ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2-85-357

Р.А.Асанов, Г.Н.Афанасьев

ОДНО ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАДАЧИ ДВУХ ТОЧЕЧНЫХ ТЕЛ В ПОДХОДЕ ПУАНКАРЕ

Направлено в "Annales de l'IHP. Physique Theorique"

1985

ВВЕДЕНИЕ

Работы по релятивистской классической задаче двух точечных тел в зависимости от характера взаимодействия условно можно разделить на несколько направлений.

К первому мы относим те работы /см., напр.,[1]/, в которых предполагается, что ускорение одной из частиц в некоторый момент времени может быть представлено в любой инерциальной лоренцевой системе в виде функции от параметров движения второй частицы /координат, скоростей и т.д./, взятых в тот же самый момент времени. Понятие одновременности не является релятивистски-инвариантным. Поэтому условие одновременности параметров движения частиц в любой инерциальной лоренцевой системе накладывает жесткие ограничения на характер взаимодействия. В такой формулировке возможны и сверхсветовые скорости частиц[2].

Второе направление берет свое начало от известных работ Вигнера и Ван-Дама[3]. В них 4-ускорение одной из частиц записывается в виде интеграла от определенной "двухточечной" функции вдоль мировой линии второй частицы. Эта функция, играющая роль взаимодействия, отлична от нуля для точек мировой линии второй частицы, связанных пространственноподобным интервалом с рассматриваемой точкой мировой линии первой частицы. В пределе при стремлении скорости света c к бесконечности получается обычная нерелятивистская задача с тем или иным взаимодействием.

Наконец, к третьему направлению относим работы, в которых предполагается, что взаимодействие между частицами распространяется со скоростью света c. Это направление, в свою очередь, может быть разделено на три группы. К первой принадлежат работы[4], в которых взаимодействие сводится к полусумме запаздывающего и опережающего. Ко второй группе относим работы[5], в которых предполагается, что взаимодействующие частицы лежат на одном и том же световом конусе /это означает, например, что частица 1 взаимодействует с частицей 2 запаздывающим образом, тогда как 2 с 1 - опережающим/. Для работ первой и второй групп в электромагнитном случае удалось получить точные частные решения, отвечающие равномерным круговым движениям, и найти сохраняющиеся величины[6] /под словами "электромагнитный случай" понимается следующее: сила /Лоренца/, действующая на одну из частиц, выражается через напряженности электрического и магнитного полей, которые, в свою очередь, с помощью потенциалов Лиенара-Вихерта могут быть выражены через координаты, скорости и ускорение второй из частиц. В итоге все полевые переменные оказываются исключенными и получается релятивистская задача двух тел с дальнодействием/.

Для работ первых двух групп возникают трудности из-за возможного нарушения принципа причинности /например, наличие опережающего потенциала означает, что фотон поглощается одной частицей раньше, чем испускается второй/. Для устранения этого парадокса Уилеру и Фейнману пришлось ввести понятие абсорбера[7].

Для работ третьей группы /когда взаимодействие чисто запаздывающее/ точные решения, равно как и законы сохранения, пока неизвестны. Известны только теоремы единственности и существования решений для случая движения двух заряженных частиц вдоль одной прямой[8], а также разложения двухчастичных лагранжианов и сил взаимодействия по степеням c^{-2} [9]. Работы этой группы были инициированы знаменитой работой А.Пуанкаре "О динамике электрона" /1906 г./[10]. В ней он дал релятивистски-инвариантное /в духе дальнодействия/ обобщение системы уравнений Ньютона для двух тяготеющих точечных тел с учетом конечной скорости /равной скорости света/ распространения взаимодействия. В ней же он попытался сформулировать первую частнорелятивистскую теорию тяготения двух тел. Так как 4-ускорение каждой из частиц является четырехмерным вектором, то правая часть уравнений движения /то есть 4-сила/ также должна быть 4-вектором. Пуанкаре предположил, что 4-сила выражается через линейную комбинацию разностей 4-координат и 4-скорости каждой из частиц. Коэффициенты при этих 4-векторах являются тремя произвольными инвариантными функциями. Одна из них фиксируется требованием постоянства 4-скорости частицы или, что то же самое, - ортогональности ее 4-скорости и 4-ускорения. Остаются две произвольные функции. Пуанкаре потребовал далее, чтобы его уравнения отличались от ньютоновых уравнений для двух частиц, взаимодействующих по закону всемирного тяготения членами порядка не ниже c^{-2}. Этому, как оказалось, довольно слабому ограничению, он удовлетворил, положив одну из функций равной нулю, а вторую выбрал весьма специальным образом. Эту специфичность своего выбора Пуанкаре отчетливо осознавал и сразу же указал на возможные обобщения. В дальнейшем были неоднократные попытки /см., например, их обзор в книге[11]/ применить уравнения Пуанкаре для описания астрономических наблюдений - так называемых трех "решающих опытов" общей теории относительности /ОТО/. Все вычисления основывались, однако, на упомянутой упрощенной форме уравнений Пуанкаре. Это обстоятельство /а также отсутствие однозначного рецепта выбора произвольных функций/ послужило причиной предвзятого мнения, что частнорелятивистские теории не могут описать данные опыты. В работе[12] мы рассмотрели потенциальный предел /когда отношение масс частиц <<1/ исходных /то есть с двумя произвольными функциями/ уравнений Пуанкаре. Произвольные функции фиксировались из требования совпадения уравнений движения с общерелятивистскими. Из этого факта автоматически получалось корректное описание как

"решающих опытов" ОТО, так и временного запаздывания радиолокационных сигналов. В той же работе был указан один из вариантов выбора произвольных "двухчастичных" функций, входящих в уравнения Пуанкаре. В потенциальном пределе они переходят в упомянутые уравнения движения пробной частицы в сферически-симметричном поле тяготения.

Цель данной работы состоит в том, чтобы в подходе Пуанкаре попытаться найти частные точные стационарные решения релятивистской "двухчастичной" задачи. Мы будем придерживаться следующего плана изложения. В разделе 1 будут выписаны основные уравнения, являющиеся обобщением уравнений Пуанкаре. В разделе 2 мы убеждаемся, что эта система достаточно широка, чтобы описать и электромагнитный случай с чисто запаздывающим взаимодействием. В разделе 3 получены условия существования решений, отвечающих стационарным круговым движениям. Показано, что таких движений нет ни в электромагнитном случае, ни в упрощенном варианте уравнений Пуанкаре. В разделе 4 выяснено, как следует выбрать двухчастичные инвариантные функции, чтобы уравнения Пуанкаре обладали решениями, отвечающими стационарным круговым движениям. Этими функциями можно распорядиться таким образом, чтобы получалось как круговое движение, так и правильный нерелятивистский предел /в качестве него можно выбрать, например, ньютоновы "двухчастичные" уравнения тяготения/. Наконец, в разделе 5 для частного выбора инвариантных функций получены решения, отвечающие прямолинейному движению.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Итак, следуя Пуанкаре, напишем уравнения движения для каждой из частиц:

$$\frac{d^2 x_{1\mu}}{d\tau_1^2} = f_1 x_\mu + f_2 \frac{dx_{1\mu}}{d\tau_1} + f_3 \frac{dx_{2\mu}}{d\tau_2} + f_4 \frac{d^2 x_{2\mu}}{d\tau_2^2}, \qquad /1.1а/$$

$$\frac{d^2 x_{2\mu}}{d\tau_2^2} = -g_1 x_\mu + g_2 \frac{dx_{2\mu}}{d\tau_2} + g_3 \frac{dx_{1\mu}}{d\tau_1} + g_4 \frac{d^2 x_{1\mu}}{d\tau_1^2}, \qquad /1.1б/$$

$$(\mu = 0, 1, 2, 3).$$

Здесь τ_1, τ_2 - собственные времена частиц $(d\tau^2 = \sqrt{dt^2 - (d\vec{x})^2/c^2})$, $x_{1\mu}$, $x_{2\mu}$ - их 4-координаты; $x_\mu = x_{1\mu} - x_{2\mu}$. Массы частиц включены в функции f и g. Уравнения /1.1а/ и /1.1б/ должны переходить друг в друга при замене индексов частиц $1 \rightleftarrows 2$. Это приводит к следующим соотношениям между функциями f и g: $g_i(1,2) = f_i(2,1)$, $i = 1,\dots,4$. Соотношения /1.1/ написаны из соображений ковариантности. Левые части /1.1/ являются 4-векторами, поэтому правые части также должны быть линейными комбинациями 4-векторов. Тогда f и g - некоторые инвариантные /относительно группы Пуанкаре/ функции. Уравнения, рассмотренные Пуанкаре, не содержали в правой части 4-ускорений /то есть $f_4 = g_4 = 0$/. Они необходимы, однако, для описания электромагнитного случая /см. раздел 2а/.

Соотношения /1.1/ физически недостаточно определены, поскольку содержат два координатных и два собственных времени. Необходимо каким-то образом связать t_1 и t_2. Гипотеза Пуанкаре состоит в том, что время t "притягиваемого" и время $\tilde t$ "притягивающего" тел связаны релятивистски инвариантным соотношением

$$\tilde t = t - r/c. \qquad /1.2/$$

Здесь

$$r = \left\{\sum_{i=1}^{3} [z_i(t) - \tilde z_i(t - r/c)]^2\right\}^{1/2},$$

z_i, $\tilde z_i$ - координаты притягиваемого и притягивающего тел. Соотношение /1.2/ означает, что взаимодействие как бы "покидает" притягивающее тело раньше, чем "достигает" притягиваемое, причем скорость распространения взаимодействия равна скорости света c. Очевидно, что /1.2/ находится в согласии с принципом причинности. Соответственно этому мы должны положить:

$$t_1 = t,\ t_2 = t - r/c,\ r = \left\{\sum_{i=1}^{3} [x_{1i}(t) - x_{2i}(t - r/c)]^2\right\}^{1/2}$$

в /1.1а/ и

$$t_2 = t,\ t_1 = t - \tilde r/c,\ \tilde r = \left\{\sum_{i=1}^{3} [x_{2i}(t) - x_{1i}(t - r/c)]^2\right\}^{1/2}$$

в /1.1б/. В соотношениях /1.1/ удобно выделить пространственную и временную части:

$$\frac{d^2x_{1i}}{d\tau_1^2} = f_1 x_i + f_2\frac{dx_{1i}}{d\tau_1} + f_3\frac{dx_{2i}}{d\tau_2} + f_4\frac{d^2x_{2i}}{d\tau_2^2},$$

$$\frac{d^2t_1}{d\tau_1^2} = f_1\frac{r}{c} + f_2\frac{dt_1}{d\tau_1} + f_3\frac{dt_2}{d\tau_2} + f_4\frac{d^2t_2}{d\tau_2^2}. \qquad /1.3/$$

Еще раз напомним, что в /1.3/ все величины, относящиеся к частице 1, берутся в некоторый момент времени t, а к частице 2 - в момент $t - r/c$. Из ортогональности 4-скорости и 4-ускорения получаем

$$cf_1A + c^2f_2 + c^2f_3C + f_4D = 0 \qquad /1.4/$$

и аналогичное соотношение для функций g. В /1.4/ величины A, C, D - следующие релятивистски инвариантные комбинации 4-координат, скоростей и ускорений:

$$A = \frac{x_\mu}{c}\frac{dx_{1\mu}}{d\tau_1} = (1 - \beta_1^2)^{-1/2}\left(r - \frac{\vec r\vec v_1}{c}\right),$$

$$C = \frac{1}{c^2}\frac{dx_{1\mu}}{d\tau_1}\frac{dx_{2\mu}}{d\tau_2} = (1 - \beta_1^2)^{-1/2}(1 - \beta_2^2)^{-1/2}\left(1 - \frac{\vec v_1\vec v_2}{c^2}\right), \qquad /1.5а/$$

$$D = \frac{dx_{1\mu}}{d\tau_1}\frac{d^2x_{2\mu}}{d\tau_2^2} = (1 - \beta_1^2)^{-1/2}(1 - \beta_2^2)^{-1}\left[\frac{\vec v_1\vec w_2}{1-\beta_2^2}\left(1 - \frac{\vec v_1\vec v_2}{c^2}\right) - \vec v_1\vec w_2\right].$$

Здесь $\vec v_1$, $\vec v_2$, $\vec w_1$, $\vec w_2$ - обычные трехмерные скорости и ускорения; $\beta_1 = v_1/c$, $\beta_2 = v_2/c$. В дальнейшем нам понадобятся еще три инварианта:

$$B = \frac{x_\mu}{c}\frac{dx_{2\mu}}{d\tau_2} = (1 - \beta_2^2)^{-1/2}\left(r - \frac{\vec r\vec v_2}{c}\right),$$

$$E = -x_\mu\frac{d^2x_{2\mu}}{d\tau_2^2} = \frac{\vec r\vec w_2}{1 - \beta_2^2} - \frac{\vec v_2\vec w_2}{(1 - \beta_2^2)^{3/2}}\frac{B}{c}, \qquad /1.5б/$$

$$F = -\left(\frac{d^2x_{2\mu}}{d\tau_2^2}\right)^2 = (1 - \beta_2^2)^{-3/2}\left[\vec w_2^2 + \frac{1}{c^2}\frac{(\vec v_2\vec w_2)^2}{1 - \beta_2^2}\right].$$

Отметим, что Пуанкаре вводил только три инварианта A, B, C, которые не содержат ускорений.

Удобно в первых трех уравнениях /1.3/ заменить собственное время τ_1 координатным t_1. В итоге получаем:

$$\frac{w_{1i}}{1 - \beta_1^2} = f_1x_1 - v_{1i}\left[\frac{r}{c}f_1 + \frac{f_3}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} + f_4\frac{\vec v_2\vec w_2}{c^2(1 - \beta_2^2)^2}\right] +$$

$$+ v_{2i}\left[\frac{f_3}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} + f_4\frac{\vec v_2\vec w_2}{c^2(1 - \beta_2^2)^2}\right] + f_4\frac{w_{2i}}{1 - \beta_2^2}. \qquad /1.6а/$$

Ради полноты приведем аналогичную систему уравнений для второй частицы:

$$\frac{w_{2i}}{1 - \beta_2^2} = g_1\tilde x_i - v_{2i}\left[\frac{\tilde r}{c}g_1 + \frac{g_3}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} + g_4\frac{\vec v_1\vec w_1}{c^2(1 - \beta_1^2)^2}\right] +$$

$$+ v_{1i}\left[\frac{g_3}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} + g_4\frac{\vec v_1\vec w_1}{c^2(1 - \beta_1^2)^2}\right] + g_4\frac{w_{1i}}{1 - \beta_1^2}. \qquad /1.6б/$$

В /1.6б/ все величины, относящиеся к частице 2, берутся в момент времени t, а к частице 1 - в момент $t - \tilde r/c$. Кроме того:

$$\tilde x_i = x_{2i}(t) - x_{1i}(t - \tilde r/c), \quad \tilde r = [\sum_{i=1}^{3} (\tilde x_i)^2].$$

Возникает следующий вопрос: нельзя ли использовать уравнения /1.6б/ для исключения w_{2i} из правой части /1.6а/, а затем члены с w_{1i} перенести в левую часть /1.6а/. В итоге ускорение одной из частиц можно было бы выразить только через координаты и скорость второй. Эта процедура оказывается невозможной, если вспомнить, что все величины, относящиеся к частицам 1 и 2, зависят от разных времен. Ввиду симметрии относительно перестановки частиц достаточно рассмотреть только одну систему уравнений, например, /1.6а/. Следуя Пуанкаре, предполагаем, что инвариантные функции f_i построены из инвариантов $A, \ldots, F$. Конкретный вид функций может определяться несколькими факторами, как-то: физическим содержанием задачи /гравитация, электромагнетизм, ядерные силы/, необходимостью получения точного аналитического решения и т.д.

2. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

а/ Электромагнитная задача двух тел

Покажем, что электромагнитная задача двух точечных тел описывается уравнениями /1.6а/, /1.6б/ при соответствующем выборе функций f, g. Электрическое и магнитное поля, создаваемые частицей 2 в месте нахождения частицы 1, равны /см., напр., [13]/:

$$\vec E_2 = \frac{e_2}{\gamma_2^3}\left[(\vec r - \frac{r\vec v_2}{c})(1 - \beta_2^2 + \frac{\vec w_2 \vec r}{c^2}) - \vec w_2 \gamma_2 \frac{r}{c}\right],$$
$$\vec H_2 = -\frac{e_2}{c\gamma_2^3}\left\{[\vec r \times \vec v_2](1 - \beta_2^2 + \frac{\vec w_2 \vec r}{c^2}) + \frac{\gamma_2}{c}[\vec r \times \vec w_2]\right\}. \qquad /2.1/$$

Здесь e_2 - электрический заряд частицы 2, $\gamma_2 = r - \vec r \vec v_2/c$. Это электромагнитное поле действует на частицу 1 /с зарядом e_1 и массой m_1/ с помощью силы Лоренца:

$$\frac{d\vec p_1}{dt} = e_1 (\vec E_2 + \frac{1}{c}[\vec v_1 \times \vec H_2]),$$

откуда находим

$$\frac{m_1 \vec w_1}{\sqrt{1-\beta_1^2}} = e_1(\vec E_2 + \frac{1}{c}[\vec v_1 \times \vec H_2]) - \frac{e_1}{c^2}\vec v_1 (\vec v_1 \vec E_2). \qquad /2.2/$$

Подставляя в это выражение $\vec E_2$ и $\vec H_2$, собирая коэффициенты при x_i, v_{1i}, v_{2i}, w_{2i}, находим инвариантные функции f_i для электро-

магнитной задачи двух тел:

$$f_1 = \frac{e_1 e_2}{m_1 B^3}[C(1 + Ec^{-2}) - BDc^{-3}],$$
$$f_3 = -\frac{e_1 e_2 A}{m_1 c B^3}(1 + Ec^{-2}), \quad f_4 = -\frac{e_1 e_2 A}{m_1 c^2 B^2}. \qquad /2.3/$$

Функции g вычисляются тем же способом, что и f /то есть вычисляются запаздывающее электромагнитное поле, создаваемое частицей 1 в месте нахождения частицы 2, затем строится сила Лоренца/. Например, функция g_1 равна

$$g_1 = \frac{e_1 e_2}{m_2 \tilde B^3}[\tilde C(1 + \tilde E c^{-2}) - \tilde B \tilde D c^{-3}]. \qquad /2.4/$$

$\tilde A$, $\tilde B$, ..., $\tilde F$ получаются из A, B, ..., F перестановкой индексов частиц: $\tilde B = (\tilde r - \frac{\vec r \vec v_1}{c})/\sqrt{1-\beta_1^2}$ и т.д. В инвариантах $\tilde A, \ldots, \tilde F$ все величины, относящиеся к частицам 2 и 1, берутся в моменты времени t и $t - r/c$ соответственно. Мы уже упоминали, что функции g получаются из f формальной перестановкой индексов частиц. Это подтверждается результатом вычислений /2.3/ и /2.4/. Из их сравнения следует, что $m_1 f_i \neq m_2 g_i$, то есть принцип равенства действия и противодействия как бы не выполняется.

б/ Гравитационная задача двух тел /Пуанкаре, 1906/

При следующем выборе инвариантных функций f получается упрощенный вариант уравнений Пуанкаре:

$$f_2 = f_4 = 0, \quad f_1 = \frac{\gamma}{B^3}, \quad f_3 = -\frac{\gamma}{c}\frac{A}{B^3 C}, \quad \gamma = \mathrm{const}. \qquad /2.5/$$

Тогда уравнения /1.6/ выглядят следующим образом:

$$\frac{w_{1i}}{1-\beta_1^2} = \frac{\gamma}{B^3}\left[x_i - \frac{v_{1i}}{c}(r - \frac{A}{\sqrt{1-\beta_2^2}}) - \frac{v_{2i}}{c}\frac{A}{C}\right]. \qquad /2.6/$$

Эти уравнения отличаются от нерелятивистских гравитационных уравнений членами порядка c^{-2}. Мы уже упоминали, что они недостаточны для описания "решающих опытов" ОТО. Найденные в [12] функции f, адекватные этим опытам, существенно отличаются от функций /2.5/.

3. УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ КРУГОВОГО СТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ

Найдем условия, при которых уравнения /1.6/ имеют решения, отвечающие стационарному круговому движению. Массы частиц предполагаем одинаковыми, тогда движение происходит по одной и той же окружности радиуса a с постоянной угловой скоростью ω:

$$x_1(t) = a\cos\omega t, \quad y_1 = a\sin\omega t, \qquad /3.1/$$

$$x_2(t) = -a\cos\omega t, \quad y_2 = -a\sin\omega t.$$

При подстановке /3.1/ в уравнения /1.6а/ все величины, относящиеся к частице 2, следует взять в более ранний момент времени:

$$x_2 = -a\cos\omega(t - t_0) = -a\cos(\omega t - \phi_0), \qquad /3.2/$$

$$y_2 = -a\sin\omega(t - t_0) = -a\sin(\omega t - \phi_0).$$

Поскольку движение стационарное, то $t_0 = \text{const}$, $\phi_0 = \omega t_0 = \text{const}$. Угол запаздывания ϕ_0 определяется из условия, чтобы взаимодействие /распространяющееся со скоростью света c /, покинувшее частицу 2 в момент $t - t_0$, достигло частицы 1 в момент времени t. Это приводит к следующему условию:

$$\beta = \frac{\omega a}{c} = \frac{\phi_0}{\sqrt{2(1 + \cos\phi_0)}}, \qquad /3.3/$$

или, что то же самое:

$$\beta = \frac{\phi_0}{2\cos(\phi_0/2)}.$$

Отсюда следует, что $\phi_0 = 0$ при $\beta = 0$ и достигает максимального значения /$\approx 85^\circ$/ при $\beta = 1$. Итак, движение определяется двумя константами a и ω, а две другие связаны с ними соотношением /3.3/. В дальнейшем нам понадобятся значения инвариантов $A, \dots, F$ для кругового движения, которые обозначим через $A_0, \dots, F_0$:

$$A_0 = B_0 = \frac{aZ_0}{\sqrt{1 - \beta_2^2}},$$

$$(Z_0 = \beta\sin\phi_0 + \sqrt{2}\cdot\sqrt{1 + \cos\phi_0}), \quad C_0 = \frac{1 + \beta^2\cos\phi_0}{1 - \beta^2}, \qquad /3.4/$$

$$D_0 = \frac{a^2\omega^3\sin\phi_0}{(1 - \beta^2)^{3/2}}, \quad E_0 = \frac{(1 + \cos\phi_0)\omega^2 a^2}{1 - \beta^2}, \quad F_0 = \frac{a^2\omega^4}{(1 - \beta^2)^2}.$$

Подставляя /3.1/, /3.2/ в /1.6а/, получаем следующие два соотношения между функциями f:

$$\frac{\sin\phi_0}{\omega\sqrt{1 - \beta^2}} f_3^0 - \cos\phi_0 \frac{f_4^0}{1 - \beta^2} = \frac{1 + \cos\phi_0}{\omega^2} f_1^0 + \frac{1}{1 - \beta^2},$$

$$\frac{1 + \cos\phi_0}{\omega\sqrt{1 - \beta_0^2}} f_3^0 + \frac{\sin\phi_0}{1 - \beta^2} f_4^0 = -\frac{1}{\omega^2}\left(\sin\phi_0 + \beta\sqrt{2(1 + \cos\phi_0)}\right) f_1^0. \qquad /3.5а/$$

Здесь $f_i^0 = f_i(A, \dots, F)|_{A = A_0, \dots, F = F_0}$.

Разрешим эти уравнения относительно f_3^0, f_4^0:

$$\frac{f_4^0}{1 - \beta^2} = -\frac{2f_1^0}{\omega^2} - \frac{1}{1 - \beta^2} - \frac{\beta\sqrt{2}\sin\phi_0}{\omega^2\sqrt{1 + \cos\phi_0}} f_1^0,$$

$$\frac{f_3^0}{\omega\sqrt{1 - \beta^2}} = \left(\frac{f_1^0}{\omega^2} + \frac{1}{1 - \beta^2}\right)\frac{\sin\phi_0}{1 + \cos\phi_0} - \frac{\beta\sqrt{2}\cos\phi_0 f_1^0}{\omega^2\sqrt{1 + \cos\phi_0}}. \qquad /3.5б/$$

Соотношения /3.5а/ или/3.5б/ могут служить тестом существования круговых стационарных движений в той или иной релятивистской двухчастичной задаче. Применим соотношения /3.5/ к релятивистскому круговому движению двух разноименно заряженных частиц ($e_1 = -e_2 = e$)одинаковой массы m. В этом случае имеем:

$$f_1^0 = -\epsilon\omega^2\beta^{-2}(1 - \beta^2)^{-1/2}\left[(1 + \beta^2\cos\phi_0)^2 + \beta^3\sin\phi_0 Z_0\right] Z_0^{-3},$$

$$f_3^0 = \epsilon\omega\beta^{-1}(1 + \beta^2\cos\phi_0) Z_0^{-2}, \quad f_4^0 = \epsilon\sqrt{1 - \beta^2}\, Z_0^{-1}. \qquad /3.6/$$

Здесь $\epsilon = e^2/mc^2a$ - безразмерная константа, по порядку величины равная отношению электрической энергии взаимодействия двух частиц к полной. Подставляя эти функции во второе из уравнений /3.5а/, получаем трансцендентное уравнение для ϕ_0:

$$\beta(1 + \cos\phi_0)(1 + \beta^2\cos\phi_0) Z_0 + \sin\phi_0 \beta^2 Z_0^2 =$$

$$= \left[(1 + \beta^2\cos\phi_0)^2 + Z_0\beta^3\sin\phi_0\right](\sin\phi_0 + \beta\sqrt{2}\sqrt{1 + \cos\phi_0}). \qquad /3.7/$$

В /3.7/ β выражается через ϕ_0 с помощью соотношения /3.3/. Уравнение /3.7/ имеет два следующих тривиальных решения:

1/ $\phi_0 = 0$. В этом случае $\beta = 0$, то есть частицы покоятся. Подставляя эти значения в первое уравнение /3.5а/, убеждаемся, что $\epsilon = 0$, что означает отсутствие взаимодействия;

2/ $\beta = 1$ /$\phi_0 \approx 85^\circ$/. Из первого уравнения следует $\epsilon = \infty$. Это означает, что бесконечно сильное притяжение компенсируется центробежными силами при движении по окружности со скоростью c.

Вычисления показывают, что при $0 < \beta < 1$ уравнение /3.7/ не имеет корней. Итак, в электромагнитном случае /с запаздыванием/ отсутствуют решения, отвечающие круговому движению со скоростью, меньшей c.

Выясним теперь, нет ли круговых стационарных движений в упрощенном варианте /2.5/ уравнений Пуанкаре? Подставляем $f_3 = -f_1 \frac{A}{cC}$, $f_4 = 0$ во второе из уравнений /3.5а/. После упрощений получаем: $\beta\sqrt{2} \cdot \cos\phi_0 \sqrt{1 + \cos\phi_0} = \sin\phi_0$ или, с учетом /4.3/, $\operatorname{tg}\phi_0 = \phi_0$.

В доступном для ϕ_0 интервале /$0 \le \phi_0 \le 85^\circ$/ есть только тривиальное решение $\phi_0 = 0$, $\beta = 0$, отвечающее отсутствию взаимодействия. Как и в предыдущем случае, стационарные круговые движения отсутствуют.

4. ПРИМЕРЫ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДВУХЧАСТИЧНЫХ СИЛ, ДОПУСКАЮЩИХ СТАЦИОНАРНЫЕ КРУГОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ

Выразим с помощью соотношений /3.4/ константы a, ω через инварианты $A_0, \ldots, F_0$:

$$\omega = \frac{c\sqrt{F_0}}{E_0}(2 - Y_0^2)\left(\frac{X_0}{X_0 + 2 - Y_0^2}\right)^{1/2}, \quad a = \frac{E_0}{\sqrt{F_0}(2 - Y_0^2)}. \qquad /4.1/$$

Здесь X_0, Y_0 - следующие безразмерные комбинации инвариантов

$$X_0 = E_0/c^2, \quad Y_0 = D_0/\sqrt{E_0F_0}.$$

Поскольку констант движения a, ω две, а инвариантов $A_0, \ldots, F_0$ шесть, то должны существовать четыре соотношения между инвариантами. Вот они:

$$A_0 = B_0 = E_0[\sqrt{F_0}(2 - Y_0^2)]^{-1}(Y_0\sqrt{X_0} + \sqrt{2}\sqrt{2 + X_0 - Y_0^2}),$$

$$C_0 = 1 + E_0/c^2, \quad 1 - Y_0^2 = \cos\sqrt{\frac{2X_0(2 - Y_0^2)}{X_0 + 2 - Y_0^2}}. \qquad /4.2/$$

Подставим ω и a из /4.1/ в /3.5б/. В целях экономии места приведем только первое из этих соотношений:

$$f_4^0 = -1 - f_1^0 \frac{\sqrt{2}E_0}{F_0(2 - Y_0^2)}\left[\sqrt{2} + Y_0\left(\frac{X_0}{X_0 + 2 - Y_0^2}\right)^{1/2}\right]. \qquad /4.3/$$

Это соотношение имеет вид:

$$f_4^0 = \psi_4(f_1^0, A_0, B_0, \ldots, F_0). \qquad /4.4а/$$

При подстановке ω и a во второе соотношение /3.5б/ получаем выражение, связывающее f_3^0 и f_1^0:

$$f_3^0 = \psi_3(f_1^0, A_0, B_0, \ldots, F_0). \qquad /4.4б/$$

Рассмотрим теперь соотношения, получаемые из /4.3/, /4.4/ заменой $A_0 \to A, \ldots, F_0 \to F$. Тогда вместо /4.3/, например, имеем:

$$f_4 = -1 - f_1 \frac{\sqrt{2}E}{F(2 - Y^2)}\left[\sqrt{2} + Y\left(\frac{X}{X + 2 - Y^2}\right)^{1/2}\right]. \qquad /4.5/$$

Здесь $Y = D/\sqrt{EF}$, $X = E/c^2$.

Такое же соотношение получается для f_3. В итоге имеем:

$$f_4 = \psi_4(f_1, A, B, \ldots, F), \quad f_3 = \psi_3(f_1, A, B, \ldots, F). \qquad /4.6/$$

Подставим теперь выражения /4.6/ в /1.6а/. Полученные уравнения содержат одну произвольную функцию $f_1(A, \ldots, F)$. Эти уравнения переходят в условия кругового движения /3.5/ при подстановке вместо инвариантов $A, \ldots, F$ их выражений $A_0, \ldots, F_0$, соответствующих круговому движению. Иначе говоря, уравнения /1.6а/ с функциями f_3, f_4, выбранными в виде /4.5/, /4.6/, и произвольной функцией f_1 допускают решение /3.1/, отвечающее круговому движению с произвольными a, ω. Однако, даже если функцию f_1 из физических или иных соображений зафиксировать, остается неопределенность двоякого рода. Во-первых, учтем, что инварианты /4.2/ не являются независимыми /см. соотношения /4.2//. Например, вместо E_0 в /4.3/ можно было бы подставить $c^2(C_0-1)$, F_0 выразить через A_0 или B_0 с помощью второго соотношения /4.2/ и т.д. Все эти соотношения полностью эквивалентны ввиду /3.4/. Однако при переходе от /4.4/ к /4.6/ такая эквивалентность нарушается. В итоге будут получаться уравнения /1.6/, в которых f_3, f_4 по-разному связаны с f_1, то есть будем иметь различные двухчастичные релятивистские уравнения, допускающие одно и то же круговое движение с произвольными параметрами a, ω. Вторая неопределенность состоит в том, что соотношения /4.6/ всегда можно умножить на произвольную функцию инвариантов $A, \ldots, F$, сводящуюся к 1 для кругового решения /то есть при $A = A_0, \ldots, F = F_0$/, так же, как и добавить в правую часть произвольную функцию, обращающуюся в нуль для того же движения. Остающийся произвол все еще слишком велик. Попытаемся ограничить его требованием перехода релятивистских уравнений /1.6/ в заданные нерелятивистские. В качестве примера можно потребовать, чтобы общие уравнения /1.6/ переходили в обычные нерелятивистские гравитационные уравнения, причем так, чтобы первые поправочные члены к ним имели порядок c^{-2}. Вернемся снова к исходным уравнениям /1.6/. Коэффициент при w_{2i} будет мал, если f_4 будет порядка c^{-2}. Ради простоты положим $f_4 = 0$. Далее, коэффициент, стоящий при x_i, должен с точностью до c^{-2} совпадать с $-\gamma/r^3$ ($\gamma = \mathrm{const}$). Проще всего этого можно достичь, положив $f_1 = -\gamma/B^3$. Наконец, еще одно условие совпадения /с точностью c^{-2}/ уравнений /1.6/ с гравитационными нерелятивистскими состоит в том, что

$$\frac{r}{c} f_1 + \frac{f_3}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \sim O(c^{-2}) \quad \text{при} \quad c \to \infty. \qquad /4.7/$$

Проще всего этого добиться, если, следуя Пуанкаре, положить

$$f_3 = -f_1 \frac{A}{cC}.$$

Мы видели, однако, что при таком выборе функций f /см. конец раздела 3/ круговое движение отсутствует. Поэтому мы попытаемся подойти с другого конца. При этом будем придерживаться следующего плана. Сначала выясним, что означают первые два наших условия /$f_4 = 0$, $f_1 = -\gamma/B^3$/ для кругового движения. Далее с помощью второго из соотношений /3.5а/ мы найдем соотношение между f_3^0 и f_1^0. Заменим в этом соотношении инварианты $A_0, \ldots, F_0$ кругового движения на общие инварианты $A, \ldots, F$. Тогда получится некоторое соотношение между f_3 и f_1. Устремляя в этом соотношении $c \to \infty$, убедимся, что оно переходит в /4.7/. Итак, подставляем $f_4 = 0$, $f_1 = -\gamma/B^3$ в первое соотношение /3.5б/:

$$2 - \frac{\omega^2}{(1-\beta^2)^{5/2}} \frac{a^3 Z_0^3}{\gamma} + \sqrt{2}\,\beta \sin\phi_0 = 0. \qquad /4.8/$$

Выясним физический смысл этого условия. Переходя к пределу при $c \to \infty$, получаем

$$\frac{\gamma}{4\omega^2} = a^3, \qquad /4.9/$$

то есть третий закон Кеплера /квадрат периода пропорционален кубу полуоси/. Таким образом, /4.8/ является некоторым релятивистским обобщением третьего закона Кеплера. Остается выяснить, во что переходит второе из соотношений /3.5б/ при таком выборе f_4, f_1. Однако удобнее использовать второе из соотношений /3.5а/. Оно приводится к виду:

$$f_3^0 = -f_1^0 \frac{a\sqrt{1-\beta^2}\,(\sin\phi_0 + \beta\sqrt{2}\sqrt{1+\cos\phi_0})}{c\,(1+\cos\phi_0)}. \qquad /4.10/$$

Выражаем ϕ_0, β, a через $A_0, \ldots, F_0$:

$$f_3^0 = -f_1^0 \frac{A_0}{c} \frac{\sqrt{2X_0} + Y_0(X_0+2-Y_0^2)^{1/2}}{Y_0\sqrt{X_0} + \sqrt{2}(X_0+2-Y_0^2)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{X_0}\sqrt{X_0+2-Y_0^2}}. \qquad /4.11/$$

Следующий шаг состоит в том, что в /4.11/ вместо инвариантов $A_0, \ldots, F_0$ кругового движения подставляются их общие выражения /1.5/:

$$f_3 = -f_1 \frac{A}{c} \frac{\sqrt{2x} + Y(X+2-Y^2)^{1/2}}{Y\sqrt{X} + \sqrt{2}(X+2-Y^2)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{X}\sqrt{X+2-Y^2}}. \qquad /4.12/$$

Переходя, наконец, в /4.12/ к нерелятивистскому пределу, убеждаемся в справедливости /4.7/.

Таким образом, релятивистские уравнения /1.6/ с $f_4 = 0$, $f_1 = \gamma/B^3$ и f_3, определенным с помощью /4.12/, допускают решения, отвечающие круговому движению /3.1/. При этом ω и a оказываются связанными соотношением /4.8/. В нерелятивистском пределе уравнения /1.6/ и условие /4.8/ переходят в обычные ньютоновские гравитационные уравнения и третий закон Кеплера.

Полученные выше результаты становятся прозрачными для более простого случая - галилеевской механики двух частиц. В этом случае имеются два независимых галилеевски-ковариантных вектора: $\vec r_1 - \vec r_2$ и $\vec v_1 - \vec v_2$ /см., например, /14/ /. Отсюда вытекает следующий общий вид уравнений, форминвариантных относительно преобразований Галилея:

$$\frac{d^2\vec r_1}{dt^2} = f_1\vec r + g_1\vec v, \qquad /4.13а/$$

$$\frac{d^2\vec r_2}{dt^2} = -f_2\vec r - g_2\vec v, \quad (\vec r = \vec r_1 - \vec r_2,\ \vec v = \vec v_1 - \vec v_2). \qquad /4.13б/$$

В правую часть /4.13а/ можно было бы добавить член, пропорциональный $\vec w_2$. Однако его можно было бы исключить с помощью /4.13б/, поскольку все члены уравнений /4.13/ относятся к одному и тому же времени. Далее, правые части /4.13/ могли бы содержать слагаемое, пропорциональное векторному произведению

$$[\vec r, \vec v]. \qquad /4.14/$$

Однако в этом случае движение не происходит в одной плоскости, даже если начальные радиус-векторы частиц и их скорости лежат в ней.

В /4.13/ f и g - функции от трех независимых галилеевских инвариантов $\vec r^{\,2}$, $\vec v^{\,2}$ и $(\vec r\vec v)$:

$$f_i = f_i(\vec r^{\,2}, \vec v^{\,2}, \vec r\vec v), \quad g_i = g_i(\vec r^{\,2}, \vec v^{\,2}, \vec r\vec v).$$

Найдем условия, при которых уравнения /4.13/ имеют решения, отвечающие круговым движениям: $x_{1,2} = \pm a\cos\omega t$, $y_{1,2} = \pm a\sin\omega t$. При этом действуем точно так, как и в релятивистском случае. Подставляя эти значения x, y в /4.13/, получаем:

$$f_1^0 = f_2^0 = -\frac{1}{2}\omega^2, \quad g_1^0 = g_2^0 = 0. \qquad /4.15/$$

Далее, выписываем значения инвариантов для кругового движения

$$r_0^2 = 4a^2, \quad v_0^2 = \omega^2 a^2, \quad (\vec r\,\vec v)_0 = 0. \qquad /4.16/$$

Записываем функции f^0 и g^0 через инварианты

$$f_1^0 = -2v_0^2/r_0^2, \quad g_1^0 = 0. \qquad /4.17/$$

Наконец, в /4.15/ заменяем инварианты r_0, v_0 на r, v:

$$f_1 = -2v^2/r^2, \quad g_1 = 0. \qquad /4.18/$$

Таким образом, уравнения /4.13/ с функциями f и g, определенными выражениями /4.18/, имеют решения, отвечающие круговому решению с произвольными a, ω. Понятно, что функции /4.18/, при которых допустимо круговое движение, не самого общего вида. Обобщение тривиально и сводится /как мы уже упоминали выше для релятивистского случая/ к умножению f_1 на произвольную функцию ϕ_1 инвариантов, обращающуюся в единицу при их значениях /4.16/ и добавлению произвольных функций ϕ_2, ϕ_3, обращающихся в нуль для кругового движения:

$$f_1 = -\frac{2v^2}{r^2}\phi_1\left(\frac{\vec r\,\vec v}{rv}\right) + \phi_2\left(\frac{\vec r\,\vec v}{rv}\right), \quad g_1 = \phi_3\left(\frac{\vec r\,\vec v}{rv}\right), \qquad /4.19/$$

$$\phi_1(0) = 1, \quad \phi_2(0) = \phi_3(0) = 0.$$

Понятно, что функции ϕ_i могут зависеть только от безразмерных параметров. Единственным таким является $\vec r\vec v/rv$, который в соответствии с /4.16/ обращается в нуль для кругового движения.

Таким образом, уравнения /4.13/ с инвариантными функциями /4.19/ имеют решения, отвечающие движению по окружности произвольного радиуса a и с произвольной частотой ω. Зафиксируем теперь f_1 так, чтобы получить нерелятивистскую гравитационную задачу двух тел: $f_1 = -\gamma/r^3$. Условие существования кругового решения имеет вид третьего закона Кеплера $\omega^2 = 2\gamma/a^3$.

Итак, в релятивистском и галилеевском случаях ситуация весьма сходна. Существуют как решения, отвечающие произвольным a, ω, так и решения, при которых между a и ω существует определенная связь /типа третьего закона Кеплера/. Все же в релятивистском случае функциональный произвол значительно более широк.

5. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

При следующем выборе инвариантных функций f удается отыскать решения, отвечающие прямолинейному движению:

$$f_3 = f_4 = 0, \quad f_1 = \gamma_1/A, \quad g_3 = g_4 = 0, \quad g_1 = \gamma_2/\tilde A,$$

$$\gamma_1, \gamma_2 - \mathrm{const}, \quad \tilde A = (1-\beta_2^2)^{-1/2}(\tilde r - \tilde{\vec r}\,\vec v_2/c).$$

Тогда уравнения /1.6/ принимают вид:

$$w_{1x} = \gamma_1\frac{x_1 - \tilde x_2}{|x_1 - \tilde x_2|}(1-\beta_1^2)^{3/2}, \quad w_{2x} = \gamma_2\frac{x_2 - \tilde x_1}{|x_2 - \tilde x_1|}(1-\beta_2^2)^{3/2}. \qquad /5.1/$$

Знак ~ в /5.1/ означает, что соответствующие величины должны браться в моменты времени $t - r/c$ или $t - \tilde r/c$ /см. раздел 1/. Нерелятивистский аналог уравнений /5.1/ изучался Аппелем[15] /движение с постоянной силой взаимодействия/. Поскольку релятивистский случай несущественно отличается от нерелятивистского /за исключением того, что скорость частицы не может превышать скорости света/ рассмотрим свойства решений /5.1/ очень кратко. При $x_1 > \tilde x_2$ решения /5.1/ выглядят следующим образом:

$$x_1(t) = \frac{c^2}{\gamma_1}\left[1 + \left(\frac{\gamma_1}{c}t + \beta_{10}/\sqrt{1-\beta_{10}^2}\right)^2\right]^{1/2} - \frac{c^2}{\gamma_1\sqrt{1-\beta_{10}^2}} + x_1^0,$$

$$\beta_1(t) = \left(\gamma_1 t/c + \beta_{10}/\sqrt{1-\beta_{10}^2}\right)\left[1 + \left(\frac{\gamma_1 t}{c} + \frac{\beta_{10}}{\sqrt{1-\beta_{10}^2}}\right)^2\right]^{-1/2},$$

$$x_2(t) = -\frac{c^2}{\gamma_2}\left[1 + \left(-\frac{\gamma_2}{c}t + \frac{\beta_{20}}{\sqrt{1-\beta_{20}^2}}\right)^2\right]^{1/2} + \frac{c^2}{\gamma_2\sqrt{1-\beta_{20}^2}} + x_2^0,$$

$$\beta_2(t) = \left(-\gamma_2 t/c + \beta_{20}/\sqrt{1-\beta_{20}^2}\right)\left[1 + \left(-\frac{\gamma_2 t}{c} + \frac{\beta_{20}}{\sqrt{1-\beta_{20}^2}}\right)^2\right]^{-1/2}.$$

Здесь x_1^0, x_2^0, v_1^0, v_2^0, x_1, x_2, v_1, v_2 – положения и скорости частиц в начальный /$t = 0$/ и текущий моменты времени, $\beta_1 = v_1/c$, $\beta_2 = v_2/c$, $\beta_{10} = v_1^0/c$, $\beta_{20} = v_2^0/c$. При $x_2 > x_1$ справедливы аналогичные выражения. Для простоты будем считать массы частиц одинаковыми ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$). Рассмотрим сначала случай отталкивания ($\gamma > 0$). Пусть в начальный момент времени частицы покоятся и расположены симметрично относительно начала координат, $x_1^0 = -x_2^0 = x_0 > 0$. Тогда при $t > 0$ имеем:

$$x_1(t) = -x_2(t) = x_0 + \frac{c^2}{\gamma}\sqrt{1 + \frac{\gamma^2 t^2}{c^2}} - \frac{c^2}{\gamma},$$

то есть частицы разлетаются с нарастающей скоростью, которая стремится к c при $t \to \infty$. Пусть теперь начальные скорости частиц одинаковы по абсолютной величине, но направлены к началу координат, $v_2^0 = -v_1^0 = v_0 > 0$. Тогда при $t > 0$ скорости частиц начинают уменьшаться /по абсолютной величине/. Если начальная скорость не превосходит $v_0^c = \frac{\sqrt{\gamma x_0 (2 + \gamma x_0/c^2}}{1 + (\gamma x_0)/c^2}$, то частицы сближаются, останавливаются в момент времени $t = \frac{v_0}{\gamma}(1 - \beta_0^2)^{-1/2}$ на расстоянии $\pm[x_0 - \frac{c^2}{\gamma}(1-\beta_0^2)^{-1/2} + \frac{c^2}{\gamma}]$ от начала координат, а затем разлетаются, как в предыдущем случае. Если же $v_0 > v_0^c$, то частицы "встречаются" в начале координат, проходят „друг через друга" и снова разлетаются. Более интересен случай притяжения, $\gamma < 0$. Пусть частицы вначале покоятся $x_{10} = -x_{20} = x_0 > 0$. Тогда при $t > 0$ частицы сближаются, проходят через начало координат в момент времени $t_0 = \sqrt{\frac{x_0}{|\gamma|}(2 + \frac{\gamma x_0}{c^2}})$. После этого $x_1(t) - x_2(t) < 0$, то есть частица 1 левее 2. При $t > t_0$ частицы замедляются, останавливаются при $t = 2t_0$ на расстоянии $\mp x_0$ от начала координат. После этого процесс повторяется. В итоге получается периодическое движение с периодом $4t_0$ и амплитудой x_0.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы показали, что в релятивистской системе из двух частиц, взаимодействующих чисто запаздывающими силами, возможны решения, отвечающие движению двух частиц одинаковой массы по одной и той же окружности произвольного радиуса a с произвольной постоянной угловой скоростью ω.

Найдены условия /3.5/, которым должны удовлетворять релятивистские силы между частицами, чтобы такое движение было возможным. Даны примеры /4.6/ таких сил. Эти силы допускают значительный функциональный произвол. Его удается в значительной мере ограничить, потребовав перехода в нерелятивистском пределе в заданные ньютоновы уравнения. В частности, произвольными функциями можно распорядиться таким образом /см. /4.8/, /4.12//, чтобы в пределе получить ньютоновы гравитационные уравнения. Таким образом, оказывается возможным написать релятивистские уравнения для двух частиц, переходящие в нерелятивистском пределе в гравитационные ньютоновы уравнения для двух частиц и допускающие решения, отвечающие релятивистскому движению по окружности с постоянной угловой скоростью. При этом за счет сужения упомянутого первоначального произвола параметры движения a и ω оказываются не произвольными, но связанными соотношением /4.8/ - релятивистским аналогом третьего закона Кеплера. Показано также, что при специальном выборе инвариантных функций можно получить решения, отвечающие прямолинейному движению. Свойства их кратко обсуждаются.

Ранее подобные стационарные движения были известны только для случая полусуммы запаздывающего и опережающего взаимодействий, а также тогда, когда обе взаимодействующие частицы лежат на одном и том же световом конусе /то есть когда первая частица взаимодействует со второй запаздывающей силой, а вторая с первой - опережающей/. В этих случаях были получены интегральные законы сохранения энергии-импульса. Их наличие интерпретировалось как своеобразный баланс между запаздывающим и опережающим взаимодействиями. Возможность стационарного движения для чисто запаздывающего взаимодействия указывает на отсутствие излучения и позволяет надеяться на получение законов сохранения. Тем не менее, этот вопрос остается пока открытым. Наконец, отметим, что ни данное, ни предыдущее /12/ рассмотрения не позволяют однозначным образом зафиксировать произвольные функции, входящие в уравнения Пуанкаре или им подобные.

Авторы благодарны проф. Н.А.Черникову за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hill R.N. J.Math.Phys.,1967,vol.8, p.201, 1756; Jordan T.F. Phys.Rev., 1975, vol.D11, p.2807; ibid, 1978, vol.D17, p.2844; The Theory of Action at a Distance in Relativistic Particle Dynamics. (Ed. by E.H.Kerner), New York, 1972.
2. Currie D.G., Jordan T.F. Interactions in Relativistic Classical Particle Mechanics. In: Lectures at the Theoretical Physics Inst. University of Colorado, Boulder, 1967, p.91-139.
3. Van Dam H., Wigner E.P. Phys.Rev., 1965, vol.138, p.1576; ibid, 1966, vol.142, p.838; Katz A. J.Math.Phys., 1969, vol.10, p.1929,2215; Pearle P.M. Phys.Rev., 1968, vol.168, p.1429; Degasperis A. Phys.Rev., 1971, vol.D3, p.273.
4. Wheeler J.A., Feynman R.P. Rev.Mod.Phys., 1949, vol.21, p.425; Шавохина Н.С. ДАН СССР, 1982, т.265, с.852.
5. Bruhns B. Phys.Rev., 1973, vol.D8, p.2370; Fahnline D.W. J.Math.Phys., 1977, vol.18, p.1006; ibid, 1979, vol.20, p.1118; ibid, 1981, vol.22, p.1640.

6. Dettman J.W., Schild A. Phys.Rev., 1954, vol.95, p.1057; Schild A. Phys.Rev., 1963, vol.131, p.2762; Anderson C.M., Bayer H.C. Ann.Phys., New York, 1970, vol.60, p.67.
7. Wheeler J.A., Feynman R.P. Rev.Mod.Phys., 1945, vol.17, p.157; Pegg D.T. Rep Progr.Phys., 1975, vol.38, p.1339.
8. Driver R.D. Ann.Phys., New York, 1969, vol.21, p.122; Driver R.D., Norris M.J. ibid, 1967, vol.42, p.347; Driver R.D. Phys.Rev., 1969, vol.178, p.2051; Zhdanov V.I. Int.J.Theor.Phys., 1976, vol.15, p.157; Hsing D.K. Phys. Rev., 1977, vol.D16, p.974; Murdock J.A. Ann.Phys., New York, 1979, vol.119, p.90.
9. Голубенков В.Н., Смородинский Я.А. ЖЭТФ, 1956, т.31, с.330; Barker B.M., O'Connel R.F. Ann.Phys., New York, 1980, vol.129, p.358; Can.J.Phys., 1980, vol.58, p.1659; Persides S., Pascalis J. Ann.Phys., New York, 1974, vol.87, p.161; Herman W.N., Havas P. Phys.Rev., 1978, vol.D17, p.1985.
10. Poincare H. Rend.Circ.Mat.Palermo, 1906, 21, p.129. /Русский перевод: в кн.: Пуанкаре А. Избранные труды. "Наука", М., 1974, т.3, с.433-486/.
11. Визгин В.П. Релятивистская теория тяготения. "Наука", М., 1981.
12. Afanasiev G.N., Asanov R.A. Ann.Phys., Leipzig, 1981, vol.38, p.169.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. "Наука", М., 1973.
14. Тредер Г.-Ю. Относительность инерции. Атомиздат, М., 1975.
15. Аппель П. Теоретическая механика. Физматгиз, М., 1960, т.1.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 мая 1985 года.

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник *"Краткие сообщения ОИЯИ"*. В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.
Theoretical physics.
Experimental techniques and methods.
Accelerators.
Cryogenics.
Computing mathematics and methods.
Solid state physics. Liquids.
Theory of condensed matter.
Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

JINR Rapid Communications will be issued regularly.

Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Асанов Р.А., Афанасьев Г.Н. P2-85-357

Одно точное решение релятивистской задачи двух точечных тел в подходе Пуанкаре

Рассмотрена классическая релятивистская система двух точечных тел, взаимодействующих с чисто запаздывающими дальнодействующими силами. Выяснено, каким условиям должны удовлетворять двухчастичные силы, чтобы было возможным движение двух частиц по окружности. Даны примеры таких сил. Эти силы допускают значительный функциональный произвол. При специальном их выборе оказывается возможным написать релятивистские уравнения для двух частиц одинаковой массы, переходящие в нерелятивистском пределе в гравитационные ньютоновы уравнения и в то же время допускающие решения, отвечающие равномерному релятивистскому движению по окружности. При ином частном выборе этих функций удается в явном виде отыскать решения, отвечающие прямолинейному движению.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод Г.Г.Сандуковской

Asanov R.A.,Afanasiev G.N. P2-85-357

One Exact Solution of the Relativistic Two-Body Problem in the Poincare Approach

We consider two relativistic point-like bodies interacting via a pure retarded action at a distance force (Poincare approach). We study which conditions should be imposed on two-body forces in order the stationary circular motion be possible and give some examples of such forces. They admit a considerable functional arbitrariness. For a special choice of them we obtain two-particle (of the same mass) relativistic equations passing in the nonrelativistic limit into the usual Newtonian two-body gravitational equations and at the same time admitting relativistic stationary circular-motion solutions. We found also straight-line motion solutions in the approach treated.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985