то есть предполагается, что критические индексы, характеризующие термодинамику системы вблизи критической точки, одинаковы для различных моделей в рамках некоторого класса.

В ряде случаев при определении класса универсальности оказывается удобным использовать аналогии в формулировке задач статистической механики и квантовой теории поля. Рассмотрим в качестве примера задачи статистической механики, плотность потенциальной энергии в которых имеет вид

$$U(x) = \frac{1}{2}\int \overset{+}{\psi}(x)\overset{+}{\psi}(x')\,\Phi(x,x')\,\psi(x')\,\psi(x)\,dx' \quad , \tag{7}$$

где $\psi(x)$ - полевой оператор. Форма (7) соответствует целому ряду физических моделей, применяемых для описания жидкостей, кристаллов, магнетиков и т.д., в частности, упоминавшейся выше трехмерной модели Изинга.

В теории критических явлений предполагается, что квантовые свойства систем не сказываются на их критическом поведении, наблюдаемом обычно при достаточно высоких температурах /5,I2/и /26/. Поэтому от квантового представления гамильтониана можно перейти к его классическому эквиваленту, заменяя полевые операторы $\psi(x)$ на скалярные функции $\varphi(x)$, в результате чего

$$U(x) = \frac{1}{2}\int \Phi(x,x')\,\varphi^2(x)\,\varphi^2(x')\,dx' \, . \tag{8}$$

Если взаимодействие локально,

$$\Phi(x,x') = C\,\delta(x-x') \, , \tag{9}$$

то плотность потенциальной энергии (8) переходит в выражение

$$U(x) = g\varphi^4(x) \quad , \quad g \equiv C/2 \, , \tag{I0}$$

соответствующее потенциальной части плотности лагранжиана в теории поля φ^4. Следовательно, статистические системы с конечным радиусом двухчастичного взаимодействия должны принадлежать тому же классу универсальности, что и модель теории поля φ^4 в трехмерии.

Иная ситуация имеет место при взаимодействии бесконечного радиуса, когда, например,

$$\Phi(x,x') = \gamma / V \, , \tag{I0}$$

где V - объем системы. В этом случае, как хорошо известно, модель среднего поля при $V \to \infty$ дает термодинамические решения, асимптотически совпадающие с точным; то есть плотность потенциальной энергии (8) при взаимодействии (I0) и $V \to \infty$ асимптотически равна

$$U(x) \simeq U_0\,\varphi^2(x) \quad , \quad U_0 \equiv \frac{\gamma}{2V}\int n(x)\,dx \quad , \tag{II}$$

где $n(x) \equiv \langle \varphi^2(x) \rangle$. Отсюда видно, что статистическая модель с дальнодействием соответствует теории поля φ^2 в эффективном внешнем поле, вообще говоря, зависящем от термодинамических переменных.

Существование эквивалентности между статистическими и полевыми моделями позволяет вычислять критические индексы, пользуясь методами квантовой теории поля /2I,22/.

Из других интересных статистических проблем, допускающих переформулировку на языке теории поля, упомянем проблему изотропной турбулентности несжимаемой вязкой жидкости /23-25/.

В приведенных выше примерах при переходе от (7) к (8) имелся в виду простейший случай однокомпонентной системы, состоящей из частиц одного сорта без внутренних степеней свободы. Именно поэтому под $\varphi(x)$ понималась скалярная функция. В общем же случае класс универсальности на языке теории поля определяется следующими характеристиками: числом различных полей, числом компонент каждого из полей, старшими степенями полей, размерностью пространства и характером взаимодействия (близко- или дальнодействие, наличие или отсутствие анизотропии).

Введение классов универсальности существенно упрощает проблему описания критических явлений, так как вместо большого числа моделей с разным физическим содержанием оказывается возможным пользоваться лишь небольшим числом их математических эквивалентов. Следует подчеркнуть, что принадлежность конкретных моделей к определенному классу универсальности обычно постулируется априорно, а не доказывается. Подтверждением для предположения о классах универсальности служит наблюдаемое в экспериментах универсальное поведение различных веществ при асимптотическом приближении к критической точке.

Необходимо, однако, признать, что наблюдаемое на опыте критическое поведение многих веществ не позволяет отнести их к какому-либо классу универсальности. Для ряда модельных задач статистической механики понятие классов универсальности также лишено смысла. В качестве примера можно указать известную точно решаемую модель Бакстера.

8. Критические явления и гетерофазные состояния

Как указывалось выше, МРГ до настоящего времени применяется к рассмотрению только гомофазных критических явлений, тогда как во многих физических системах экспериментально наблюдаются гетерофазные состояния, представляющие собой термодинамически равновесную смесь макроскопических состояний с разной симметрией. Так, в сверхпроводниках существует примесь несверхпроводящей фазы, в ферро- и антиферромагнетиках - макроскопические парамагнитные области, в сегнетоэлектриках - параэлектрические зародыши и т.п. Отличительной чертой гетерофазных явлений служит то, что они наблюдаются в широких интервалах температур (десятки градусов) выше и ниже точки фазового перехода, причем как для переходов первого, так и второго рода. В этой связи отметим, что подход Вильсона оправдан для переходов второго рода, хотя имеются попытки его обобщения на случай перехода первого рода /26/.

Микроскопическое описание гетерофазных состояний /27-30/, основывающееся на последовательном использовании концепции квазисредних Боголюбова, предполагает расширение пространства состояний макроскопической системы, учет в гамильтониане взаимодействия, препятствующего понижению симметрии (упорядочению)и допущение о макроскопическом перемешивании. Одним из результатов, получаемых на этом пути, является установление зависимости критических индексов и рода перехода от параметров взаимодействия для точно решаемых модельных задач /30/.

Таким образом, одна и та же физическая модель может оказаться в разных классах универсальности в зависимости от величины (а не только от радиуса) взаимодействий, входящих в гамильтониан.

9. Заключение

Резюмируя сказанное, сделаем следующие общие выводы.

I. ФА, отражающая свойство транзитивности физических характеристик относительно способа задания их начальных значений и являющаяся точным или приближенным следствием внутренней симметрии системы или реализующаяся на совокупности моделей, является основой для построения РГ.

2. В теории гомофазных критических явлений свойство ФА обычно реализуется на совокупности моделей как приближенное, приводящее к

РПГ. В этом состоит основное отличие от ряда задач КТП и классической физики, для которых ФА и соответствующая РГ являются точными.

3. Введение классов универсальности технически упрощает описание критических явлений, позволяя выбрать простейшую модель из рассматриваемого класса.

4. Имеются примеры систем, которые невозможно отнести к одному определенному классу универсальности (гетерофазные системы) или даже вообще нельзя отнести ни к одному из классов универсальности (модель Бакстера).

5. Во многих случаях, опираясь на эквивалентность , в смысле критического поведения, статистических и полевых моделей, удобно пользоваться методами ренормгруппы, развитыми в теории поля.

Литература

I. Stueckelberg E.G.G., Petermann A. Helv. Phys. Acta, I953, 26, 499.
2. Gell - Mann H., Low F.E. Phys. Rev., I954, 95, I300.
3. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. ДАН СССР, I955, I03,203; 39I.
4. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М., "Наука", I984 (изд. 4-е).
5. Вильсон К., Когут Дж. Ренормализационная группа и ε -разложение. М., "Мир", I975.
6. Ма Ш. Современная теория критических явлений. М., "Мир", I980.
7. Ширков Д.В. ДАН СССР, I982, 263, 63.
8. Ширков Д.В. ТМФ, I984, 60, 2I8.
9. Ширков Д.В. ДАН СССР, I955, I05, 972.
I0. Мнацаканян М.А. ДАН СССР, I982, 262, 856.
II. Kadanoff L.P. Physics, I966, 2, 263.
I2. Kadanoff L.P. et al. Rev. Mod. Phys., I967, 39, 395.
I3. Wilson K. Phys. Rev., I97I, B4, 3I74; 3I84.
I4. Wilson K., Fisher M. Phys. Rev. Lett., I972, 28, 240.
I5. Wilson K. Phys. Rev. Lett., I972, 28, 548.
I6. Fisher M.E., Gaunt D.S. Phys. Rev., I964, I33, A224.
I7. Юхновский И.Р. ЖЭТФ, I958, 34, 379.
I8. Юхновский И.Р., Рудавский Ю.К. ИТФ-74-I7IP, ИТФ АН УССР, Киев, I974.
I9. Юхновский И.Р. ДАН СССР, I977, 232, 3I2.
20. Юхновский И.Р. ТМФ, I978, 36, 373.
2I. Brezin E. et al., Phys. Lett., I973, 44A, 227; Phys. Rev., I974, D9, II2I.

22. Владимиров А.А., Казаков Д.И., Тарасов О.В. ЖЭТФ, 1979, 77, 1035.
23. Martin P.C., Siggia E.D., Rose H.A. Phys. Rev., 1973, A8, 423.
24. De Dominicis, Martin P.C. Phys. Rev., 1979, A19, 419.
25. Аджемян Л.Ц., Васильев А.Н., Письмак Ю.М. ТМФ, 1983, 57, 268.
26. Брус А., Каули Р. Структурные фазовые переходы М., "Мир", 1984.
27. Юкалов В.И. ТМФ, 1976, 26, 403; 28, 92.
28. Yukalov V.I. Physica A, 1981, 108, 402.
29. Шумовский А.С., Юкалов В.И. ДАН СССР, 1980, 252, 581; 1982, 266, 320.
30. Shumovsky A.S., Yukalov V.I. Physica A, 1982, 110, 518.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 июля 1985 года.

Ширков Д.В., Шумовский А.С., Юкалов В.И. Р2-85-529

Взаимосвязь различных ренормгрупп

Рассмотрено свойство функциональной автомодельности ряда физических систем. Исследованы разные формулировки ренормгрупповых и полугрупповых преобразований. Обсуждены их различия и общие свойства. С математической точки зрения введение группы перенормировок можно производить двумя способами. Один способ основан на выявлении внутренней симметрии конкретной физической системы и описании данной симметрии на языке естественных переменных рассматриваемой задачи. Указанный метод построения ренормгрупп использовался Штюкельбергом и Петерманом, Боголюбовым и Ширковым. Другой способ связан с выделением совокупности моделей, обладающих близкими свойствами и отличающихся друг от друга масштабом некоторой переменной. К этому методу относятся подходы Гелл-Манна и Лоу, Каданова и Вильсона, Юхновского. Оба упомянутых способа являются частными следствиями общего принципа функциональной автомодельности.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Shirkov D.V., Shumovsky A.S., Yukalov V.I. P2-85-529

Interrelation of Different Renormalization Groups

The functional self-similarity property of a number of physical systems is considered. Different formulations of renormalization group and semi-group transformations are analysed. Their general and particular properties are discussed. From the mathematical point of view a renormalization group can be introduced in two ways. One is based on the elucidation of an internal symmetry of a concrete physical system and on the description of the symmetry given using the language of variables that are natural for the problem considered. Such a method of constructing renormalization groups has been used by Stueckelberg and Peterman and by Bogolubov and Shirkov. Another way is connected with the separation of a class of models that have similar properties and differ one from another by the scale of some variable. This method is illustrated by the approaches due to Gell-Mann and Low, Kadanoff and Wilson, and Yukhnovsky. Both the ways mentioned are particular sequences of the general principle of the functional self-similarity.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985