

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2-85-387

Д.Ю.Бардин, В.А.Докучаева*

ТОЧНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ
ОДНОПЕТЛЕВЫХ ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ПОПРАВOK
К УПРУГОМУ ν_{ee} - РАССЕЯНИЮ
ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

* Московский государственный университет

1985

ВВЕДЕНИЕ

Процессы упругого рассеяния мюонных и электронных /анти/ нейтрино на электронах продолжают оставаться объектом интенсивного изучения на эксперименте /см., например, /^{1/}/. Будучи одним из немногих чисто лептонных процессов, доступных экспериментальному детектированию, они дают наиболее прямую информацию о структуре слабого лептонного тока, об угле Вайнберга и о тонких эффектах, индуцированных высшими поправками теории электро-слабых взаимодействий /^{2/}.

Предложение исследования этих реакций на ускорителях /последние предложения экспериментов с высокой статистикой см. в /^{3,4/}/ инициировали большое количество работ, посвященных вычислению однопетлевых электрослабых поправок к полным и дифференциальным сечениям этих процессов /^{5,6/} /подробная библиография содержится в /^{5/}/. Во всех расчетах использовалось ультрарелятивистское приближение, достаточное для анализа экспериментальных данных при высоких энергиях падающих нейтрино $E_\nu \gg m_e$.

Процесс упругого $\bar{\nu}_e e$ -рассеяния доступен для исследования и на пучке антинейтрино от реактора. Проведенные до сих пор эксперименты /^{7/} имели небольшую статистику и большой уровень фона. Для их анализа еще не требовался учет радиационных поправок. В последние годы значительно улучшились характеристики детекторов для нейтринных реакторных экспериментов и сейчас имеются возможности для исследования упругого $\bar{\nu}_e e$ -рассеяния на высокой статистике при улучшенном соотношении эффект/фон /^{8/}.

Таким образом, становятся актуальными вычисления однопетлевых электрослабых поправок и для реакторных экспериментов, т.е. вычисления без использования ультрарелятивистского приближения, справедливые в области характерных энергий процесса $0,1 - 10 \text{ МэВ}$. Это как раз переходная область энергий, в которой электрон отдачи может быть как релятивистским, так и нерелятивистским. Поэтому расчет должен вестись без пренебрежения массой электрона по сравнению с характерной энергией процесса. Такие расчеты до сих пор не были выполнены и их реализация является основной целью настоящей работы.

Мы будем называть представленные здесь вычисления однопетлевых поправок "точными", имея в виду отказ от использования ультрарелятивистского приближения. Конечно, вычисления используют другие приближения. Как и в расчетах в ультрарелятивистском приближении, здесь также не учитываются эффекты слабой структуры /пренебрегается квадратом переданного импульса Q^2 по сравнению с квадратами масс промежуточных векторных бозонов W и Z , M_V^2 /, поскольку даже при энергии нейтрино $E_\nu = 1 \text{ ТэВ}$

$$Q^2 \leq 1 \text{ ГэВ}^2 \ll M_V^2.$$

В приближении /1/ диаграммы с обменом W и Z эффективно редуцируются к 4-фермионным контактным диаграммам, поэтому его можно назвать приближением локального слабого взаимодействия. Перенормируемость при этом, очевидно, сохраняется, поскольку такое приближение является низкоэнергетическим пределом в части диаграмм стандартной теории.

Приближение локального слабого взаимодействия приводит к значительному упрощению выкладок. Однако даже в этом приближении точные по массе электрона расчеты весьма трудоемки и вряд ли могли бы быть сделаны без использования систем аналитических вычислений /СAB/ на ЭВМ. Недавно мы дали пример весьма удачного использования системы SCHOONSCHIP /9/ для точных расчетов однопетлевых радиационных КЭД-поправок к процессу $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-$ /10/. Аналогичные приемы используются и получают дальнейшее развитие и в настоящей работе.

Таким образом, помимо актуальной прикладной задачи, впервые решенной в этой работе, мы демонстрируем здесь высокую эффективность СAB SCHOONSCHIP для точных вычислений однопетлевых радиационных поправок и в более сложном для расчетов классе электрослабых процессов. Мы приводим в работе описание нашей программы аналитических преобразований /ПАП/. При сохранении приближения локальности слабого взаимодействия отказ от ультрарелятивистского приближения приводит к необходимости нового вычисления лишь вкладов диаграмм с излучением реальных и виртуальных фотонов из внешних линий /т.е. только КЭД-части сечения по определению работы /5/. Вклад же остальных /не КЭД/ однопетлевых диаграмм может быть взят непосредственно из предыдущих работ /5,6/. Как хорошо известно, последние диаграммы приводят к двум индуцированным кофакторам ρ и $\kappa(Q^2)$, выражения для которых остаются справедливыми и при снятии ультрарелятивистского приближения.

Работа организована следующим образом. В разд.1 мы выписываем уточненное борновское сечение процесса упругого рассеяния, а также матричные элементы диаграмм, дающих вклад в КЭД - часть сечения в однопетлевом приближении, - выражения, заданные на входе ПАП.

В разд.2 описываем структуру ПАП, которая организует все аналитические преобразования от уровня матричных элементов до искомого дифференциального и полного сечений процесса. В разд.3 приводим итоговые выражения для $d\sigma_{\nu_e}^{1\ell} / dE_{vis}^{e.m.}$ и $\sigma_{\nu_e}^{1\ell}$, где $E_{vis}^{e.m.}$ - сумма полных энергий конечного электрона и фотона. В разд.4 приводим результаты численных вычислений по формулам разд.3 и заключительную дискуссию.

1. БОРНОВСКОЕ СЕЧЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ ИСХОДНЫЕ ФОРМУЛЫ

Дифференциальное и полное сечение процесса

$$\bar{\nu}_e(k_1) + e^-(p_1) \rightarrow \bar{\nu}_e(p_2) + e^-(k_2) [+ \gamma(p)] \quad /2/$$

в борновском приближении без пренебрежения массой электрона m_e имеют вид

$$\frac{d\sigma_{\nu_e}^B}{d\bar{y}} = 2\sigma_0 [g_L^2(1-\bar{y}_r)^2 + g_R^2 - 2g_L g_R r \bar{y}_r], \quad /3/$$

$$\sigma_{\nu_e}^B = 2\sigma_0(1-R) [g_L^2 \frac{1}{3}(1+R+R^2) + g_R^2 - g_L g_R R]. \quad /4/$$

В выражениях /3/ и /4/

$$\sigma_0 = \frac{[G_F^{(\mu)}]^2 m_e E_\nu}{\pi}, \quad E_\nu - \text{энергия начального } \bar{\nu}_e \text{ в лаб. системе}; \quad /5/$$

$$\bar{y} = \frac{E'_e [+E_\gamma]}{E_\nu}, \quad E'_e - \text{полная энергия электрона отдачи, } E_\gamma - \text{энергия фотона}; \quad /6/$$

$$r = \frac{m_e}{2E_\nu}, \quad R = \frac{r}{1+r}, \quad \bar{y}_r = \bar{y} - 2r, \quad /7/$$

а \bar{y} изменяется в пределах

$$\bar{y}_{\min} = 2r \leq \bar{y} \leq \bar{y}_{\text{mid}} = 2r + (1+r)^{-1}. \quad /8/$$

Константы

$$g_L = \frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \quad \text{и} \quad g_R = \sin^2 \theta_W \quad /9/$$

определены через

$$\sin^2 \theta_W = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}. \quad /10/$$

$G_F^{(\mu)}$ - константа Ферми в μ -распаде, связанная со временем жизни мюона τ_μ обычным соотношением /см., например, выражение /6/ работы /8/. В ультрарелятивистском приближении $r = 0$.

На входе ПАП заданы матричные элементы диаграмм рис.1 с излучением реальных и виртуальных фотонов из внешних линий. Ультрафиолетово-конечные части диаграмм 1-6 вместе с соответствующими контрчленами, дающие вклад в КЭД-сечение, выделялись согласно рецептам работ /5,8,11/.

После выполнения интегрирования по d^4p и фейнмановским параметрам вклады диаграмм 1-6 рис.1 представлены в виде:

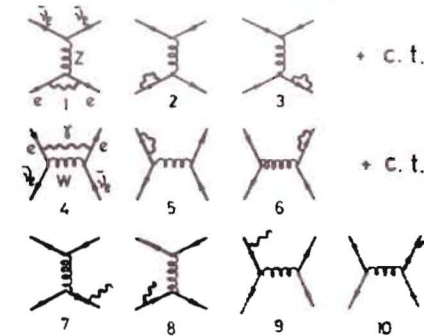


Рис.1. Диаграммы процесса упругого $\bar{\nu}_e e$ -рассеяния, дающие вклад в КЭД-часть сечения в однопетлевом приближении.

Диаграммы 1-3

$$M^{(1-3)} \bar{u}(k_2, m_e) \{ [(4-2uL_u) P_{IR} - 4 + (\frac{3}{2}u - m_e^2) L_u - uS_V] \gamma_\mu (\gamma_8 - 4 \sin^2 \theta_W) + 4m_e^2 (1-4 \sin^2 \theta_W) L_u \gamma_\mu + im_e (1-4 \sin^2 \theta_W) (p_1 + k_2)_\mu L_u \} u(p_1, m_e) \times \bar{u}(-k_1, 0) \gamma_\mu \gamma_8 u(-p_2, 0). \quad /11/$$

Здесь

$$\gamma_8 = 1 + \gamma_5$$

$$u = -2p_1(k_2 + p), \quad L_u = \frac{1}{\sqrt{\lambda_u}} \ln \frac{u + \sqrt{\lambda_u}}{u - \sqrt{\lambda_u}}, \quad \lambda_u = u^2 - 4m_e^4,$$

$$P_{IR} = \frac{1}{n-4} + \frac{1}{2} \gamma + \ln \frac{m_e}{2\sqrt{\pi} \eta} \quad /12/$$

полюсный член, возникающий при размерной регуляризации инфракрасной расходимости,

$$S_V = \int_0^1 \frac{dy}{u'y(1-y) + m_e^2} \ln [1 + \frac{u'y(1-y)}{m_e^2}] = \frac{2}{\sqrt{\lambda_u}} [Li_2(\frac{2\sqrt{\lambda_u}}{\sqrt{\lambda_u} + u'}) - Li_2(\frac{2\sqrt{\lambda_u}}{\sqrt{\lambda_u} - u'})], \quad /13/$$

где $u' = u - 2m_e^2$,

$$Li_2(x) = -\int_0^1 \frac{\ln(1-xy)}{y} dy = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

- дилогарифм Эйлера /функция Спенса/.

Выражение в фигурных скобках формулы /11/ является уточнением выражения для факторизующегося электромагнитного вклада с инфракрасной расходимостью /4.28/ из работы /11/ при снятии ультрарелятивистского приближения.

Диаграммы 4-6

$$\frac{1}{2} M^{(4-6)} = \gamma_\mu \gamma_8 \otimes \gamma_\mu \gamma_8 [(4-2uL_u) P_{IR} - 3 + (\frac{3}{2}u + m_e^2) L_u - u \cdot S_V] + im_e (\gamma_\mu \gamma_8 \otimes \hat{p}_1 \gamma_\mu \gamma_8 + \gamma_\mu \hat{k}_2 \gamma_7 \otimes \gamma_\mu \gamma_8) L_u + im_e (\gamma_7 \otimes \hat{p}_1 \gamma_8 + \hat{k}_2 \gamma_8 \otimes \gamma_8) \frac{1}{u} (uL_u - 2) + (\hat{k}_2 \gamma_8 \otimes \hat{p}_1 \gamma_8 - \hat{m}_e^2 \gamma_7 \otimes \gamma_8) \frac{2}{u} (1 - m_e^2 L_u). \quad /14/$$

Здесь $\gamma_7 = 1 - \gamma_5$ и

$$\bar{u}(-k_1, 0) \Gamma_1 u(p_1, m_e) \cdot \bar{u}(k_2, m_e) \Gamma_2 u(-p_2, 0) \Rightarrow \Gamma_1 \otimes \Gamma_2. \quad /15/$$

Диаграммы 7-10

$$M^{(7-10)} = \frac{1}{4} \bar{u}(k_2, m_e) [(2k_{2\nu} + \gamma_\nu \hat{p}) \gamma_\mu (\gamma_8 - 4 \sin^2 \theta_W) \frac{1}{z} - \gamma_\mu (\gamma_8 - 4 \sin^2 \theta_W) (2p_{1\nu} - \hat{p} \gamma_\nu) \frac{1}{v}] u(p_1, m_e) \times \bar{u}(-k_1, 0) \gamma_\mu \gamma_8 u(-p_2, 0) + \frac{1}{2} \bar{u}(-k_1, 0) \gamma_\mu \gamma_8 u(p_1, m_e) \bar{u}(k_2, m_e) \times (2k_{2\nu} + \gamma_\nu \hat{p}) \frac{1}{z} \gamma_\mu \gamma_8 u(-p_2, 0) - \frac{1}{2} \bar{u}(-k_1, 0) \gamma_\mu \gamma_8 (2p_{1\nu} - \hat{p} \gamma_\nu) \frac{1}{v} u(p_1, m_e) \bar{u}(k_2, m_e) \times \gamma_\mu \gamma_8 u(-p_2, 0). \quad /16/$$

где $z = -2k_2 \cdot p$, $v = -2p_1 \cdot p$.

Используя приемы работы /12/ из квадрата модуля матричного элемента /16/ можно выделить вклад, содержащий инфракрасную расходимость (IR)

$$|M_{IR}^{(7-10)}|^2 = |M^B|^2 \frac{g}{\pi} \delta^{soft}(u). \quad /17/$$

Здесь M^B - матричный элемент процесса в борновском приближении

$$M^B = \bar{u}(k_2, m_e) \gamma_\mu (\gamma_8 - 4 \sin^2 \theta_W) u(p_1, m_e) \bar{u}(-k_1, 0) \gamma_\mu \gamma_8 u(-p_2, 0) + 2 \bar{u}(-k_1, 0) \gamma_\mu \gamma_8 u(p_1, m_e) \bar{u}(k_2, m_e) \gamma_\mu \gamma_8 u(-p_2, 0), \quad /18/$$

а δ^{soft} берем непосредственно из формулы /56/ работы /12/ /член, пропорциональный f^2 /

$$\delta^{soft}(u) = (uL_u - 2) (P_{IR} + \ln \frac{2\bar{\omega}}{m_e}) + 1 + \frac{1}{2} uL_u + u \cdot S_R, \quad /19/$$

где

$$S_R = \frac{1}{2\sqrt{\lambda_u}} [Li_2(\frac{2\sqrt{\lambda_u}}{\sqrt{\lambda_u} - u}) - Li_2(\frac{2\sqrt{\lambda_u}}{\sqrt{\lambda_u} + u})]. \quad /20/$$

В выражении /19/ $\bar{\omega}$ — инфинитезимально малая энергия тормозного фотона в R-системе /см. следующий раздел/.

2. ОБЩАЯ СТРУКТУРА ПАП

Формулы предыдущего раздела входят в исходные z -выражения ПАП, организующей все необходимые аналитические преобразования на ЭВМ и написанной с использованием CAB SCROONSCHIP. Здесь мы кратко опишем основные этапы этих преобразований.

При дальнейшем вычислении вклада в сечения диаграмм 1-6 рис. 1 и IR-части /17/ ПАП организует соответствующие перемножения матричных элементов, штурмирование, алгебру скалярных произведений со всеми сопутствующими выкладками. В результате получается вклад этих слагаемых в спектр по $\bar{y}(u)$. На последнем шаге этой части программы спектр интегрируется по \bar{y} в пределах /8/ с использованием таблицы интегралов, вычисленных вручную.

Результирующее выражение имеет примерно такой же "уровень громоздкости" как и наши окончательные формулы следующего раздела, поэтому мы не приводим их здесь*.

Большая часть ПАП реализует вычисление вклада в сечение диаграмм тормозного излучения /7-10/ рис. 1. Для этого необходимо выполнить 3/или 4/-кратное аналитическое интегрирование в фазовом объеме реакции, который мы параметризовали следующим образом:

$$\Gamma = \int \frac{d^3 p_2}{2p_{20}} \frac{d^3 k_2}{2k_{20}} \frac{d^3 p}{2p_0} \delta(p_1 + k_1 - p_2 - k_2 - p) = \frac{\pi^2}{4(s-m_e^2)} \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \frac{d\Omega}{4\pi} \int \frac{d\Omega'}{4\pi} \quad /21/$$

Здесь $s=2m_e E_\nu + m_e^2$, $d\Omega'_y$ — элемент телесного угла в системе покоя ν -компаунд-частицы /R-системе/, в которой излучение фотонов изотропно, а $\tau = z + m_e^2$ — инвариантная масса этой компаунд-частицы. Область изменения переменных (u, τ) изображена на рис. 2.

Параметризация /21/ использовалась для вычисления спектра по \bar{y} , $d\sigma_{\nu e}^{1l} / d\bar{y}$, который дается разными аналитическими выражениями на отрезках I и II рис. 2 вследствие различного вида $\tau_{\min}(u)$. При вычислении полного сечения, очевидно, более удобно изменить последовательность интегрирования в переменных

* Текст ПАП с печатями всех промежуточных выражений имеется у авторов.

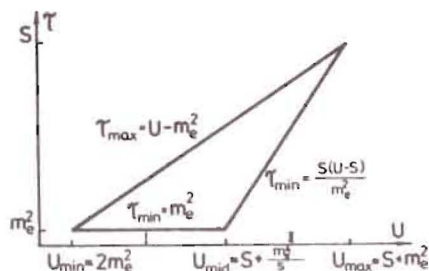


Рис. 2. Кинематическая область изменения переменных (u, τ) .

u, τ . ПАП организует все эти интегрирования, используя последовательно таблицы соответствующих интегралов, вычисленных вручную.

3. ИТОГОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО И ПОЛНОГО СЕЧЕНИЙ ПРОЦЕССА

Дифференциальные по \bar{y} сечения в однопетлевом приближении на отрезках I и II имеют следующий вид:

$$\frac{d\sigma_{\nu e}^{1l, I}}{d\bar{y}} = 2\sigma_0 [\rho_{NC}^{(\nu; e)}]^2 \{ [g_L^{(\nu; e)}(q^2)]^2 (1 - \bar{y}_r)^2 + [g_R^{(\nu; e)}(q^2)]^2 - 2g_L^{(\nu; e)}(q^2) g_R^{(\nu; e)}(q^2) r \bar{y}_r \} + \frac{d\sigma_{\nu e}^{QED, I}}{d\bar{y}} \quad /22/$$

$$\frac{d\sigma_{\nu e}^{1l, II}}{d\bar{y}} = \frac{d\sigma_{\nu e}^{QED, II}}{d\bar{y}} \quad /23/$$

где

$$\frac{d\sigma_{\nu e}^{QED, I}}{d\bar{y}} = 2\sigma_0 \frac{\alpha}{\pi} [g_L^2 F_L^1(r, \bar{y}) + g_R^2 F_R^1(r, \bar{y}) + g_L \cdot g_R F_{LR}^1(r, \bar{y})] \quad /24/$$

Функции $g_{L,R}^{(\nu; e)}(q^2)$ даются формулами /20/ работы /6/. Для функций $F_{L,R,LR}^1$ результирующие выражения таковы:

$$F_L^1(r, \bar{y}) = (1 - \bar{y}_r)^2 F^I - \frac{\bar{y}^3}{6r^3} (1 - \frac{\bar{y}}{2} + \frac{\bar{y}^2}{10}) D^I - 1 - \frac{\bar{y}_r r_d}{2(\bar{y} - r)} + \bar{y}_r [-\frac{1}{r} + (\frac{1}{6r^2} + \frac{13}{24r} + \frac{1}{4})\bar{y} - (\frac{1}{12r^2} + \frac{17}{120r})\bar{y}^2 + \frac{1}{60r^2}\bar{y}^3]$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[\frac{7}{3} + \frac{61}{12}r + \frac{29}{10}r^2 - \left(\frac{1}{2r} + \frac{14}{3} + \frac{61}{12}r \right) \bar{y} - \left(\frac{5}{4r^2} + \frac{1}{2r} - \frac{4}{3} \right) \bar{y}^2 + \left(\frac{2}{3r^2} + \frac{1}{2r} \right) \bar{y}^3 - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{6r^2} \bar{y}^4 \right] L_1^I + \left\{ \frac{5}{2}r + \bar{y}_r \left[\frac{11}{12} - \frac{5}{6}r - \frac{11}{10}r^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{4}{3r} + 1 + \frac{31}{30}r \right) \bar{y} + \left(\frac{11}{24r^2} - \frac{1}{3r} - \frac{11}{30} \right) \bar{y}^2 - \left(\frac{1}{4r^2} + \frac{1}{10r} \right) \bar{y}^3 + \frac{1}{15r^2} \bar{y}^4 \right] \right\} L_2^I, \quad /25/
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_R^I(r, \bar{y}) &= F^I - \frac{\bar{y}^3}{6r^3} \left(1 - \frac{3}{2}\bar{y} + \frac{3}{5}\bar{y}^2 \right) D^I - 1 - \frac{\bar{y}_r r_1}{2(\bar{y} - r)} + \\
 & + \bar{y}_r \left[-\frac{1}{r} - 1 - r + \left(\frac{1}{6r^2} + \frac{17}{8r} + \frac{7}{3} \right) \bar{y} - \left(\frac{1}{4r^2} + \frac{11}{10r} \right) \bar{y}^2 + \frac{1}{10r^2} \bar{y}^3 \right] + \\
 & + \left[\frac{7}{3} + \frac{17}{4}r + \frac{31}{15}r^2 - \left(\frac{1}{2r} + 2 + 2r \right) \bar{y} - \left(\frac{5}{4r^2} + \frac{7}{2r} + 3 \right) \bar{y}^2 + \left(\frac{5}{2r^2} + \frac{23}{6r} \right) \bar{y}^3 - \right. \\
 & \left. - \frac{5}{4r^2} \bar{y}^4 \right] L_1^I + \left\{ \frac{5}{2}r + \bar{y}_r \left[\frac{11}{12} - \frac{1}{2}r - \frac{23}{30}r^2 + \left(\frac{4}{3r} + \frac{5}{2} + \frac{71}{30}r \right) \bar{y} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{11}{24r^2} - \frac{1}{2r} - \frac{77}{60} \right) \bar{y}^2 - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{23}{30r} \right) \bar{y}^3 + \frac{21}{40r^2} \bar{y}^4 \right] \right\} L_2^I, \quad /26/
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{LR}^I(r, \bar{y}) &= -2r\bar{y}_r F^I - \frac{\bar{y}}{r} \left(1 - \bar{y} + \frac{1}{3}\bar{y}^2 \right) D^I + \frac{\bar{y}_r r_1}{\bar{y} - r} - \bar{y}_r \left(1 + 4r - \frac{1}{3}\bar{y} \right) + \\
 & + \left[-2 - 4r - \frac{4}{3}r^2 + (4 + 6r)\bar{y} - 4\bar{y}^2 \right] L_1^I + \left\{ r + \bar{y}_r \left[-r - \frac{8}{3}r^2 - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left(1 - \frac{1}{6}r \right) \bar{y} + \frac{5}{3}\bar{y}^2 \right] \right\} L_2^I, \quad /27/
 \end{aligned}$$

В формулах /25/-/27/ введены обозначения: $r_1 = 1 + r$,

$$L_1^I = \ln \frac{\bar{y} - r}{r}, \quad L_2^I = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \ln \frac{\bar{y} + \sqrt{\lambda}}{\bar{y} - \sqrt{\lambda}}, \quad \text{где } \lambda = \bar{y}^2 - 4r^2,$$

$$D^I = \frac{\bar{y}_r}{2} L_2^I - L_1^I, \quad /28/$$

$$\begin{aligned}
 F^I &= \frac{\bar{y}}{\sqrt{\lambda}} \left[\frac{1}{2} \text{Li}_2 \left(\frac{2\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda} + \bar{y}} \right) - \frac{1}{2} \text{Li}_2 \left(\frac{2\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda} - \bar{y}} \right) + \text{Li}_2 \left(\frac{2\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda} - \bar{y}_r} \right) - \text{Li}_2 \left(\frac{2\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda} + \bar{y}_r} \right) + \right. \\
 & \left. + \text{Li}_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} - \bar{y}_r}{\sqrt{\lambda} - \bar{y}} \right) - \text{Li}_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} + \bar{y}_r}{\sqrt{\lambda} + \bar{y}} \right) + \text{Li}_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} + \bar{y}_r}{\sqrt{\lambda} - \bar{y}} \right) - \text{Li}_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} - \bar{y}_r}{\sqrt{\lambda} + \bar{y}} \right) \right] + (\bar{y} L_2^I - 2) \ln \frac{\bar{y}_r}{r}; \quad /29/
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_L^{\text{II}}(r, \bar{y}) &= \bar{y}_1^2 F^{\text{II}} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}r + \frac{rr_1}{2(\bar{y} - r)} - \frac{\bar{y} - r}{4r_1} + \left(\frac{1}{10r^3} - \frac{7}{20r^2} - \frac{109}{60r} - \frac{13}{30} \right) \bar{y}_1 - \\
 & - \left(\frac{1}{5r^3} - \frac{13}{20r^2} + \frac{11}{60r} \right) \bar{y}_1^2 - \left(\frac{1}{120r^3} + \frac{1}{60r^2} \right) \bar{y}_1^3 - \frac{1}{60r^3} \bar{y}_1^4 - \left(\frac{1}{15}r^2 + \frac{9}{4}r\bar{y}_1 - \frac{5}{3}\bar{y}_1^2 \right) L_1^{\text{II}} + \\
 & + \frac{1}{12r} \bar{y}_1^3 \left(1 - \frac{1}{10r^2} \bar{y}_1^2 \right) L_2^{\text{II}} + \left[\frac{1}{20r^3} - \frac{13}{12r} - 1 - \left(\frac{1}{8r^3} - \frac{1}{2r} + 1 \right) \bar{y}_1 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{12r^3} - \frac{1}{8r^2} + \frac{1}{2r} \right) \bar{y}_1^2 \right] L_3^{\text{II}}, \quad /30/
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_R^{\text{II}}(r, \bar{y}) &= F^{\text{II}} - \frac{1}{4}r + \frac{rr_1}{2(\bar{y} - r)} - \frac{r^2}{4(\bar{y} - r_1)} + \left(\frac{1}{60r^3} - \frac{1}{60r^2} + \frac{11}{60r} - \frac{11}{60} \right) \bar{y}_1 + \\
 & + \left(\frac{1}{120r^3} + \frac{13}{20r^2} + \frac{109}{60r} \right) \bar{y}_1^2 + \left(\frac{1}{5r^3} - \frac{7}{20r^2} \right) \bar{y}_1^3 - \frac{1}{10r^3} \bar{y}_1^4 + \left(\frac{5}{3} + \frac{9}{4}r - \frac{1}{15}r^2 \right) L_1^{\text{II}} + /31/ \\
 & + \left[-\left(\frac{1}{2r} + 1 \right) \bar{y}_1 - \left(\frac{\bar{y}^2}{8r^2} + \frac{1}{2r} + 1 \right) \bar{y}_1^2 - \left(\frac{1}{12r^3} - \frac{13}{12r} \right) \bar{y}_1^3 + \frac{1}{8r^3} \bar{y}_1^4 - \frac{1}{20r^3} \bar{y}_1^5 \right] L_2^{\text{II}} + \\
 & + \frac{1}{12r} \left(\frac{1}{10r^2} - 1 \right) L_3^{\text{II}}, \quad /31/
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{LR}^{\text{II}}(r, \bar{y}) &= -2r\bar{y}_r F^{\text{II}} - \frac{rr_1}{\bar{y} - r} + r + \left(\frac{1}{3r} - \frac{13}{3} \right) \bar{y}_1 - \frac{1}{3r} \bar{y}_1^2 - \left(\frac{8}{3}r^2 + 2r\bar{y}_r \right) L_1^{\text{II}} + \\
 & + \left(\bar{y}_1 \bar{y} - \frac{1}{6r} \bar{y}_1^3 \right) L_2^{\text{II}} + \left(\frac{1}{6r} - \bar{y} \right) L_3^{\text{II}}, \quad /32/
 \end{aligned}$$

В формулах /30/-/32/ введены обозначения: $\bar{y}_1 = 1 - \bar{y}_r$.

$$L_1^{\Pi} = \ln \frac{(\bar{y}-r)r}{(\bar{y}-r_1)r_1}, \quad L_2^{\Pi} = 2 \ln \frac{\bar{y}-r}{\bar{y}-r_1}, \quad L_3^{\Pi} = 2 \ln \frac{\bar{y}-r}{r_1} \quad /33/$$

и

$$F^{\Pi} = \frac{\bar{y}}{\sqrt{\lambda}} \left[Li_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} + \bar{y}_2}{\sqrt{\lambda} + \bar{y}} \right) - Li_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} - \bar{y}_2}{\sqrt{\lambda} - \bar{y}} \right) + Li_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} - \bar{y}_2}{\sqrt{\lambda} + \bar{y}} \right) - Li_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} + \bar{y}_2}{\sqrt{\lambda} - \bar{y}} \right) + \right. \\ \left. + Li_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} - \bar{y}_r}{\sqrt{\lambda} - \bar{y}} \right) - Li_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} + \bar{y}_r}{\sqrt{\lambda} + \bar{y}} \right) + Li_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} + \bar{y}_r}{\sqrt{\lambda} - \bar{y}} \right) - Li_2 \left(\frac{\sqrt{\lambda} - \bar{y}_r}{\sqrt{\lambda} + \bar{y}} \right) \right] + (\bar{y} L_2^{\Pi} - 2) \ln \frac{\bar{y}_r r}{\bar{y}_r r_1 - 1} \quad /34/$$

где $\bar{y}_2 = \bar{y}_r - 2$.

Выражение для полного сечения процесса было получено интегрированием по r спектра $d\sigma^{QED}/dr$, который мы не приводим здесь из-за недостатка места. КЭД - часть полного сечения имеет вид:

$$\sigma_{\bar{\nu}e}^{QED, I+\Pi} = 2\sigma_0 \frac{\alpha}{\pi} (g_L^2 f_{LL} + g_R^2 f_{RR} + g_L g_R f_{LR}), \quad /35/$$

где

$$f_L = -4r^2(1+2r)L_3 + \left(\frac{1}{3} + 8r^2 + 2R + \frac{1}{3}R^3\right)L_2 - \frac{7}{6}r^3L_1^2 - \\ - \left(\frac{17}{9} + 8r - \frac{16}{3}R + \frac{1}{3}R^2 - \frac{8}{9}R^3\right)\ell_1 + \left(\frac{5}{3} - \frac{7}{3}r + \frac{31}{3}r^2 + \frac{35}{6}R - \frac{1}{18}R^3\right)L_1 + \\ + \frac{43}{72} - \frac{7}{6}r + \frac{73}{36}R + \frac{13}{12}R^2 - \frac{11}{8}R^3, \quad /36/$$

$$f_R = (1+R)L_2 + \frac{1}{2}r^2(1-r)L_1^2 - 4(1-R)\ell_1 + \left(\frac{10}{3} - \frac{1}{2}r + r^2 + \frac{3}{2}R\right)L_1 + \\ + \frac{19}{24} - \frac{1}{2}r - \frac{19}{24}R, \quad /37/$$

$$f_{LR} = -4r^3L_3 - (2r - 4r^2 - R + R^2)L_2 - r^2(2+5r)L_1^2 - \\ - (4r - 7R + 3R^2)\ell_1 - (7r - 14r^2 - 7R)L_1 - 5r + \frac{15}{4}R + \frac{13}{4}R^2, \quad /38/$$

В выражениях /36/-/38/ введены следующие обозначения:

$$\ell_1 = -\ln r, \quad L_1 = -\ln R, \quad /39/$$

L_2 - выражение, сводящееся к дилогарифмам

$$L_2 = \frac{1}{2}L_2^S - L_2^V + Li_2(-R^{-1}) + 2\ell_1 L_1, \quad /40/$$

где

$$L_2^S = Li_2(1-R^{-2}) - Li_2(1-R^2), \\ L_2^V = Li_2(1+R) - Li_2(1+R^{-1}), \quad /41/$$

L_3 - выражение, сводящееся к трилогарифмам

$$Li_3(x) = \int_0^1 \frac{dy}{y} Li_2(xy) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^3} \quad /42/$$

и

$$S_{1,2}(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\ln^2(1-xy)}{y} dy = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n^2} \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{m}, \quad /43/$$

$$L_3 = \frac{1}{2}L_3^S - L_3^V + Li_2(-R^{-1})L_1 + \ell_1 \cdot L_1^2, \quad /44/$$

где

$$L_3^S = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{dy}{y} \{ Li_2(yR_1) + Li_2(yR_2) + Li_2(R_1) + Li_2(R_2) - Li_2[(1-y)R_1] - \\ - Li_2[(1-y)R_2] \}, \quad /45/$$

при $R_1 = 1-R^{-2}$ и $R_2 = 1-R^2$,

$$L_3^V = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{dy}{y} \ln^2[1+(R+R^{-1}-2)y(1-y)]. \quad /46/$$

Интегралы /45/ и /46/ могут быть выражены через функции /42/-/43/ с помощью приведенных ниже соотношений /47/. В численных расчетах удобнее, однако, использовать интегральные представления /45/-/46/.

$$L_3^S = Li_3(R_1) + Li_3(R_2) + \frac{1}{2}S_{1,2}(R_1) + \frac{1}{2}S_{1,2}(R_2),$$

$$L_3^V = 4Li_3(2) - 2Li_3(1+R) - 2Li_3(1+R^{-1}) + 2S_{1,2}(2) - S_{1,2}(1+R) - S_{1,2}(1+R^{-1}). \quad /47/$$

Таким образом, для полного сечения, как и для спектра по \bar{y} , может быть получено явное выражение в функциях Li_2, Li_3 и $S_{1,2}$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

По формулам предыдущего раздела были вычислены дифференциальное по \bar{y} и полное сечение процесса упругого $\bar{\nu}_e$ -рассеяния в широком интервале энергий падающего антинейтрино

$$1 \text{ кэВ} \leq E_{\nu} \leq 1 \text{ ТэВ}. \quad /48/$$

Прежде чем перейти к обсуждению результатов численного счета, обсудим результаты различных тестов формул разд.3, подтверждающих их правильность. Было найдено, что:

1/ дифференциальные и полные сечения положительны при всех \bar{y} и E_ν ;

2/ формулы разд.3 в ультрарелятивистском режиме ($E_\nu \gg m_e$) переходят в соответствующие выражения из работ /5,8/;

3/ в пределе низких энергий ($E_\nu \ll m_e$) для полного сечения получаются одинаковые выражения как из /35/, так и из /22/, /24/, если последнее проинтегрировать в пределах /8/:

$$\sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell}(E_\nu \rightarrow 0) = 2\sigma_0 \left(\frac{2E_\nu}{m_e}\right) \left[g_L^2(0) + g_R^2(0) - g_L(0)g_R(0) - \frac{\alpha}{\pi} \frac{3}{4} (g_L - g_R)^2 \right]. \quad /49/$$

Вклад в $\sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell}$, проинтегрированный по отрезку II рис.2, убывает с E_ν более быстро:

$$\sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell, II}(E_\nu \rightarrow 0) = 2\sigma_0 \left(\frac{2E_\nu}{m_e}\right)^4 \frac{\alpha}{\pi} \left[\left(\frac{g_L^2 + g_R^2}{3} - \frac{4}{9} g_L g_R \right) \ln \frac{m_e}{2E_\nu} - \frac{5}{72} (g_L^2 + g_R^2) - \frac{1}{18} g_L g_R \right]; \quad /50/$$

4/ наконец, численный счет подтвердил с высокой точностью /лучше 10^{-7} / справедливость равенства

$$\int_{\bar{y}_{\min}}^{\bar{y}_{\max}} \frac{d\sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell}}{d\bar{y}} d\bar{y} = \sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell}, \quad /51/$$

в котором левая часть рассчитывалась по формулам /22/-/24/, а правая по формулам /35/-/46/, полученным независимо. При этом оказалось, что $\sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell, II}$ составляет не более $10^{-4} \sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell}$ и достигает максимума при $E_\nu \approx 0,2 m_e$.

На рис.3 и 4 приведены электрослабые поправки к полному и дифференциальному сечениям, определенные равенствами

$$\delta^{\text{tot}}(E_\nu) = \left(\frac{\sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell}}{\sigma_{\bar{\nu}_e}^B} - 1 \right) 100\% \quad /52/$$

$$\delta(E_\nu, \bar{y}) = \left(\frac{d\sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell} / d\bar{y}}{d\sigma_{\bar{\nu}_e}^B / d\bar{y}} - 1 \right) 100\%. \quad /53/$$

Дифференциальная по \bar{y} поправка /53/ приведена лишь на отрезке I рис.2, поскольку $\sigma_{\bar{\nu}_e}^{1\ell, II}$ очень мало. Для удобства она показана в приведенной по \bar{y} шкале, когда \bar{y}_{\min} принято равным 0, а \bar{y}_{mid} - 1. Дифференциальная поправка приведена при 3 характерных энергиях: $E_\nu = 0,1, 1$ и 10 МэВ, полная - во всем энергетическом интервале /48/. На рис.3 показана, кроме того, δ^{tot} , вычисленная по формулам в ультрарелятивистском режиме.

Все численные результаты приведены при

$$M_W = 83,1 \text{ ГэВ}, M_Z = 93,8 \text{ ГэВ}, m_t = 40 \text{ ГэВ} \text{ и } M_H = M_Z^{/8/}. \quad /54/$$

В таблице приведены результаты вычисления радиационных поправок и борновского сечения в различных спектрах $\bar{\nu}_e$ от реактора /18-17/. Усреднение выполнялось по формуле

$$\bar{\sigma}_{\bar{\nu}_e}^B(1\ell) = \int_{E_\nu^{\min}}^{E_\nu^{\max}} dE_\nu \rho(E_\nu) \int_{\bar{y}_{\text{thr}}}^{\bar{y}_{\text{mid}}} d\bar{y} \frac{d\sigma_{\bar{\nu}_e}^B(1\ell)}{d\bar{y}}, \quad /55/$$

где $\rho(E_\nu)$ - энергетический спектр падающих антинейтрино,

$$E_\nu^{\min} = \frac{1}{2} (T_d + \sqrt{T_d(T_d + 2m_e)}), \quad E_\nu^{\max} = 12 \text{ МэВ}, \quad /56/$$

$$\bar{y}_{\text{thr}} = \frac{m_e + T_d}{E_\nu}. \quad /57/$$

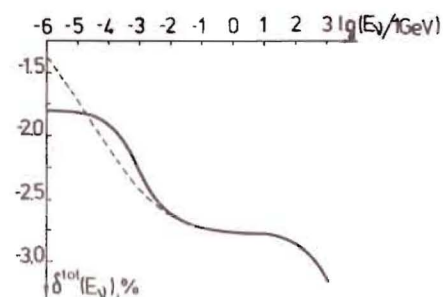


Рис.3. Однопетлевая электрослабая поправка $\delta^{\text{tot}}(E_\nu)$, вычисленная по точным /сплошная кривая/ и по ультрарелятивистским формулам /пунктирная кривая/.

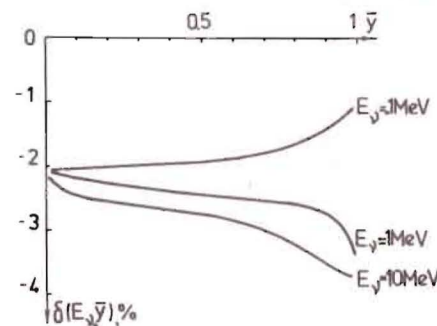


Рис.4. Однопетлевые электрослабые поправки $\delta(E_\nu, \bar{y})$ как функция переменной \bar{y} при трех значениях энергии падающего антинейтрино.

Борновские сечения σ упругого 1_0e -рассеяния в теории Глешоу-Вайнберга-Салама при $\sin^2 \theta_W = 0,215$ и радиационные поправки δ к ним для различных спектров 1_0e от осколков деления основных компонентов реакторного горячего в зависимости от нижнего порога детектирования /минимальное энерговыделение $T_d = 0,5, 1,0$ и $1,5$ МэВ/

Делящийся изотоп	Спектр 1_0e (ссылка на работу)	$T_d = 0,5$ МэВ		$T_d = 1,0$ МэВ		$T_d = 1,5$ МэВ	
		σ	δ	σ	δ	σ	δ
		$10^{-45} \text{ см}^2 / \text{дел.} \%$	$10^{-45} \text{ см}^2 / \text{дел.} \%$	$10^{-45} \text{ см}^2 / \text{дел.} \%$	$10^{-45} \text{ см}^2 / \text{дел.} \%$	$10^{-45} \text{ см}^2 / \text{дел.} \%$	$10^{-45} \text{ см}^2 / \text{дел.} \%$
${}^{235}\text{U}$	I3	14,84	-2,62	7,84	-2,75	4,26	-2,86
	I4	13,29	-2,62	6,73	-2,75	3,55	-2,86
	I5	13,57	-2,62	6,99	-2,75	3,76	-2,86
	I6	13,61	-2,62	6,91	-2,75	3,64	-2,87
${}^{239}\text{Pu}$	I3	11,45	-2,62	5,83	-2,75	3,05	-2,87
	I7	10,13	-2,62	4,92	-2,76	2,49	-2,88
	I5	10,45	-2,62	5,14	-2,75	2,65	-2,87
	I6	10,07	-2,62	4,90	-2,76	2,47	-2,88
${}^{238}\text{U}$	I3	21,36	-2,62	11,97	-2,74	6,86	-2,85
	I5	17,76	-2,62	9,48	-2,75	5,23	-2,86
${}^{241}\text{Pu}$	I3	15,72	-2,62	8,39	-2,75	4,54	-2,86
	I5	13,97	-2,62	7,14	-2,75	3,79	-2,87

В формулах /56/ и /57/ $T_d = E_0(+E_\gamma)$ - пороговое значение регистрируемой энергии электрона /и фотона/. Расчеты проведены для трех значений $T_d = 0,5; 1$ и $1,5$ МэВ.

Как видно из таблицы, радиационная поправка

$$\delta = \left(\frac{\sigma_{\text{в}}^{-1}}{\sigma_{\text{б}}^{-1}} - 1 \right) 100\%$$

/58/

практически зависит лишь от порога регистрации T_d , и при $T_d = 1$ МэВ учет этой поправки уменьшает борновское сечение примерно на 2,7%. Борновское же сечение сильно зависит и от порога регистрации, и от вида спектра, поэтому правильный учет состава активной зоны реактора, вблизи которого ведутся измерения, представляется важным /см., например, /18//.

Авторы признательны С.А.Фаянсу за постановку задачи и многочисленные обсуждения, а также А.А.Ахундову и Т.Риману, В.Д.Хованскому за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

- Morfin J.G. Prepr. FNAL. Conf-83/54 THY/EXP, 1983.
- Niebergall F. Proc. of the XXII Int. Conf. on High Energy Physics, Leipzig, Ed. A.Meyer and W. Wiczorek, Berlin-Zeuthen, vol.1, 1984, p.240.
- Bardin D. Yu., Khovansky V.D. Prepr. ITEP, 61, 1984.
- Marciano W.J. Proc. of the Int. Symposium of Lepton-Photon Interactions, Cornell University, 1983, p.80.
- Busi C. et al. Prepr. CERN/SPSC/83-24, CERN/SPSC/83-27, 1983.
- Staupe A. Proc. of the XXII Int. Conf. on High Energy Physics, Leipzig, Ed. A.Meyer and E.Wiczorek, Berlin-Zeuthen, vol.1, 1984, p.381.
- Sarantakos S., Sirlin A., Marciano W.J. Nucl. Phys., 1983, B217, p.84.
- Bardin D. Yu., Dokuchaeva V.A. Nucl. Phys., 1984, B246, p.221.
- Reines F., Gurr H.S., Sobel H.W. Phys. Rev. Lett., 1976, 37, p.315.
- Попеко Л.А., Дербин А.В. ЛЯФ АН СССР, № 585, 1980.
- Бахланов С.В. и др. ЛЯФ АН СССР, № 864, л., 1983.
- Strubbe H.S. Comp. Phys. Com., 1974, 8, p.1.
- Akhundov A.A. et al. JINR, E2-84-777, E2-84-787, Dubna, 1984.
- Bardin D. Yu., Christova P. Ch., Fedorenko O.M. Nucl. Phys., 1982, B197, p.1; ibid, 1980, B175, p.435.
- Bardin D. Yu., Shumeiko N.M., 1977, B127, p.242.
- Копейкин В.И. ЯФ, 1980, 32, с.1507.
- Klapdor H.V., Metzinger J. Phys. Rev. Lett., 1982, 48, p.127.
- Vogel P. et al. Phys. Rev. 1981, C24, p.1543.

16. Feilitzsch F.V. et al. Phys.Lett., 1982, 118B, p.162.
 17. Klapdor H.V., Metzinger J. Phys.Lett., 1982, 112, p.22.
 18. Fayans S.A., Mikaelyan L.A., Dobrynin Yu.L. Phys.G., 5, p.209.

Рукопись поступила в издательский отдел
 24 мая 1985 года

Бардин Д.Ю., Докучаева В.А.

P2-85-387

Точное вычисление однопетлевых электрослабых поправок к упругому $\bar{\nu}_e e$ -рассеянию при низких энергиях

В рамках стандартной $SU(2)_L \otimes U(1)$ теории вычислены однопетлевые электрослабые поправки к полному и дифференциальному по электромагнитному выделению энергии сечениям упругого $\bar{\nu}_e e$ -рассеяния. В отличие от существующих в литературе результатов, представленные в этой работе формулы выведены без использования ультрарелятивистского приближения. Они применимы вплоть до очень низких энергий начального антинейтрино и поэтому могут быть использованы для анализа данных реакторных нейтринных экспериментов. Демонстрируется высокая эффективность системы аналитических вычислений SCHOONSCHIP для решения такого типа задач.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ. Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Bardin D.Yu., Dokuchaeva V.A.

P2-85-387

Exact Calculations of the One-Loop Electroweak Corrections to Neutrino-Electron Elastic Scattering at Low Energies

The one-loop electroweak radiative corrections to the total cross section and to the spectrum with respect to electromagnetic energy disposition for elastic $\bar{\nu}_e e$ scattering are calculated within the standard $SU(2)_L \otimes U(1)$ theory. In contrast to existing in the literature results presented formulae are derived avoiding extreme relativistic regime. They are valid up to very low initial antineutrino energies and therefore could be applied for the analysis of the reactor experiments. We demonstrate also a high efficiency of the system of analytic calculations SCHOONSCHIP for the solutions of such type problems.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985