

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2-85-389

А.В.Радюшкин, Р.С.Халмурадов*

ОДНОПЕТЛЕВЫЕ ПОПРАВКИ
К ФОРМФАКТОРУ ПИОНА В КХД
Псевдоскалярный вклад

Направлено в журнал "Ядерная физика"

* Институт ядерной физики АН УзССР, Ташкент

1985

1. ВВЕДЕНИЕ

Важной задачей теории асимптотического поведения амплитуд эксклюзивных процессов в квантовой хромодинамике ^{/1-6/} является вычисление степенных поправок к главной асимптотике, связанных с составными операторами высших твистов, соответствующих лидирующим фирцевским проекциям ^{/1-3,7-10/}. Для формфактора пиона $F_\pi(Q^2)$ таковыми являются операторы твиста 3: псевдоскалярный $O^{\pi P} = \bar{\psi} \gamma_5 \psi$ и тензорный $O^T = \bar{\psi} \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} \psi$.

Важность учета таких операторов при умеренно больших передачах импульса Q^2 обусловлена /как это было отмечено еще в работах ^{/2,9/} / большой величиной масштабного фактора λ , характеризующего подавление λ^2/Q^2 соответствующих вкладов по сравнению с ведущим $O(1/Q^2)$ -вкладом. Например, для псевдоскалярного оператора имеем ^{/2,9-11/}

$$\langle 0 | \bar{d} \gamma_5 u | P \rangle = i f_\pi \frac{m_\pi^2}{m_u + m_d} = -2i \frac{\langle \bar{u}u \rangle}{f_\pi} \quad /1/$$

и, следовательно, $\lambda = -2 \langle \bar{u}u \rangle / f_\pi^2 = 1,8 \text{ ГэВ}$ при стандартном ^{/11/} значении кваркового конденсата $\langle \bar{u}u \rangle = -/0,25 \text{ ГэВ}^3$.

В работах ^{/8/} степенные поправки к $F_\pi(Q^2)$, имеющие λ -усиление, были исследованы в главном логарифмическом приближении.

Анализ, проведенный в ^{/8/}, основан на анализе фейнмановских диаграмм в импульсном представлении с использованием судаковской параметризации. Для ведущего /псевдовекторного или аксиального/ вклада в $F_\pi(Q^2)$ такой подход эквивалентен стандартному анализу ^{/1-3,5/}, базирующемуся на операторных разложениях. Последние, на сегодняшний день, являются фактически единственным методом, позволяющим регулярным образом вычислять высшие радиационные поправки и, следовательно, получать надежные оценки точности сделанных приближений и области их применимости. Однако распространение технологии операторных разложений на вклады, соответствующие операторам высших твистов, представляет собой достаточно нетривиальную задачу. В настоящей статье мы ограничимся поэтому лишь исследованием связи между псевдоскалярной и тензорной проекциями вклада диаграммы одноглюонного обмена и вычислением радиационных поправок к коэффициентной функции, соответствующей псевдоскалярной проекции.

2. ОДНОГЛЮОННЫЙ ОБМЕН, ВЫСШИЕ ТВИСТЫ И ПРОБЛЕМА ФАКТОРИЗАЦИИ ДЛЯ $O(1/Q^2)$ -ВКЛАДОВ

Используя стандартные правила Фейнмана в конфигурационном представлении, можно записать вклад диаграммы одноглюонного обмена /рис.1а/ в виде

$$T_\mu(P, P') = e_u \int \langle P' | (u(X) \gamma^\alpha S^c(X) \gamma_\mu u(0)) \times$$

$$(\bar{d}(Y) \gamma_\beta^d(Y)) | P \rangle D_{\alpha\beta}^c(X-Y) d^4 X d^4 Y. \quad /2/$$

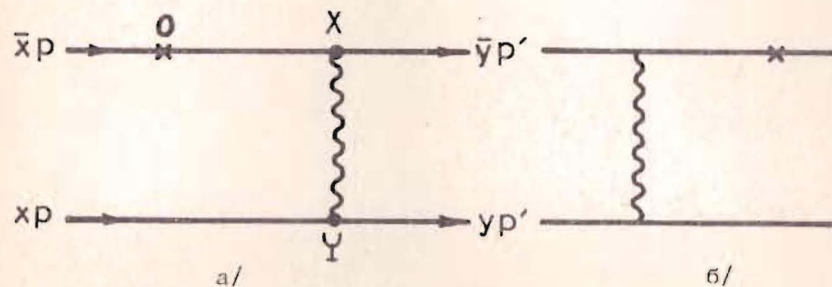


Рис.1. Диаграммы одноглюонного обмена /X, Y, 0 - координаты вершин; x, y - доли импульсов/.

Аналогичные выражения имеют место и для диаграмм, отличающихся от рис.1а заменами $P \rightarrow P'$ /рис.1б/ и $u \leftrightarrow d$. Далее, с помощью тождества Фирца, можно сгруппировать в ^{/2/} вместе поля кварков $\bar{u}(X)d(Y)$ и $\bar{d}(Y)u(0)$, относящиеся к пиону в конечном или, соответственно, начальном состоянии. В результате

$$T_\mu(P, P') = -e_u \int d^4 X d^4 Y \sum_{i,j} \langle P' | u(X) \Gamma_i^\alpha d(Y) | 0 \rangle \times$$

$$\langle 0 | \bar{d}(Y) \Gamma_j^\beta u(0) | P \rangle \text{Sp}(\Gamma_i^\alpha \gamma^\alpha S^c(X) \gamma_\mu \Gamma_j^\beta) D_{\alpha\beta}^c(X-Y), \quad /3/$$

где $i, j = S, V, T, A, P$ соответствуют полному набору матриц Дирака. Проекции S и V обращаются в нуль из-за квантовых чисел пиона, и остаются проекции A, P и T /аксиальная, псевдоскалярная и тензорная/. Первая дает при $Q^2 \rightarrow \infty$ лидирующий $O(1/Q^2)$ -вклад, а две другие - степенные $O(1/Q^4)$ -поправки. Вклад лидирующей проекции детально изучен во многих работах /см., например, ^{/1-6/}. Установлено, в частности, что учет глюонных вкладов в древесных диаграммах приводит при $i, j = A$ к замене операторов $\bar{u}(X) \Gamma_i^\alpha d(Y)$, $\bar{d}(Y) \Gamma_j^\beta u(0)$ калибровочно-инвариантными, содержащими

дополнительно факторы $\hat{E}(X, Y; A)$ и $\hat{E}(Y, 0; A)$, где

$$\hat{E}(X, Y; A) = P \exp(i g (X^\mu - Y^\mu) \int_0^1 \hat{A}_\mu(t(X-Y)) dt). \quad /4/$$

То же самое справедливо для P- и T-проекций.

По аналогии с аксиальной проекцией удобно ввести волновые функции пиона $\phi_P(x)$, $\phi_T(x)$, соответствующие псевдоскалярной

$$\langle 0 | \bar{d}(X) \hat{E}(X, Y; A) \gamma_5 u(Y) | P \rangle = \int_0^1 \phi_P(x) e^{i(PX)x + i(PY)(1-x)} dx \{ 1 + O((X-Y)^2) \} \quad /5/$$

и тензорной

$$\langle 0 | \bar{d}(Y) \hat{E}(Y, 0) \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} u(0) | P \rangle = (P_\mu Y_\nu - P_\nu Y_\mu) \int_0^1 \phi_T(x) e^{i(PY)x} \{ 1 + O((X-Y)^2) \} \quad /6/$$

проекции /ср. /1-3, 9, 12/. Масштаб, характеризующий волновую функцию $\phi_P(x)$, задается параметром λ :

$$\int_0^1 \phi_P(x, \mu^2) dx = \lambda \Gamma_\pi. \quad /7/$$

Используя /5/, нетрудно вычислить псевдоскалярный вклад в формфактор $F_\pi(Q^2)$. Например, в фейнмановской калибровке имеем

$$F_\pi^{(PP)}(Q^2) = \frac{16\pi}{9Q^4} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \phi_P(x, Q^2) \phi_P(y, Q^2) \cdot \left(\frac{1}{x^2 y} - \frac{1}{xy} \right). \quad /8/$$

Здесь следует отметить высокую степень сингулярности $-1/x^2$, соответствующей коэффициентной функции $E^{PP}(x, y; Q^2)$ при малых x . Для ответа на вопрос о сходимости интегралов по x необходимо, очевидно, привлечь какую-либо информацию о поведении $\phi_P(x)$ при $x \rightarrow 0$.

В работах /8/ утверждается, что при стремлении параметра перенормировки составных операторов μ^2 /выбранного в /8/ равным внешней передаче Q^2 / к бесконечности, волновая функция $\phi_P(x)$ выходит на константу, и, следовательно, интеграл по x в /8/ линейно расходится при малых x .

С учетом неизбежного обрезания при малых x на величине $x_{\min} \sim \frac{\langle k_1^2 \rangle}{Q^2}$ вследствие ненулевого среднего поперечного импульса кварков $\langle k_1^2 \rangle$ эта расходимость превращается в дополнительную

линейную степень $Q^2 / \langle k_1^2 \rangle$, и в результате $F_\pi^{(PP)}(Q^2)$ ведет себя при $Q^2 \rightarrow \infty$ не как $1/Q^4$, а как $1/Q^2$, т.е. как и аксиальный вклад $F_\pi^{(AA)}(Q^2)$, фигурирующий в стандартном анализе /1-6/ как ведущий. Поскольку упомянутое изменение закона степенного поведения связано с интегрированием в /2/ по области очень малых фракций $x \leq \langle k_1^2 \rangle / Q^2$ /т.е., виртуальностям $k_1^2 \sim \langle k_1^2 \rangle$ /, где теория возмущений ненадежна, могут возникнуть сомнения /см. /10/ / в справедливости факторизованного представления для асимптотики формфактора пиона в КХД.

Напомним, что проведенный в /1-5/ анализ различных вкладов в $F_\pi(Q^2)$ основан на теории возмущений. Законность отбрасывания вкладов псевдоскалярных, тензорных и др. операторов с твистом, большим двух, обосновывалась тем следующим из простого анализа размерностей фактом, что соответствующие коэффициентные функции $E^P(x, y; Q^2)$ в каждом порядке теории возмущений убывает как $1/Q^4$. На первый взгляд, из анализа рассмотренного выше примера можно было бы сделать вывод, что исследование одних только коэффициентных функций /пусть даже в произвольном порядке теории возмущений/ без дополнительного анализа возникающих в результате факторизации интегралов по x, y, \dots не является достаточным основанием для отбрасывания вкладов, связанных с операторами высших твистов. В принципе с такой точкой зрения вполне можно согласиться, особенно, если учесть, что волновые функции аккумулируют информацию о взаимодействиях кварков и глюонов в области, где теория возмущений неприменима. Однако в данном случае изменение характера степенного поведения вклада в $F_\pi(Q^2)$ обусловлено формой асимптотической волновой функции $\phi_P(x, Q^2)$, целиком генерируемой ее пертурбативной эволюцией, и поэтому всю проблему можно проанализировать в рамках теории возмущений и показать, что, если изменение закона степенного убывания формфактора имеет место для асимптотической функции, то оно же должно иметь место и для любого петлевого вклада в коэффициентную функцию и наоборот: если коэффициентная функция E^P в любом порядке теории возмущений ведет себя как $1/Q^4$, то и соответствующий вклад в формфактор для асимптотической волновой функции ведет себя как $1/Q^4$. Убедиться в справедливости этих утверждений можно с помощью нижеследующих рассуждений. Асимптотическая волновая функция $\phi_{as}(x)$ должна удовлетворять уравнению /см., например, /4, 14/ /

$$\int_0^1 V(x, y) \phi_{as}(y) = y \phi_{as}(x) \quad /9/$$

где $V(x, y)$ - ядро эволюции, выражающему тот факт, что ее форма в процессе эволюции не меняется. Поэтому, если интеграл

$$I_\phi = \int_0^1 dx E_0(x, y; Q^2) \phi_{as}(x) \quad /10/$$

линейно расходится при малых x , то таким же образом будет расходиться и интеграл

$$I_V = \int_0^1 E_0(x, y) V(y, z) dz, \quad /11/$$

фигурирующий в качестве коэффициента при $\ln Q^2$ в однопетлевом вкладе в коэффициентную функцию

$$E_1(x, z) = \int_0^1 E_0(x, y) V(y, z) dz \cdot \ln Q^2 + \dots \quad /12/$$

Иными словами, если для асимптотической волновой функции $F_\pi^{(P)}(Q^2) \sim 1/Q^2$, то и $E_1^{(P)} \sim 1/Q^2$. С другой стороны, из анализа размерностей категорически следует, что $E_1^{(P)} \sim 1/Q^4$, т.е. обсуждавшаяся выше линейная расходимость интеграла по x на самом деле для $E_1^{(P)}$ никак себя не проявляет. Этот парадокс, однако, лишь кажущийся. Дело в том, что правая часть выражения /8/ имеет фактически матричный вид

$$E_1^{(PP)} = (E_0^{(PP)} \otimes V^{(PP)} + E_0^{(PT)} \otimes V^{(TP)}) \ln Q^2 + \dots \quad /13/$$

Поэтому тот факт, что $E_0^{(PP)} \otimes V^{(PP)} \sim 1/Q^2$, в принципе не противоречит тому, что $E_1^{(PP)} \sim 1/Q^4$. Необходимо лишь, чтобы $1/Q^2$ -вклады в $E_0^{(PP)} \otimes V^{(PP)}$ и $E_0^{(PT)} \otimes V^{(TP)}$ сокращались. А поскольку $E_1 \sim 1/Q^4$, то они в действительности просто обязаны сокращаться.

Аналогичным образом, имеет смысл рассматривать сумму псевдоскалярного и тензорного вкладов в $F_\pi(Q^2)$, а не каждый из них по отдельности. В работах /8/ было показано, что, если в диаграмме одноглюонного обмена /рис.1/ внешние линии сопоставить свободным кваркам, то для упомянутой суммы действительно имеет место сокращение наиболее сингулярных по x, y вкладов, так что результирующий вклад операторов твиста 3 ведет себя как $1/Q^4$. Аналогичный результат может быть получен и в рамках операторного разложения.

В фейнмановской калибровке, в силу свойства $y^\alpha \sigma_{\mu\nu} y_\alpha = 0$, тензорная /Т/ проекция для диаграммы 1а отлична от нуля только для кварковых полей начального состояния, а для конечного нужно взять Р-проекцию. Для остальных диаграмм также "работает" только интерференционный ТР-член. Используя определение /6/, находим, что в фейнмановской калибровке

$$F_\pi^{(TP)}(Q^2) = \frac{8\pi}{9Q^4} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \phi_T(x) \phi_P(y) \left(\frac{1}{x^2 y} - \frac{2}{x^3 y} \right) \quad /14/$$

/ср. /7/ /, т.е. коэффициентная функция $E^{(TP)}(x, y)$ при $x \rightarrow 0$ ведет себя как $1/x^3$.

Связь между функциями $\phi_T(x)$ и $\phi_P(x)$ можно найти /см. /7.9.12/ /, продифференцировав /6/ по \bar{Y} и воспользовавшись уравнением движения $y^\mu (\partial_\mu - igA_\mu) d(Y) = 0$ /кварки считаются безмассовыми/. После

простых преобразований получаем

$$\phi_T(x) = x^2 \int \frac{\phi_P(x)}{x} + (\bar{q} G q), \quad /15/$$

где член $(\bar{q} G q)$ соответствует вкладу волновой функции, сопоставляемой оператору

$$\int_0^1 dt \langle 0 | \bar{d}(Y) \hat{E}(Y, tY) \gamma_5^{\sigma_{\mu\nu}} Y^\alpha \hat{G}_{\alpha\nu}(tY) \hat{E}(tY, 0) u(0) | P \rangle, \quad /16/$$

возникающему при дифференцировании /6/ и содержащему напряженность глюонного поля $G_{\mu\nu}$.

Нетрудно видеть, что, если при малых x функция $\phi_P(x)$ ведет себя как $a + O(x)$, то $\phi_T(x) = ax(1-x) + O(x^2) + (\bar{q} G q)$. Исследование вкладов типа $(\bar{q} G q)$ выходит за рамки настоящей работы, но проведенный выше анализ позволяет заключить, что в чисто двухкварковом секторе сингулярность $\phi_P(x) dx/x^2$ в РР-вкладе сокращается с сингулярностью $\phi_P(x) dx/x^3$ в ТР-вкладе, в согласии с результатами работ /8/. Заметим, однако, что расходимости типа dx/x остаются.

Присутствие логарифмических расходимостей в формальных выражениях для асимптотики амплитуд эксклюзивных процессов обусловлено наличием режима так называемого "двойного сжатия" /1.14/. При последовательном проведении процедуры факторизации вкладов, связанных с малыми и большими расстояниями, формальные логарифмические расходимости превращаются в логарифмы $\ln Q^2$ /см. /1.11/ /.

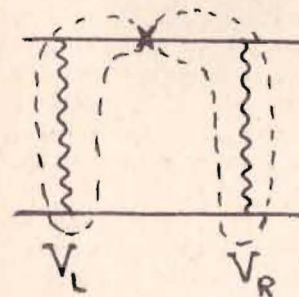


Рис.2. Однопетлевая диаграмма, являющаяся объединением левого (V_L) и правого (V_R) борновских подграфов.

Режим "двойного сжатия" возможен в тех случаях, например, когда в диаграмме типа изображенной на рис.2 оба выделенных подграфа V_L и V_R дают вклад в коэффициентную функцию, соответствующую выбранной кинематической структуре, скажем P_μ , где μ - индекс фотонной вершины. Для ведущего /аксиального/ вклада в асимптотику формфактора пиона вклад диаграммы рис.1а пропорционален P'_μ , а вклад диаграммы рис.1б - P_μ , и поэтому "двойное сжатие" невозможно. Этот факт, имеющий, очевидно, характер исключения, а не правила, существенно упрощает анализ аксиального

вклада в КХД и дает возможность построения простой партонной картины. Для псевдоскалярной и тензорной проекций вклады обеих диаграмм /1а и 1б/ содержат члены, пропорциональные как P_μ , так и P'_μ , и нет никаких запретов на "двойное сжатие", поэтому появление логарифмически расходящихся интегралов по x в партонных амплитудах для суммы Р- и Т-вкладов вполне естественно.

3. СТРУКТУРА ВКЛАДОВ ОТДЕЛЬНЫХ ДИАГРАММ

Для непосредственных расчетов псевдоскалярных коэффициентных функций в однопетлевом приближении мы воспользовались разработанным в наших работах ¹⁵⁻¹⁷ алгоритмом, реализованным нами на ЭВМ с помощью системы аналитических вычислений SCHOONSCHIP ¹⁸ и примененным ранее к расчету однопетлевой коэффициентной функции $E^{(AA)}(x, y; Q^2)$ для ведущего вклада в фейнмановской ^{19,15} и светоподобной аксиальной ¹⁵ калибровках. Изменение проекторов $\gamma_5 P \rightarrow \gamma_5$, $\gamma_5 P' \rightarrow \gamma_5$, очевидно, приводит к изменению числителя соответствующего интеграла, и, как следствие, - к изменению коэффициентов разложения исходного фейнмановского интеграла по базисным. Более того, как мы обнаружили, для некоторых диаграмм появляются новые базисные интегралы, не встречавшиеся при расчете коэффициентных функций для ведущего вклада /см. приложение/.

Ввиду симметрии задачи достаточно рассчитать вклады диаграмм в коэффициент при P_μ , что достигается сворачиванием амплитуды с множителем $P'_\mu / (PP')$. Здесь следует отметить, что для РР-проекции число диаграмм, дающих ненулевой вклад в упомянутый коэффициент, больше, чем для АА-проекции. Новые диаграммы, как и борновская диаграмма 1б, имеют "левую" структуру, и их вклад для А-проекции пропорционален P'_μ , а для Р-проекции содержит обе структуры - как P'_μ , так и P_μ . Результаты расчетов для $P'_\mu T^\mu$ в фейнмановской калибровке приведены в таблице. Для получения соответствующего вклада в $E_1^{(PP)}$ необходимо умножить приведенные в ней выражения на фактор $2\pi C_F \alpha_s^2 / (4\pi)^2 Q^4 x y N_c$. $C_F = 4/3$, $N_c = 3$.

Выражения для вкладов отдельных диаграмм для РР-проекции обладают рядом особенностей, наиболее важной из которых, на наш взгляд, является наличие в них дваждылогарифмических вкладов несудаковского типа. Рассмотрим поэтому подробнее вклады диаграмм, наиболее интересных в этом отношении.

Диаграмма I. Ее вклад содержит квадрат логарифма. В стандартной ситуации /например, для АА-проекции, см. ¹⁹/ такие вклады связаны с обменом мягкими глюонами между начальным и конечным состоянием. В рассматриваемом случае, однако, ни один из глюонов не может быть интерпретирован подобным образом и, следовательно, упомянутый $\ln^2 Q^2$ -вклад не является судаковским дважды логарифмом. Его происхождение связано с тем, что борновский вклад $E(x, y)$ имеет структуру $-1/xy$, а вклад в ядро эволюции $V(z, y)$, соответ-

ствующий диаграмме, получающейся из диаграммы I стягиванием борновского подграфа в точку, при малых z ведет себя как константа. Поэтому в формальном коэффициенте при $\ln Q^2$ /который дается сверткой $E(x, z)$ и $V(z, y)$ / возникает логарифмическая расходимость, которую размерная регуляризация превратила в дополнительный логарифм $\ln Q^2$.

Диаграмма II. Эту диаграмму можно рассматривать двояко: как комбинацию "правой" борновской диаграммы /рис.1а/, эволюционирующей "налево", либо как комбинацию "левой" борновской диаграммы /рис.1б/, эволюционирующей направо. Полный вклад в коэффициент при $\ln Q^2$, очевидно, дается суммой двух возможностей. Заметим, что для рассматриваемой нами амплитуды $P'_\mu T^\mu$ имеем $E_0^{(прав)}(x, z) \sim -1/xz$ и $E_0^{(лев)}(x, z) \sim 1/xz^2$. По /наивной/^μ аналогии с диаграммой I можно было бы ожидать появления $\ln Q^2$ -вкладов, а также каких-то эффектов, связанных с линейной расходимостью из-за интегрирования $1/z^2$ -особенности с ядром $V(z, y)$. Однако здесь следует учесть, что при анализе вклада диаграммы 2 необходимо учитывать не только Р-, но и Т-проекции борновских подграфов, добавление которой, как мы видели в предыдущем разделе, сокращает $1/z^2$ -сингулярность вклада Р-проекции. Так что никаких новых особенностей вклад диаграммы II содержать не должен. На самом деле, он не содержит и $\ln^2 Q^2$ -вкладов! Их сокращение связано с тем, что вклады $E_0^{(прав)}$ и $E_0^{(лев)}$ имеют противоположные знаки.

Диаграмма III. Ее структуру можно охарактеризовать как левый борновский подграф $E^{(лев)}(z, y) \sim 1/zy^2$, эволюционирующий налево. Поскольку сингулярность $E^{(лев)PP}$ по "левому" аргументу z имеет вид $1/z$, а проекция $E^{(лев)TP}$ равна нулю, то ее вклад аналогичен вкладу "правой" диаграммы I, с противоположным знаком перед $\ln^2 Q^2$.

Диаграммы IV-IX. Для АА-проекции все эти диаграммы содержат дваждылогарифмические вклады судаковского типа. Для РР-проекции такие вклады имеются только у диаграмм VI-IX, причем $\ln^2 Q^2$ -вклады диаграмм VI и VII, VIII, IX попарно сокращаются, что связано, очевидно, с бесцветностью начального и конечного состояний.

Отметим еще, что поведение $-1/y^2$ при $y \rightarrow 0$ имеют лишь диаграммы с явно выраженной левой структурой /III, VIII, XII, XIV, XVI, XVII, XX, XXII/, тогда как "правые" и "двусторонние" диаграммы имеют при малых y поведение $1/y$.

Более детальный анализ имеет смысл сделать лишь для полного вклада $E_1 = E_1^{PP} + E_1^{PT} + E_1^{TP} + E_1^{TT}$, поскольку каждое из входящих в него слагаемых не обладает, например, калибровочной инвариантностью. Здесь следует отметить, однако, что присутствие координатного фактора в правой части определения для $\phi_T(x)$

Результаты расчетов однопетлевого псевдоскалярного вклада в амплитуду P_{μ}^{μ} в фейнмановской калибровке. Обозначения пояснены в основном в тексте и приложениях; $L = \ln(\mu^2/\mu^2)$, $C_F = 4/3$, $C_A = 3$, $C_V = C_F - C_A = -1/6$

Таблица

I		$C_F \{ -L^2 + [2(y-\bar{y})/\bar{y}] \ell n y - 2 \ell n x - 3 [L - \ell n^2 x + 2[(y-\bar{y})/\bar{y}] \ell n x \ell n y + [(y-\bar{y})/\bar{y}] \ell n^2 y - 3 \ell n x + [(y-3\bar{y})/\bar{y}] \ell n y + Sp(1) - 1] \}$
II		$C_F \{ 4[(x/\bar{x}) \ell n x + 2] L + 2(x/\bar{x}) \ell n^2 x + 4[x/(\bar{x}\bar{y})] \ell n x \ell n y + 4[(x+2)/\bar{x}] \ell n x + (8/\bar{y}) \ell n y + 16 \}$
III		$(C_F/y) \{ L^2 + 2[(\bar{x}-x)/\bar{x}] \ell n x + \ell n y + 1/2 [L + [(\bar{x}-x)/\bar{x}] \ell n^2 x + 2[(\bar{x}-x)/\bar{x}] \ell n x \ell n y + \ell n^2 y + [(\bar{x}-3x)/\bar{x}] \ell n x + \ell n y - Sp(1) \}$
IV		$2 C_V \{ L + \ell n x + \ell n y - 1/2 \}$
V		$C_V \{ (1 - \ell n \bar{y}) L - (1/2) \ell n^2 \bar{y} - \ell n x \ell n \bar{y} + \ell n x + (1/\bar{y}) \ell n y + \ell n \bar{y} + 1 \}$
VI		$C_V \{ -(1/2) L^2 - [(1/\bar{x}) \ell n x + \ell n y + \ell n \bar{x} - \ell n \bar{y} - 1] L - [1/(2\bar{x})] \ell n^2 x - [x/(\bar{x}\bar{y})] \ell n x \ell n y + \ell n x \ell n \bar{y} - (1/2) \ell n^2 y - \ell n y \ell n \bar{x} - (1/2) \ell n^2 \bar{x} + (1/2) \ell n^2 y + (1/\bar{x}) \ell n x + \ell n y + \ell n \bar{x} - \ell n \bar{y} + (1-x-y) S(x,y) + (1/2) Sp(1) + 1 \}$
VII		$C_V \{ (1/2) L^2 + [\ell n \bar{x} + (y/\bar{y}) \ell n y + \ell n \bar{y} + 1] L + (1/2)(y/\bar{y}) \ell n^2 y + (1/2) \ell n^2 \bar{x} + (1/2) \ell n^2 \bar{y} + (y/\bar{y}) \ell n x \ell n y + \ell n \bar{x} \ell n \bar{y} + (x/\bar{x}) \ell n x + 2(y/\bar{y}) \ell n y + 2 \ell n \bar{x} + 2 \ell n \bar{y} - y S(x,\bar{y}) - (1/2) Sp(1) + 1 \}$
VIII		$-(1/(2y)) C_V \{ L^2 + 2(\ell n x + \ell n y) L + \ell n^2 x + 2 \ell n x \ell n y + \ell n^2 y + Sp(1) + 4 \}$
IX		$(C_V/y) \{ (1/2) L^2 + [-(1/\bar{x}) \ell n x + \ell n y + \ell n \bar{x}] L - [1/(2\bar{x})] \ell n^2 x - (1/\bar{x}) \ell n x \ell n y + (1/2) \ell n^2 y + (1/2) \ell n^2 \bar{x} + \ell n \bar{x} \ell n y + \ell n \bar{y} \ell n y + \ell n \bar{x} - (1/2) Sp(1) \}$

X		$C_V \{ (1/\bar{y}) \ell n y - x S(\bar{x}, y) \}$
XI		$C_V \{ -(y/\bar{y}) L \ell n y - (y/\bar{y}) \ell n x \ell n y - (1/2)(y/\bar{y}) \ell n^2 y + 1 \}$
XII		$(C_V/y) \{ [(2x+1)/\bar{x}] \ell n x + 2 \}$
XIII		$C_F \{ [(x-\bar{x})/x] L + 2 \ell n x + (1/2)(1/x) - 1 \}$
XIV		$-C_F(1/y) [L + 1/2]$
XV		$-C_F [L + \ell n x - 1/2]$
XVI		$(C_A/y) \{ L + \ell n y - 1/2 \}$
XVII		$(19/16) C_A \{ L + \ell n x + \ell n y - 26/19 \} - (1/2) N_f^2 \{ L + \ell n x + \ell n y - 1 \}$
XVIII		$-C_A [19/(16y)] \{ L + \ell n x + \ell n y - 26/19 \} + [N_f/(2y)] \{ L + \ell n x + \ell n y - 1 \}$
XIX		$(3/2) C_A \{ L + \ell n x + \ell n y - 7/6 \}$
XX		$C_A [1/(2y)]$
XXI		$C_A \{ (3/4) [-(1/\bar{y}) \ell n y + 1] L - [3/(4\bar{y})] \ell n x \ell n y - [3/(\delta\bar{y})] \ell n^2 y + (3/4) \ell n x - 5/4 \}$
XXII		$(C_A/y) \{ -3L + [(x-2\bar{x})/\bar{x}] \ell n x - 3 \ell n y + 7/2 \}$
XXIII		$C_A \{ -(3/4) [(1/\bar{x}) \ell n x + 1] L - (3/\delta) (1/\bar{x}) \ell n^2 x + (3/4) (1/\bar{y}) \ell n x \ell n y + [(x-2\bar{x})/(4\bar{x})] \ell n x + (3/4) (1/\bar{y}) \ell n y + 1 \}$

требует соответствующей модификации правил Фейнмана /в импульсном представлении/ для коэффициентных функций E^{PT} , E^{TP} , E^{TT} и внесения существенных изменений в программу их расчета на ЭВМ.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы применили подход, основанный на операторных разложениях, к исследованию степенных поправок к формфактору пиона, связанных с псевдоскалярной фирцевской проекцией, соответствующей коэффициентной функции $E^{PP}(x, y; Q^2)$, или, другими словами, - амплитуды взаимодействия на малых расстояниях. В рамках этого подхода дан анализ структуры наиболее сингулярного в пределе малых фракций x, y вклада в $E^{PP}(x, y; Q^2)$ и продемонстрировано, как происходит его сокращение с аналогичным вкладом в коэффициентной функции $E^{TP}(x, y; Q^2)$, отвечающей интерференции T- и P-проекций. Прослежено влияние упомянутого сокращения на структуру однопетлевых вкладов в $E^{PP}(x, y; Q^2)$. Разработан алгоритм и проведены явные расчеты всех однопетлевых вкладов в $E^{PP}(x, y; Q^2)$ и дан краткий анализ структуры возникающих для отдельных диаграмм дваждылогарифмических вкладов. Разработанные методы могут применяться и при расчете однопетлевых поправок к другим проекциям E^{PT} , E^{TP} и E^{PP} коэффициентной функции, связанной с двухкварковыми операторами твиста 3.

В заключение выражаем благодарность Ф.-И. Диттесу за плодотворные обсуждения и полезные советы. Один из нас /Р.Х./ благодарен дирекции ЛТФ ОИЯИ за содействие, позволившее выполнить данную работу, а также проф. П.К. Хабибуллаеву и Л.Ш. Ходжаеву за постоянное внимание и поддержку.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Все интегралы для диаграмм, дающих вклад в $E_1^{PP}(x, y; Q^2)$, можно свести к 6 базисным. Простейший из них соответствует скалярной "рыбе":

$$I_{\triangle}^{\square}(aQ^2) = \frac{1}{(4\pi)^2 \epsilon} \left\{ 1 + \epsilon \left[2 - \ln \frac{aQ^2}{\mu^2} \right] \right\} + O(\epsilon), \quad /П.1/$$

где $k^2 = -aQ^2$ - квадрат внешнего импульса. Три других интеграла можно сопоставить скалярным треугольникам. Вклады последних, как это следует, например, из фейнмановской параметризации, зависят только от квадратов внешних импульсов $k_i^2 = -b_i Q^2$, т.е. $I_{\triangle} = I_{\triangle}(b_1, b_2, b_3)$, причем

$$I_{\triangle}(b_1, 0, 0) = -\frac{1}{(4\pi)^2 b_1 Q^2 \epsilon^2} \left\{ 1 - \epsilon \ln \frac{b_1 Q^2}{\mu^2} + \frac{\epsilon^2}{2} \left[\ln^2 \frac{b_1 Q^2}{\mu^2} - \text{Sp}(1) \right] \right\} + O(\epsilon),$$

$$I_{\triangle}(b_1, b_2, 0) = \frac{\ln(b_1/b_2)}{(4\pi)^2 Q^2 (b_1 - b_2) \epsilon} \left\{ 1 - \epsilon \ln \frac{\sqrt{b_1 b_2} Q^2}{\mu^2} \right\} + O(\epsilon), \quad /П.3/$$

$$I_{\triangle}(1, x\bar{y}, \bar{x}y) = \frac{1}{(4\pi)^2 Q^2} S(x, y) + O(\epsilon), \quad /П.4а/$$

где $\bar{x} = 1 - x$, $\bar{y} = 1 - y$,

$$S(x, y) = \frac{1}{1 - x - y} [\text{Sp}(x) + \text{Sp}(y) - \text{Sp}(\bar{x}) - \text{Sp}(\bar{y}) + \ln \bar{x} \ln \bar{y} - \ln x \ln y]. \quad /П.4б/$$

/П.4/ - формула для единственного встретившегося в наших расчетах интеграла с ненулевыми b_1, b_2, b_3 . Функция Спенса $\text{Sp}(x)$ определена стандартным образом:

$$\text{Sp}(x) = -\int_0^1 \frac{dz}{z} \ln(1 - xz). \quad /П.5/$$

Один базисный интеграл соответствует скалярной четырехугольной диаграмме с входящими внешними импульсами $\bar{x}P, xP - P', yP', yP' - P$ соответственно:

$$I_{\square}(\bar{x}P, xP - P', \bar{y}P', yP' - P) = -\frac{2}{(4\pi)^2 xy Q^4 \epsilon} \times \\ \times \left\{ 1 + \epsilon \left[\ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \frac{\ln x}{\bar{x}} + \frac{\ln y}{\bar{y}} + 1 \right] \right\} + O(\epsilon). \quad /П.6/$$

Еще один интеграл относится к классу интегралов с "несокращаемым числителем",

$$\frac{1}{(2\pi)^{4-2\epsilon}} \int \frac{d^{4-2\epsilon} k (\mu^2 e^{-\gamma_E} 4\pi)^{\epsilon}}{(k - xP)^2 (k - yP')^2} (kP)(kP') = \\ = \frac{xy Q^4}{12(4\pi)^2 \epsilon} \left\{ 1 + \epsilon \left[\frac{13}{6} - \ln \frac{xy Q^2}{\mu^2} \right] \right\} + O(\epsilon). \quad /П.7/$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Радюшкин А.В. ОИЯИ, P2-10717, Дубна, 1977; Ефремов А.В., Радюшкин А.В. ТМФ, 1980, т.42, с.147.
2. Efremov A.V., Radyushkin A.V. Phys.Lett.B, 1980, 94, p.245.
3. Черняк В.Л., Житницкий А.Р., Сербо В.Г. Письма в ЖЭТФ, 1977, 26, с.760; Chernyak V.L., Zhitnitsky A.R. Phys.Rep., 1984, 112, p.173.
4. Brodsky S.J., Lepage G.P. Phys.Lett.B, 1979, 87, p.359; Phys.Rev.D, 1980, 22, p.2157.
5. Mueller A.H. Phys.Rep., 1981, 73, p.237.

6. Байер В.Н., Грозин А.Г. ЭЧАЯ, 1985, 16, с.5.
7. Радюшкин А.В. ОИЯИ, P2-80-687, Дубна, 1980.
8. Geshkenbein V.V., Terentiev M.V. Phys.Lett. B, 1982, 117, p.243; Гешкенбейн В.В., Терентьев М.В. ЯФ, 1984, 39, с.873.
9. Черняк В.Л. Труды XV Зимней школы ЛИЯФ, Изд-во ЛИЯФ, Л., 1980, т.1, с.65.
10. Espriu D., Yndurain F. Phys.Lett.B, 1983, 132, p.187.
11. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Nucl.Phys., 1979, 147, p.385,448.
12. Gorsky A.S. Preprint ITP-168, Moscow, 1984.
13. Терентьев М.В. Препринт ИТЭФ-134, М., 1984.
14. Efremov A.V., Nesterenko V.A., Radyushkin A.V. Nuovo Cim.A, 1983, 76, p.112.
15. Khalmuradov R.S., Radyushkin A.V. JINR, E2-84-606, Dubna, 1984.
16. Радюшкин А.В., Халмурадов Р.С. ОИЯИ, P2-84-767, Дубна, 1984.
17. Радюшкин А.В., Халмурадов Р.С. ОИЯИ, P2-84-768, Дубна, 1984.
18. Strubbe H. Comp.Phys.Comm., 1974, 8, p.1.
19. Диттес Ф.М., Радюшкин А.В. ЯФ, 1981, 34, с.529.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 мая 1985 года.

Радюшкин А.В., Халмурадов Р.С.
Однопетлевые поправки к формфактору пиона в КХД.
Псевдоскалярный вклад

P2-85-389

Подход, основанный на операторных разложениях, применен к исследованию степенных поправок к асимптотике формфактора пиона, соответствующих вкладу псевдоскалярных операторов. Исследована общая структура наиболее сингулярного в пределе малых фракций x, y вклада в коэффициентную функцию $E^{PP}(x, y; Q^2)$ и продемонстрировано его сокращение с аналогичным вкладом в коэффициентной функции $E^{TP}(x, y; Q^2)$, отвечающей интерференции P- и T-проекций. Прослежено влияние упомянутого сокращения на структуру однопетлевых вкладов в $E^{PP}(x, y; Q^2)$. Разработан алгоритм и проведены явные расчеты всех однопетлевых вкладов в $E^{PP}(x, y; Q^2)$ и дан краткий анализ структуры возникающих для отдельных диаграмм дваждылогарифмических вкладов. Развитые методы могут применяться и при расчете однопетлевых поправок к другим проекциям (E^{TP}, E^{PT}, E^{TT}) коэффициентной функции, связанной с двухкварковыми операторами твиста 3.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод авторов

Radyushkin A.V., Khalmuradov R.S.
One-Loop Corrections to Pion Form Factor In QCD.
Pseudoscalar Contribution

P2-85-389

The approach based on the operator expansions is applied to study the power corrections to the asymptotic behaviour of pion form factor corresponding to the contribution of the pseudoscalar operators. The general structure is studied of the most singular in the limit of small fractions x, y contribution to the coefficient function $E^{PP}(x, y; Q^2)$ and its cancellation is demonstrated with the analogous contribution to the coefficient function $E^{TP}(x, y; Q^2)$ corresponding to the interference between the T- and P-projections. The influence is investigated of this cancellation on the structure of the one-loop contributions into $E^{PP}(x, y; Q^2)$. An algorithm is developed to calculate explicitly all one-loop contributions into $E^{PP}(x, y; Q^2)$ and a short analysis is given of the double-logarithmic contribution present in some diagrams. The methods developed can be applied for the calculation of the one-loop corrections to other projections (E^{PT}, E^{TP}, E^{TT}) of the coefficient function related to the twist-3 two-quark operators.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985