сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-85-401

П.Т.Морозов

О СВЯЗАННЫХ КВАРК-АНТИКВАРКОВЫХ СОСТОЯНИЯХ В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОДХОДЕ

1985

1. ВВЕДЕНИЕ

Современное состояние проблемы кваркония /связанной системы тяжелых кварка и антикварка/ можно охарактеризовать стремлением более глубоко понять спиновые и релятивистские эффекты. Последовательное введение зависящего от спина потенциала уже требует рассмотрения какого-нибудь варианта релятивистского описания. Существует, однако, определенный произвол, связанный с выбором взаимодействия на больших расстояниях. Точнее, спиновые структуры зависят от лоренцевских свойств запирающего потенциала. Если на малых расстояниях основополагающим началом для всех является квантовая хромодинамика /КХД/, и, следовательно, производящий потенциал возникает как обмен векторным глюоном, то на больших расстояниях в отсутствие руководящей теории нужно исходить из самых общих принципов симметрии. Это означает, что запирающий потенциал в принципе может образоваться из инвариантных комбинаций всех возможных билинейных спинорных форм - скалярной, векторной и т.д.

В рамках уравнения Дирака существуют исследования[1] /некоторые из них проведены намного раньше возникновения проблемы невылетания кварков/, которые указывают, что если линейный потенциал является 4-вектором, в уравнении нет связанных состояний. /См. также работу[2]/. В проблеме кваркония часто используется релятивистский /с точностью $(v/c)^2$ / гамильтониан Брейта, являющийся редукцией с ядра Бете-Солпитера при одинаковых временах. В одном популярном подходе, начатом с работ[3] и развитом многими авторами[4], ядро Бете-Солпитера насыщается векторным членом, вызванным одноглюонным обменом и ответственным за малые расстояния, а вклад больших расстояний распределен /введением нового параметра/ между двумя другими членами - векторным и скалярным по отношению к их лоренцевским свойствам. Далее привлекаются сведения из других областей. Например, вычисления в самом низком порядке в струнных и решеточных моделях[5] не дают спин-спиновых поправок к потенциалу на больших расстояниях. В согласии с этим в работе[6] было предложено считать запирающий потенциал следствием либо скалярного обмена, либо обмена нулевой компонентой 4-вектора. А что касается собственно релятивистских поправок, есть основания считать, что они играют существенную роль в подавлении электрических дипольных переходов по отношению к нерелятивистским оценкам, а также для малых лептонных ширин.

Другой альтернативный релятивистский подход - подход квазипотенциальных уравнений, начало которого положено в работе[7], находит все более широкое применение[8]. Основная идея в таком подходе состоит в том, чтобы написать линейное уравнение для амплитуды рассеяния типа нерелятивистского уравнения Липмана-Швингера. Для этого нужно экстраполировать амплитуду рассеяния вне массовой поверхности. Такая экстраполяция неоднозначна. Ее выбор, а также определение условий на функцию Грина приводит к различным неэквивалентным уравнениям.

В настоящем исследовании мы используем квазипотенциальное уравнение, предложенное в работах[9]. Минимальный необходимый объем информации об этом подходе, а также постановка задачи для анализа кварк-антикварковых систем изложены во второй части. В третьей части получены основные результаты работы, которые состоят в уточнении и изменении квазипотенциального уравнения, наложенные: а/ спецификой кваркония; б/ структурой уравнения при наличии запирающего потенциала; в/ постановкой задачи. В заключение следует обсуждение полученных результатов.

2. КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ ПОДХОД И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Квазипотенциальное уравнение для инвариантной амплитуды рассеяния двух частиц T, записанное в системе центра инерции /СЦИ/ в s-канале, имеет следующий общий вид:

$$T_w(\underline{p},\underline{q}) + V_w(\underline{p},\underline{q}) + \int V_w(\underline{p},\underline{k})\, G_w(\underline{k})\, T_w(\underline{k},\underline{q}) \frac{d^3k}{(2\pi)^3} = 0 , \qquad /1/$$

где $\underline{p}$, $\underline{q}$ - трехмерные относительные импульсы, а $w = \sqrt{s}$ является полной энергией в СЦИ. Следуя[9], рассмотрим минимальный симметричный выход за массовую оболочку, $p_1^2 - p_2^2 = q_1^2 - q_2^2 = m_1^2 - m_2^2$, а условия на функцию Грина G_w /двухчастичная упругая унитарность для спинорных частиц и линейная зависимость обратной функции от $\underline{k}^2$ / определяет ее в следующем виде:

$$G_w = \frac{1}{2w} \cdot \frac{(\hat{k}_1 + m)(\hat{k}_2 + m)}{\underline{k}^2 - b^2(w^2) - i0} , \qquad /2/$$

где

$$\hat{k}_i = \gamma_i^{\mu} k_{i\mu} , \quad k_1 = (w/2, \underline{k}) , \quad k_2 = (w/2, -\underline{k}) ,$$

$$b^2 = \frac{1}{4}(w^2 - 4m^2) .$$

/Здесь и далее рассматриваются одинаковые массы $m_1 = m_2 = m$ /. Потребуем, чтобы уравнение /1/ удовлетворялось тождественно перенормированным рядом теории возмущения для амплитуды T_w, когда внешние импульсы лежат на массовой поверхности. Вместе с этим, предположение, что такой же ряд имеется для квазипотенциала V_w /вопрос сходимости этих рядов здесь не исследуется/, а G_w не зависит от константы связи, приводит /на массовой поверхности/к следующей рекуррентной системе:

$$V_{w_1} = -T_{w_1} , \quad V_{w_2} = -T_{w_2} + T_{w_1} G_w T_{w_1} , \ldots \qquad /3/$$

Далее, используя выражение для волновой функции задачи рассеяния,

$$\Phi_{w_q}(\underline{p}) = (2\pi)^3 \delta(\underline{p} - \underline{q}) + G_{w_q}(\underline{p})\, T_{w_q}(\underline{p},\underline{q}) , \qquad /4/$$

где $w_q = 2(m^2 + q^2)^{1/2}$, и явный вид функции Грина /2/, для произвольных w можно написать однородное уравнение для Φ_w типа уравнения Шредингера, но с релятивистской кинематикой,

$$(\underline{p}^2 - b^2)\Phi_w(\underline{p}) + \frac{1}{2w} \int V_w(\underline{p},\underline{q})\, \Phi_w(\underline{q}) \frac{d^3q}{(2\pi)^3} = 0 . \qquad /5/$$

Оказывается удобным записать уравнение /5/ в форме, в которой скалярный потенциал V_w заменен некоторой квадратичной функцией от эффективного 4-векторного потенциала V_μ,

$$[(p_\mu - V_\mu)(p^\mu - V^\mu) - m_w^2 + S.T.]\, \Phi_w = 0 , \qquad /6/$$

где $m_w = m^2/w$ является релятивистской приведенной массой эффективной частицы с энергией $p_0 = E = \frac{w^2 - 2m^2}{2w}$ $(E^2 = b^2 + m_w^2)$, а через S.T. обозначены все спиновые структуры. Чтобы определить ядра интегральных операторов, действующих на Φ_w в уравнении /6/, приравниваем линейные члены в /6/ борновскому приближению V_w /полученному из /3//, умноженному на $1/2w$. После выделения спиновых членов остается еще калибровочный произвол, который позволяет отождествить V_0 с кулоновским потенциалом и фиксировать трехмерный потенциал $\underline{V}$. Уравнение /6/ является более точным уравнением по сравнению с /5/: например, в электромагнитных взаимодействиях наличие в нем члена α^2/r^2 дает правильную зависимость от j /полного момента/ энергетического спектра с точностью до α^4 /из сравнения с уравнением Дирака для спинорной частицы во внешнем поле/.

Основываясь, главным образом, на уравнении /6/, мы иссследуем кварк-антикварковые системы. В чем особенность нашей постановки задачи? Обычный подход в литературе заключается в том, чтобы определить параметры модели из самых надежных экспериментальных данных /столько же, сколько имеется параметров/, а потом вычислить другие наблюдаемые и сравнить теоретические предсказания с экспериментом. В таком подходе однако нет критерия для адекватности одной или другой модели по отношению к полному набору экспериментальных данных. Подобный анализ может обеспечить только строго сформулированная обратная задача для нахождения параметров модели из полного набора данных. В предположении наличия неявной функции энергии $w = w(p_1, \dots, p_n)$ от параметров модели разработаны численные методы и создано программное обеспечение /смотри работу [10] и все ссылки в ней/ для решения обратной задачи. Такая задача не только оптимизирует параметры по отношению к данной модели, но и позволяет сравнить разные модели исходя из так называемого статистического критерия, $\bar{\chi}^2 = \|V(w - \tilde{w})\|_2^2/(s - n + 1)$, где V - матрица веса, $\tilde{w}$ - измеренные энергии, s - число энергий, а n - число параметров. Чем $\bar{\chi}^2$ ближе к единице, тем удовлетворительнее модель согласуется с экспериментальными данными. В работе [11] решена обратная задача в бесспиновом приближении уравнения /5/, а для сравнения - и в нерелятивистской модели, причем в обоих случаях при одинаковых предположениях для потенциала.

3. КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ КВАРКОНИЯ

1. Прежде всего в уравнение /5/ или, соответственно, /6/ нужно внести уточнение, связанное со спецификой кваркония. Принимаем, что кварк и антикварк преобразуются по фундаментальному, соответственно контргградиентному представлению цветной группы $SU_c(3)$, которая является локальной калибровочной группой симметрии лагранжиана КХД. Предполагаем, что физические начальные и конечные состояния должны быть бесцветными, т.е. синглетами по отношению к группе $SU_c(3)$. Как перейти к уравнению для $SU_c(3)$ -инвариантной амплитуды перехода от синглетного начального и синглетному конечному состоянию?

Существует две $SU_c(3)$ -инвариантные амплитуды, отвечающие октет-октетному и синглет-синглетному переходам. Выразим спин-тензорную амплитуду через ее проекции на ортогональное синглетное и октетное подпространства,

$$T_{w\,\rho a}^{\sigma\beta}(\underline{p},\underline{q}) = T_w^{(8)}(\underline{p},\underline{q})\,\mathcal{P}_{\rho a}^{(8)\sigma\beta} + T_w^{(1)}(\underline{p},\underline{q})\,\mathcal{P}_{\rho a}^{(1)\sigma\beta} =$$

$$= T_w^{(8)}(\underline{p},\underline{q})\left(\delta_{a\sigma}\,\delta_{\rho\beta} - \frac{1}{3}\delta_{\rho\sigma}\,\delta_{a\beta}\right) + \frac{1}{3}T_w^{(1)}(\underline{p},\underline{q})\,\delta_{\rho\sigma}\,\delta_{a\beta}\,, \qquad /7/$$

где соответствующие проекционные операторы $\mathcal{P}^{(8)}$ и $\mathcal{P}^{(1)}$ записаны в явном виде, а греческие буквы означают $SU_c(3)$ -индексы. Предполагая такие же $SU_c(3)$ -свойства для потенциала и функции Грина, используя свойства проекционных операторов, расщепляем уравнения /1/ на два независимых уравнения - для $T_w^{(8)}$ и $T_w^{(1)}$. Далее эти индексы опускаем, потому что везде будем работать с синглетными частями как для амплитуды и потенциала, так и для волновой функции в формуле /4/ и в уравнениях /5/ и /6/.

Инвариантная амплитуда T_w связана с ковариантной дираковской амплитудой A_w формулой

$$T_w(p,q) = \bar{U}_{\xi_2}(\underline{p}_2)\,\bar{U}_{\xi_1}(\underline{p}_1)\,A_w(p,q)\,U_{\eta_2}(\underline{q}_2)\,U_{\eta_1}(\underline{q}_1)\,. \qquad /8/$$

где U является дираковским спинором. В стандартной формулировке КХД борновское приближение синглетной части амплитуды /вклад дает только диаграмма одноглюонного обмена, в то время как аннигиляционная диаграмма дает вклад только в октетную часть/ имеет следующий вид:

$$A_{w_1} = -\frac{4}{3}\cdot\frac{g^2}{k^2}\,\gamma_\mu^{(1)}\gamma^{\mu(2)}\,. \qquad /9/$$

где $\gamma^{(1)}$ и $\gamma^{(2)}$ - два набора взаимно коммутирующих матриц Дирака, а $k^2 = (p_1 - p_2)^2$. Используя представление Паули матриц Дирака и явный вид дираковских спиноров в этом представлении, из формул /9/ и /8/ получим в двухкомпонентном формализме T_{w_1} или V_{w_1}, согласно равенству /3/,

$$V_{w_1}(\underline{k}^2) = -\frac{64\pi}{3}\cdot\frac{a_s(\underline{k}^2)\,Ew}{\underline{k}^2} + \frac{16\pi}{3}a_s(\underline{k}^2) + \frac{16\pi}{3}a_s\left[\frac{2w}{w+2m} - \frac{\underline{k}^2}{(w+2m)^2}\right] -$$

$$-\frac{32\pi i}{3}\cdot\frac{a_s(\underline{k}^2)}{\underline{k}^2}\left[1 + \frac{w}{w+2m} - \frac{\underline{k}^2}{(w+2m)^2}\right](\underline{p}\times\underline{q})(\underline{\sigma}_1 + \underline{\sigma}_2) + \qquad /10/$$

$$+\frac{16\pi}{3}a_s(\underline{k}^2)\left[\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\underline{k}^2} + \frac{4}{(w+2m)^2}\cdot\frac{(\underline{p}\times\underline{q})_i\,(\underline{p}\times\underline{q})_j}{\underline{k}^2}\right]\sigma_{1_i}\sigma_{2_j}\,.$$

Формула /10/ записана в СЦИ, а $\underline{\sigma}_1$ и $\underline{\sigma}_2$ - два набора взаимно коммутирующих матриц Паули. Эффективная константа связи $a_s(-\underline{k}^2) \equiv g^2/4\pi$ получена как решение однородного уравнения ренормгруппы в однопетлевом приближении, а дальше модифицирована для больших расстояний, как в работе [12],

$$\alpha_s(k^2) = \frac{12\pi}{27} \cdot \frac{1}{\ln\left(1 + \frac{k^2}{\Lambda^2}\right)} \; ; \qquad /11/$$

Λ - масштабный параметр. Формула /11/ интерполирует малые расстояния, давая знакомое логарифмическое убывание эффективной константы из-за поляризации вакуума в междукварковой области, а также большие расстояния, при которых получается линейный потенциал запирания.

С потенциалом из выражения /10/ при использовании α_s из формулы /11/ квадрированное квазипотенциальное уравнение /6/ в координатном пространстве принимает следующий вид:

$$[\Delta + b^2(w^2) - \mathcal{V}(r)]\,\phi_w(\underline{r}) = 0 \, . \quad \mathcal{V}(r) = \mathcal{V}_1(r) + \mathcal{V}_2(r) + \mathcal{V}_3(r) + \mathcal{V}_4(r) \, . \qquad /12/$$

Не зависящий от спина потенциал $\mathcal{V}_1$, спин-орбитальное $(\mathcal{V}_2)$, спин-спиновое $(\mathcal{V}_3)$ и тензорное $(\mathcal{V}_4)$ взаимодействия имеют следующий вид:

$$\mathcal{V}_1 = \frac{16\pi E}{27}\left(\Lambda^2 r - \frac{1}{r} + \frac{4}{r} I_0\right) - \left(\frac{8\pi}{27}\right)^2 (1 - 4I_0)^2 \frac{1}{r^2} +$$

$$+ 2\left(\frac{8\pi}{27}\right)^2 (1 - 4I_0)\Lambda^2 - \left(\frac{8\pi\Lambda^2}{27}\right)^2 r^2 + \frac{8\pi\Lambda^2}{27w} \cdot \frac{3w + 2m}{w + 2m}\left(\frac{1}{r} + \frac{2}{r} I_2\right) , \qquad /13/$$

$$\mathcal{V}_2 = \frac{32\pi\Lambda^3}{27w} \cdot \frac{w + m}{w + 2m}\left[\frac{1}{\Lambda r} + \frac{1}{(\Lambda r)^3} - \frac{4}{(\Lambda r)^3} I_0 - \frac{4}{(\Lambda r)^2} I_1\right](\underline{L}\underline{S}) , \qquad /14/$$

$$\mathcal{V}_3 = \frac{4\pi\Lambda^3}{27w}\left[\frac{1}{\Lambda r} - \frac{1}{(\Lambda r)^3} + \frac{4}{(\Lambda r)^3} I_0 + \frac{4}{(\Lambda r)^2} I_1 + \frac{4}{\Lambda r} I_2\right](\underline{\sigma}_1 \underline{\sigma}_2) , \qquad /15/$$

$$\mathcal{V}_4 = \frac{4\pi\Lambda^3}{27w}\left[\frac{1}{\Lambda r} + \frac{3}{(\Lambda r)^3} - \frac{12}{(\Lambda r)^3} I_0 - \frac{12}{(\Lambda r)^2} I_1 - \frac{4}{\Lambda r} I_2\right] \frac{(\underline{\sigma}_1 \underline{r})(\underline{\sigma}_2 \underline{r})}{r^2} . \qquad /16/$$

где

$$I_n(\Lambda r) = \int_1^\infty \frac{q^{n-1}\, e^{-q\Lambda r}\, dq}{\ln^2(q^2 - 1) + \pi^2} \, . \qquad /17/$$

2. Уравнение /12/ имеет существенный недостаток. Наличие в $\mathcal{V}_1$ члена, пропорционального r^2 /возникающего от квадрирования линейного потенциала запирания/, показывает, что считать взаимодействие на больших расстояниях единственно следствием обмена векторной частицей неправомерно. Обсуждаемый член может быть скомпенсирован, если в уравнение /6/ на больших расстояниях будет включен еще подходящий скалярный потенциал /подобно тому, как включается 4-векторный потенциал/, что эквивалентно ренормировке массы,

$$[(p - V)^2 - (m_w + S_0)^2 + \mathrm{S.T.}]\,\Phi_w = 0 \, . \qquad /18/$$

Требование компенсации квадратичного члена накладывает условие

$$S_0 = \eta r \, , \quad |\eta| \geq \frac{8\pi\Lambda^2}{27} \, . \qquad /19/$$

Теперь в согласии с общей процедурой извлечения квазипотенциала из амплитуды рассеяния мы делаем предположение, что скалярный потенциал S_0 в уравнении /18/ является следствием обмена скалярным комплексом /не будем уточнять этого понятия/ на больших расстояниях. Другими словами, к амплитуде T_w /выражение /8// нужно добавить скалярную T_s,

$$T_s = \bar{U}_{\xi_1}(\underline{p}_1) U_{\eta_1}(\underline{q}_1) S(p,q) \bar{U}_{\xi_2}(\underline{p}_2) U_{\eta_2}(\underline{q}_2) \, . \qquad /20/$$

Тогда в уравнении /5/ к потенциалу добавится скалярный член $V_s/2w$, который в двухкомпонентном формализме имеет следующий вид:

$$\frac{V_s}{2w} = -\frac{S(\underline{p},\underline{q})}{2w}\left[4m^2 + \frac{4m}{w + 2m}(\underline{p} - \underline{q})^2 - \frac{4mi}{w + 2m}(\underline{p} \times \underline{q})(\underline{\sigma}_1 + \underline{\sigma}_2)\right] . \qquad /21/$$

Отождествляя $2m_w S_0$ из /18/ с $-2\frac{m^2}{w} S$ из /21/, фиксируем $S = -S_0$ /последнее определено формулами /19//, что в импульсном пространстве дает

$$S(\underline{p},\underline{q}) = \frac{8\pi\eta}{(\underline{p} - \underline{q})^4} \, . \qquad /22/$$

После этого определения можно получить фурье-трансформации всех членов в /21/, что приводит в уравнении /12/ к новому потенциалу $\mathcal{V}' = \mathcal{V}_1' + \mathcal{V}_2' + \mathcal{V}_3' + \mathcal{V}_4'$, выраженному следующими равенствами:

$$\mathcal{V}_1' = \mathcal{V}_1 + 2m_w \eta r + \eta^2 r^2 - \frac{4m}{w(w + 2m)}\,\eta\,\frac{1}{r} \, . \qquad /23/$$

$$\mathcal{C}_2' = \mathcal{C}_2 - \frac{4m}{w(w+2m)}\eta\frac{1}{r}(\underline{LS}), \qquad /24/$$

$$\mathcal{C}_3' = \mathcal{C}_3 , \qquad /25/$$

$$\mathcal{C}_4' = \mathcal{C}_4 . \qquad /26/$$

3. Во всех реальных уравнениях для спинорных частиц с основным потенциалом типа кулоновского зависящие от спина потенциалы в нуле сингулярны как r^{-3}. В задаче кваркония ситуация такая же или мало отличается от упомянутой, когда максимальная сингулярность уменьшена логарифмической поправкой от поляризации вакуума. Последний случай имеет место в уравнении /12/ с потенциалами /23/, /24/, /25/ и /26/. При этом учтены главные члены асимптотического разложения интегралов $I_n(\Lambda r)$,

$$I_0 \underset{r\to 0}{\simeq} \frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{\ln\frac{1}{\Lambda r}}\right), \quad I_1 \underset{r\to 0}{\simeq} \frac{1}{4\Lambda r \ln^2(\Lambda r)}, \quad I_2 \underset{r\to 0}{\simeq} \frac{1}{4(\Lambda r)^2\ln^2(\Lambda r)} . \qquad /27/$$

Обсуждаемые сингулярности существуют, даже когда зависящие от спина потенциалы считаются малыми возмущениями - тогда их вклад в S -волну, где получаются расходящиеся в нуле интегралы, требует более детального рассмотрения. Эта проблема проявляется, когда нужно интегрировать численно полное уравнение, что имеет место в нашем случае, т.к. наша конечная цель - постановка обратной задачи. С этим еще можно мириться, когда сильно сингулярные члены являются потенциалами отталкивания - тогда получается неестественное экспоненциальное убывание волновой функции в нуле из-за неодинаковой степени однородности дифференциального оператора и доминирующего потенциала. Но при определенных наборах квантовых чисел J, L и S получается потенциал притяжения, и для корректного поведения такого уравнения в нуле нужны радикальные меры.

Прежде всего вспомним, что уравнение Паули для частицы в кулоновском поле можно получить из системы Дирака,

$$(E+m-V_0)\chi = \underline{\sigma p}\Phi ,$$
$$(E-m-V_0)\Phi = \underline{\sigma p}\chi , \qquad /28/$$

если из первого уравнения выразить малые компоненты через большие и подставить это во второе уравнение. Полученное уравнение

$$\left[\left(E+\frac{\alpha}{r}\right)^2 - m^2 + \Delta + \frac{\alpha}{E+m+\frac{\alpha}{r}}\cdot\frac{1}{r^3}\left(r\frac{d}{dr} - \underline{L\sigma}\right)\right]\phi = 0 \qquad /29/$$

сводится к уравнению Паули при предположениях о слабом потенциале $(\alpha/r \to 0)$ и, согласно нерелятивистскому приближению, о стремлении энергии к массе покоя частицы. Но, например, в /13/ показано, что в рамках уравнения Паули при строгом рассмотрении s -волнового вклада спин-орбитального взаимодействия нужно возвращаться к уравнению /29/, т.е. брать математические ожидания не r^{-3}, а $r^{-3}(E+m+\alpha/r)^{-1}$.

Вопрос ставится так: Как нужно писать квазипотенциальное уравнение, чтобы в пределе одной спинорной частицы во внешнем поле оно сводилось к уравнению типа /29/?

Пусть в амплитудах /8/ и /20/ стоят не свободные, а квазисвободные дираковские спиноры U',

$$U'(\underline{p}) = \begin{pmatrix} \sqrt{E+m-V_0(\underline{p})}\, e_\xi' \\ \sqrt{E-m-V_0(\underline{p})}\,\frac{\underline{\sigma p}}{|\underline{p}|}\, e_\xi' \end{pmatrix} . \qquad /30/$$

Они с точностью до фазового множителя формально удовлетворяют системе /28/, когда $|p| = \sqrt{(E-V_0)^2 - m^2}$. Они также формально удовлетворяют нормировочному условию $\bar{U}'U' = 2m$. На самом деле надо понимать, что корни в /30/ разложены по степеням V_0, и система /28/ тождественно удовлетворяется в каждом порядке /определяемом сверткой интегральных операторов/ по V_0. Дальше при получении потенциалов V_{w_1} и V_s с такими спинорами надо соблюдать фиксированный порядок сомножителей. /В некоторых членах, определенных свертками, это не имеет значения, но и в других членах отдельные сомножители не коммутируют/. При этом мы уточняем, что факторы со спиновыми матрицами типа $(p\times q)\sigma$ всегда находятся справа. Наконец пренебрегаем всеми V_0 в числителях, чтобы оставаться в рамках борновского приближения. Чистый эффект такой процедуры сводится к тому, что во всех потенциалах уравнения /12/ произведется замена

$$\frac{1}{w+2m} \to \frac{1}{w+2m-2\mathcal{C}_0} , \qquad /31/$$

а потенциалы $\mathcal{C}_3$ и $\mathcal{C}_4$ умножатся на $\frac{w+2m}{w+2m-2\mathcal{C}_0}$, что стремится к единице при малых $\mathcal{C}_0$.

В рассматриваемой задаче кваркония

$$\mathcal{C}_0 = \frac{8\pi}{27}\left(\Lambda^2 r - \frac{1}{r} + \frac{4}{r} I_0\right)\Big|_{r\to 0} \simeq -\frac{8\pi}{27}\,\frac{1}{r\ln\frac{1}{\Lambda r}}\,. \qquad /32/$$

Вследствие того, что доминирующие в нуле члены сингулярны как $\frac{1}{r^3 \ln\frac{1}{\Lambda r}}$, эффективно получаются сингулярности r^{-2}. Исследование решений в нуле разных случаев полного уравнения /включая систему уравнений/ будет дано в следующей работе, где приведен численный анализ задачи.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

В рамках квазипотенциального подхода /9/ мы исследуем конкретную задачу связанных кварк-антикварковых систем. Основной целью численного анализа таких систем является обратная задача для нахождения параметров модели из полного набора экспериментальных данных. Условия нашей задачи накладывают некоторые требования на квазипотенциальное уравнение, которые выражаются в следующем:

1. Из общего уравнения нужно получить уравнение для амплитуды перехода между физическими начальным и конечным состояниями, т.е. между синглетами по отношению к цветной группе $SU_c(3)$. Это достигается естественным допущением об унитарных свойствах амплитуды, квазипотенциала и функции Грина.
2. Нужно сохранить хорошие свойства уравнения на бесконечности, нарушенные из-за квадрирования потенциала запирания, полученного как следствие обмена векторной частицей. Предположение о наличии обмена скалярным комплексом на больших расстояниях приводит к компенсации квадратичного потенциала притяжения и к появлению новых членов в бесспиновом и в спин-орбитальном взаимодействиях. В этом смысле мы пришли к описанию, подобному исследованиям в работах /8,4/, но исходя из других соображений.
3. Формулировка обратной задачи требует численного интегрирования полного уравнения. Сингулярные как r^{-3} в нуле потенциалы притяжения приводят, однако, к неинтегрируемому уравнению. В работе предложена процедура, которая сводит максимальные сингулярности к сингулярностям не более чем r^{-2}.

Автор выражает свою искреннюю благодарность И.Тодорову, Л.Александрову и Д.Караджову за стимулирующие обсуждения и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pleseet M.S. Phys.Rev., 1932, 41, p.278; Calucci G. Lett. N.Cim., 1979, 26, p.449; Ram B., Halasa R. Lett.N.Cim., 1979, 26, p.551.
2. Gerasimov S.B. Progress in Part. and Nucl.Phys., vol.8, p.209.
3. Schnitzer H.J. Phys.Rev.Lett., 1975, 35, p.1540; Phys.Lett., 1976, 65B, p.239; Puplin J. et al. Phys.Rev.Lett., 1975, 35, p.1538.
4. Henriques A.B. et al. Phys.Lett., 1976, 64B, p.85; Chan L.-H. Phys.Lett., 1977, 71B, p.422; Schnitzer H.J. Phys.Lett., 1978, 76B, p.461; Phys.Rev., 1978, D18, p.3482.
5. Kogut J., Parisi G. Phys.Rev.Lett., 1981, 47, p.1089.
6. Eichten E., Feinberg F. Phys.Rev., 1981, D23, p.2724.
7. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. N.Cim., 1963, 29, p.280.
8. Jhung K.S. et al. Phys.Rev., 1975, D12, p.1999; Crater H.W., Van Alstine P. Tennessee preprint, 1980; Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. ЭЧАЯ, 1978, 9, с.5; Сидоров А.В., Скачков Н.Б. ОИЯИ, Р2-80-45, Дубна, 1980; Голоскоков С.В. и др. ОИЯИ, Р2-12978, Дубна, 1980; Амирканов И.В. и др. ЭЧАЯ, 1981, 12, с.651.
9. Todorov I.T. Phys.Rev., 1971, D3, p.2351; Properties of Fundamental Interactions ed. A.Zichichi (Bologna Editrice Compositori), 1973, vol.9C, p.951; Ризов В.А., Тодоров И.Т. ЭЧАЯ, 1975, 6, с.669.
10. Aleksandrov L. et al. J.Comput.Phys., 1982, 45, p.291.
11. Aleksandrov L. et al. J.Phys., 1984, G10, p.1003.
12. Richardson J.L.,Phys.Lett., 1979, 82B, p.272.
13. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, Гос.изд.физмат.лит., М., 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 июня 1985 года.