объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-85-390

М.К.Волков, А.А.Осипов

$\pi \to A_1$-ПЕРЕХОДЫ И КВАРКОВЫЕ МАССЫ В МОДЕЛИ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ТИПА

Направлено на VIII Международный симпозиум по физике высоких энергий и теории поля /Протвино, 1985/

1985

В работах [1,2] были получены оценки на массы составляющих кварков $m_u = m_d = 240$ МэВ. Однако последующие расчеты, связанные с описанием различных физических процессов, показали, что лучшее согласие с экспериментальными данными достигается при значении $m_u = 280$ МэВ [3]. Но при таком выборе значения m_u нарушалось полученное в рамках рассмотренной модели соотношение между векторными и скалярными константами связи $g_\rho = \sqrt{6}\,g$. Это приводило к тому, что для расходящихся кварковых петель в секторах скалярных-псевдоскалярных и векторных аксиально-векторных мезонов приходилось выбирать различные значения для параметров обрезания Λ_i.

В настоящей работе будет показано, что при учете существующих в нашей модели переходов $\phi_i \leftrightarrow A_i$ /ϕ_i - псевдоскалярные мезоны, A_i - аксиально-векторные мезоны/ можно однозначно прийти к величине составляющей массы кварка $m_u = 280$ МэВ, причем соотношение $g_\rho = \sqrt{6}\,g$ продолжает выполняться и параметр обрезания можно брать одинаковым для всех сортов мезонов, $\Lambda = 1250$ МэВ.

Переход $\phi_i \to A_i$ происходит через кварковую петлю, описываемую лагранжианами /см. рис. 1/

$$\mathfrak{L} = \bar{q}\left(ig\gamma_5\bar{\phi} + \frac{g_\rho}{2}\gamma_5\hat{\bar{A}}\right)q, \qquad /1/$$

где $\bar{q}(q)$ - кварковые поля, $\bar{\phi} = \lambda_a\phi^a$, $\hat{\bar{A}} = \gamma^\mu\lambda_a A^a_\mu$ - поля псевдоскалярных и аксиально-векторных мезонных нонетов /λ_a - матрицы Гелл-Манна, $0 \le a \le 8$, $\lambda_0 = \sqrt{2/3}\,1$/,

$$g_\rho = \sqrt{6}\,g, \quad g^2 = \frac{1}{4I_2(m)}, \quad I_2(m_i) = -i\frac{3}{(2\pi)^4}\int d^4k\,\frac{\theta(\Lambda^2 - k^2)}{(m_i^2 - k^2)^2},$$

m_i - массы составляющих кварков [3]. В результате для такого перехода получаем выражение

$$\Delta\mathfrak{L}(\phi, A) = \sqrt{\frac{3}{8}}\,\mathrm{Tr}\{M[\bar{A}^\mu, \partial_\mu\bar{\phi}]_+\}, \quad M = \mathrm{diag}(m_u, m_d, m_s). \qquad /2/$$

Это же выражение можно получить из формулы /54/ работы [3] /см. также [4]/.

Учет переходов с промежуточными A мезонами /рис. 2/ дает следующую поправку к кинетическим членам у псевдоскалярных мезонов

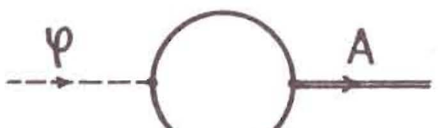


Рис.1

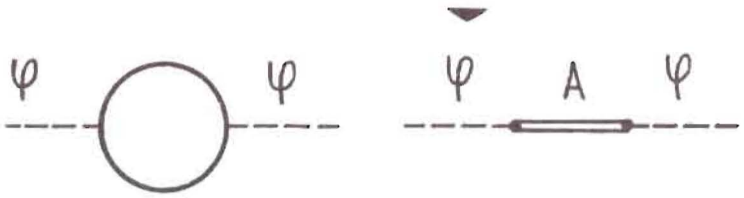


Рис.2

/ср. с формулой /9/ из [3] /*

$$\Delta \mathfrak{L}^{\text{кин}}(\phi) = p^2 \mathrm{Tr}\{ I_2(M)\,(1 - \frac{6M^2}{m_A^2})\,\bar{\phi}^2 \}, \qquad /3/$$

что приводит к дополнительной перенормировке псевдоскалярных полей. В результате константа взаимодействия псевдоскалярных полей с кварками $g_{\phi qq}$, которая входит в тождество Голдбергера-Треймана

$$\bar{g} = g_{\phi qq} = \frac{M}{F}, \qquad /4/$$

следующим образом выразится через интеграл I_2 и константу g_ρ, описывающую распад $\rho \to 2\pi$ ($F_\pi = 93$ МэВ, $\frac{g_\rho^2}{4\pi} = \alpha_\rho = 3$):

$$\bar{g}^2 = \frac{1}{4 I_2 (1 - \frac{6M^2}{m_A^2})} = \frac{g_\rho^2}{6(1 - \frac{6M^2}{m_A^2})} \qquad /5/$$

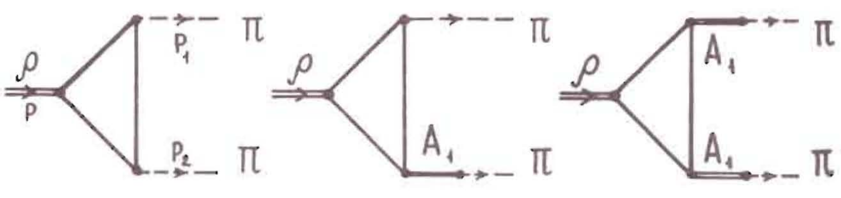
$$(\bar{g} = Z^{1/2} g,\ g^2 = 1/4I_2,\ Z = 1/(1 - \frac{6M^2}{m_A^2}),\ g_\rho = \sqrt{6}\,g).$$

Из /4/ и /5/ получаем уравнение, определяющее массу составляющего u-кварка

$$(\frac{m_u}{F_\pi})^2 (1 - \frac{6m_u^2}{m_{A_1}^2}) = \frac{2\pi\alpha_\rho}{3}. \qquad /6/$$

Отсюда следует, что $m_u \approx 280$ МэВ.

*В формулах /3/-/5/ используются символические обозначения, например, в случае K-мезонов $M = (m_u + m_s)/2$, $m_A = m_{Q_A}$, $F = F_K$.



а б в

Рис.3

Убедимся теперь, что константа g_ρ, соответствующая распаду $\rho \to 2\pi$, остается неизменной после учета новой перенормировки пионных полей и $A \to \pi$-переходов на концах диаграмм, описывающих процесс $\rho \to \pi\pi$ /см. рис.3/. Действительно, сумма диаграмм 3а и 3б дает

$$T_A + T_Б = (p_2 - p_1)_\mu \epsilon^\mu(p) \frac{g_\rho}{(1 - \frac{6m^2}{m_{A_1}^2})} + (p_2 - p_1)_\mu \epsilon^\mu(p) \frac{g_\rho}{(1 - \frac{6m^2}{m_{A_1}^2})} (-\frac{6m^2}{m_{A_1}^2}) = g_\rho (p_2 - p_1)_\mu \epsilon^\mu(p), \qquad /7/$$

а вклад диаграммы 3в дает более высокие степени по импульсам пионов с $m_{A_1}^4$ в знаменателе, так что им можно пренебречь. Итак, дополнительная перенормировка константы g_ρ не возникает. Проведем ту же процедуру с помощью диагонализации квадратичных членов в лагранжиане /54/ работы [3], подобно тому, как это делалось Газеоровичем и Геффеном [4]. Наш лагранжиан имеет вид*

$$\begin{aligned}
\mathfrak{L}(\sigma', \phi, V, A) = {} & [\frac{1}{2G_1} \mathrm{Tr}(gM^0 \bar{\sigma}') = m_{\phi_a}^2 \bar{F}_\pi \sigma_a'] - \frac{1}{4} \mathrm{Tr}[\mu_a^2 (\bar{\sigma}'^2 + \bar{\phi}^2)] - \\
& - \frac{1}{4} \mathrm{Tr}\{ g^2 [(\bar{\sigma}'^2 + \bar{\phi}^2)^2 - [\bar{\sigma}', \bar{\phi}]_-^2] \} + \\
& + \frac{g_\rho^2}{16 G_2} \mathrm{Tr}(\bar{V}^2 + \bar{A}^2) - \frac{1}{8} \mathrm{Tr}(G_V^{\mu\nu} G_{V\mu\nu} + G_A^{\mu\nu} G_{A\mu\nu}) + \\
& + \frac{1}{4} \mathrm{Tr}\{ [D_\mu \bar{\sigma}' + \frac{g_\rho}{2} \{\bar{A}_\mu, \bar{\phi}\}_+]^2 + [D_\mu \bar{\phi} - \frac{g_\rho}{2} \{\bar{A}_\mu, \bar{\sigma}'\}_+]^2 \},
\end{aligned} \qquad /8/$$

где $\bar{\sigma}' = \bar{\sigma} - M/g$, σ_a и V_a - поля скалярных и векторных мезонных нонетов, G_1 и G_2 - константы четырехкваркового взаимодействия,

*Лагранжиан /8/ близок по форме к лагранжиану, приведенному в работе [4], только все константы здесь можно записать в терминах кварковых масс и параметра обрезания Λ.

M^0 - матрица масс токовых кварков, $\tilde{F}_\pi = F_\pi Z^{-1/2}$, $\mu_a^2 = g^2[\frac{1}{G_1} - 8(I_1 + M^2 I_2)] = m^2_{\phi_a} - 2M^2$ /I_1 - квадратично расходящийся интеграл типа I_2 /см. /15//, D_μ и $G^{\mu\nu}_{V(A)}$ - ковариантные производные

$$D_\mu \bar{a} = \partial_\mu \bar{a} - i\frac{g_\rho}{2}[\bar{V}_\mu, \bar{a}]_-,$$

$$G^{\mu\nu}_V = \partial^\mu \bar{V}^\nu - \partial^\nu \bar{V}^\mu - \frac{i}{2} g_\rho([\bar{V}^\mu, \bar{V}^\nu]_- + [\bar{A}^\mu, \bar{A}^\nu]_-),$$

$$G^{\mu\nu}_A = \partial^\mu \bar{A}^\nu - \partial^\nu \bar{A}^\mu - \frac{i}{2} g_\rho([\bar{A}^\mu, \bar{V}^\nu]_- + [\bar{V}^\mu, \bar{A}^\nu]_-).$$

В последнем члене формулы /8/ содержится лагранжиан $\Delta\mathcal{L}(\phi, A)$ /см. /2//. Чтобы ликвидировать этот смешанный квадратичный член, переопределим поле A_μ следующим образом:

$$\bar{A}'_\mu = \bar{A}_\mu + \xi D_\mu \bar{\phi}. \qquad /9/$$

Смешанные члены исчезают при выполнении условия

$$(m^0_A)^2 \xi + g_\rho \bar{\sigma}_0 (1 + g_\rho \xi \bar{\sigma}_0) = 0 \qquad /10/$$

или

$$\xi = - \frac{g_\rho \bar{\sigma}_0}{(m^0_A)^2 + (g_\rho \bar{\sigma}_0)^2} = - \frac{\sqrt{6}\, M}{m^2_A}.$$

Здесь

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{M}{g}(\bar{\sigma}' = \bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0), \quad (m^0_A)^2 = \frac{g^2_\rho}{4G^A_2}, \quad m^2_V = \frac{g^2_\rho}{4G^V_2}, \quad m^2_A = (m^0_A)^2 + 6M^2.$$

В лагранжиане /8/ первый член нарушает киральную симметрию. Величина нарушения пропорциональна массам токовых кварков M^0 /или квадратам масс псевдоскалярных мезонов $m^2_{\phi_a}$/. Это соответствует принципу ЧСАТ. Чтобы правильно описать массы аксиально-векторных мезонов, необходимо допустить еще одно нарушение киральной симметрии, а именно: считать, что $G^V_2 \neq G^A_2$, т.е. $m_V \neq m^0_A$. Это нарушение будет лежать в пределах той же точности, что и нарушение, связанное с ЧСАТ /30% точность/.

Посмотрим, как изменится коэффициент при $D_\mu \bar{\phi}$ после диагонализации квадратичных членов в /8/. Этот коэффициент приобретает дополнительный множитель, равный

$$(1 + g_\rho \xi \sigma_0)^2 + (m^0_A \xi)^2 = \frac{(m^0_A)^2}{(m^0_A)^2 + (g_\rho \sigma_0)^2} = (\frac{m^0_A}{m_A})^2 = Z^{-1}. \qquad /11/$$

Чтобы устранить этот множитель из кинетических членов, необходимо сделать дополнительную перенормировку псевдоскалярных полей

$$\phi^R = Z^{-1/2} \phi, \qquad /12/$$

что приводит к переопределению констант связи у псевдоскалярных мезонов, указанному в /5/: $\tilde{g} = gZ^{1/2}$. Условие ЧСАТ, следующее из /8/, $\partial_\mu j^\mu_{a5} = m^2_{\phi_a} F\phi_a$, запишется теперь в обычной форме $\partial_\mu j^\mu_{a5} = m^2_{\phi_a} \tilde{F}\phi^R_a$, где $\tilde{F} = FZ^{-1/2}$. Тождество Голдбергера-Треймана принимает вид, совпадающий с формулой /4/, что опять приводит к уравнению /6/ для массы u-кварка. Подставляя значение m_u = 280 МэВ в формулу для массы A_1 мезона /коэффициент при $\frac{1}{4}\mathrm{Tr}(\bar{A}_\mu)^2$ / $m^2_{A_1} = (m^0_A)^2 + 6m^2_u$, находим, что m^0_A = 1075 МэВ, т.е. $m^0_A \neq m_V = m_\rho$.

Найдем теперь параметр обрезания Λ, который будет одним и тем же при описании всех сортов мезонов. Для его определения используем экспериментальное значение константы g_ρ:

$$\frac{g^2_\rho}{4\pi} = 3 = \frac{3}{8\pi I_2(m_u)}, \quad I_2(m_u) = \frac{1}{8\pi}. \qquad /13/$$

Используя для $I_2(m_u)$ формулу

$$I_2(m_u) = \frac{3}{(4\pi)^2}[\ln(1 + \frac{\Lambda^2}{m^2_u}) - \frac{1}{1 + m^2_u/\Lambda^2}],$$

находим, что Λ/m_u = 4,46, т.е. Λ = 1250 МэВ. Из формулы, определяющей массу π^0-мезона /8/

$$m^2_{\pi^0} = (\frac{m_u}{F_\pi})^2[\frac{1}{G_1} - 8I_1(m_u)], \qquad /14/$$

можно вычислить значение константы G_1: $G_1 = 4{,}9 \cdot 10^{-6}$ МэВ$^{-2}$, после чего формула

$$m^0_u = m_u[1 - 8G_1 I_1(m_u)] = \frac{G_1}{m}(m_\pi F_\pi)^2$$

определит значение токовой массы кварка m^0_u = 3 МэВ.

Предполагая, что константы $Z_i = (m_{A_i}/m^0_{A_i})^2$ имеют одинаковые значения для A_1 и Q мезонов /Z = 1,4/*, найдем величины составляющих и токовых масс странных кварков. Для этого воспользуемся формулой, описывающей массу K^+-мезона

---

* Это предположение оправдано тем, что значения масс A_1 и Q_1 мезонов мало отличаются друг от друга.

$$m^2_{K^+} = Z(m_s - m_u)^2 + \frac{Z}{4I_2(m_u, m_s)}\left[\frac{1}{G_1} - 4I_1(m_u) - 4I_1(m_s)\right], \qquad /15/$$

где

$$I_1(m) = \frac{3}{(4\pi)^2}\left[\Lambda^2 - m^2\ln\left(1 + \frac{\Lambda^2}{m^2}\right)\right],$$

$$I_2(m_u, m_s) = \frac{3}{(4\pi)^2}\,\frac{\left[m_s^2\ln\left(1 + \frac{\Lambda^2}{m_s^2}\right) - m_u^2\ln\left(1 + \frac{\Lambda^2}{m_u^2}\right)\right]}{(m_s^2 - m_u^2)}.$$

Отсюда, воспользовавшись экспериментальным значением массы K^+-мезона, получаем

$$m_s = 450 \text{ МэВ}. \qquad /16/$$

Тогда из формулы $m_s^0 = m_s[1 - 8G_1 I_1(m_s)]$ следует, что

$$m_s^0 = 76 \text{ МэВ}. \qquad /17/$$

Используя тождество Голдбергера-Треймана $g_K = \frac{m_u + m_s}{2F_K}$ и выражение для перенормированной константы g_K

$$g_K^2 = \frac{Z}{4I_2(m_u, m_s)}, \quad (I_2(m_u, m_s) = 0{,}0304),$$

можно определить значение константы F_K $F_K = 1{,}16\,F_\pi$, что вполне согласуется с последними экспериментальными данными /5-7/.

Проведенные вычисления показали, что последовательный учет переходов $\phi \to A$, возможных в первоначальном варианте рассмотренной здесь модели, играет достаточно важную роль. Он позволяет получить более приемлемое с точки зрения описания физических процессов значение для массы составляющего u-кварка $m_u = 280$ МэВ, а тем самым и для константы связи $\bar{g} = g_{\pi qq} = m_u/F_\pi$. Дает возможность использовать единый параметр обрезания Λ во всех мезонных секторах модели, что особенно важно для корректного описания расходящихся диаграмм с различными сортами мезонов на внешних линиях. Наконец, позволяет использовать прямую связь между константами g_ρ и $g = g_{\sigma qq} = \bar{g}Z^{-1/2}$, $g_\rho = \sqrt{6}\,g$. Тем самым число параметров в модели уменьшается, что безусловно способствует более однозначному описанию физических процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1982, 36, с.1265.
2. Волков М.К., Креопалов Д.В. ТМФ, 1983, 57, с.21; ЯФ, 1984, 39, с.924.
3. Volkov M.K. Ann.Phys., 1984, 157, p.282.
4. Gasiorowicz S., Geffen D.A. Rev.Mod.Phys., 1969, 41, p.531.
5. Nagels M.M. et al. Nucl.Phys., 1979, B147, p.189.
6. Paschos E.A., Jurke U. Phys.Lett., 1982, B116, p.360.
7. Particle Data Group. Phys.Lett., 1983, B111.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 мая 1985 года.