объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-85-294

Р.Г.Назмитдинов*, А.В.Чижов**, А.С.Шумовский,
В.И.Юкалов

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОСУЩЕСТВУЮЩИХ МУЛЬТИКВАРКОВЫХ КЛАСТЕРОВ

Направлено в "Nuclear Physics"

* Научно-исследовательский институт прикладной физики Ташкентского государственного университета

** Московский государственный университет

1985

В настоящее время в литературе широко обсуждается вопрос, имеются ли мультикварковые кластеры в ядрах.

Этот вопрос возник в связи с интерпретацией кумулятивного эффекта[1]. Кроме того, ряд последних экспериментов[2-4] косвенным образом указывает на наличие в ядрах шести-, девяти- и двенадцатикварковых конфигураций.

Для сравнения такого предсказания с экспериментом обычно поступают следующим образом /см.[5-6] и цитированную там литературу/. Строится волновая функция системы, в которой выделяются трехкварковые и мультикварковые состояния. Квадрат коэффициента при соответствующей части волновой функции играет роль концентрации, или вероятности, выделенной мультикварковой компоненты. Затем, рассчитывая, например, структурную функцию и сравнивая ее с экспериментальными значениями, можно определить величину этого коэффициента. При этом мультикварковая концентрация выступает как подгоночный параметр.

Нам бы хотелось подойти к этой проблеме иначе - не фитировать концентрацию мультикварков, а постараться рассчитать ее с помощью самосогласованной теоретической модели.

1. МОДЕЛЬ

Сначала напомним несколько определений. Когда все кварки разбиты на трехкварковые бесцветные кластеры, мы имеем дело с обычной барионной /нуклонной/ материей. Другое возможное состояние представляет кварк-глюонная плазма. Обычно принято считать эти два состояния как две различные термодинамические фазы. Тогда если система состоит из шестикварковых кластеров, то такое фазовое состояние будет отличаться от двух предыдущих. Одним словом, определим n-кварковую фазу как состояние с n-кварковыми кластерами. Число n играет роль параметра порядка. Например, когда $n = 3$ - у нас фаза нуклонов, когда $n = 6$ - получаем шестикварковую фазу и т.д. На самом деле, подобные кластеры могут быть как цветными, так и бесцветными. Но здесь мы будем рассматривать только бесцветные объекты.

Очевидно, что для описания различных фаз и фазовых переходов между ними можно использовать методы статистической механики. Но этим проблема до конца не исчерпывается. В указанных выше экспериментах необходимо рассматривать одновременно помимо трехкварковых кластеров и шестикварковые, и другие n-кварковые кластеры. Следовательно, мы должны предложить метод, позволяющий описывать сосуществование фаз. Такой метод может быть разработан на основе концепции квазисредних Н.Н.Боголюбова[7].

Здесь мы не будем, из-за недостатка места, подробно воспроизводить математические и идеологические основы такого метода[8]. Изложим только его общую схему.

Любое микроскопическое описание системы должно начинаться с гамильтониана H /или лагранжиана/. Если в этой системе имеет место фазовый переход, то пространство физических состояний может быть разбито на подпространства $\mathcal{F}_n$, которые содержат все волновые функции, соответствующие состоянию n-й фазы. Определим H_n как представление гамильтониана H на подпространстве $\mathcal{F}_n$.

Пространство состояний системы, являющейся смесью сосуществующих фаз может быть представлено как тензорное произведение

$$\mathcal{F} = \otimes_n \mathcal{F}_n \, . \qquad /1/$$

Гамильтониан H такой гетерофазной смеси, являющийся функционалом набора полевых операторов ψ_n, есть прямая сумма:

$$H = \oplus_n H_n \, , \quad H_n = H\{\psi_n\} \, . \qquad /2/$$

Среднее число частиц в системе есть сумма

$$N = \sum_n N_n$$

частиц n-й фазы, где каждое N_n определяется как скалярное произведение (ψ_n^+, ψ_n). Можно определить фазовую вероятность как фазовую концентрацию:

$$w_n = N_n / N \, . \qquad /3/$$

Из определения следует, что

$$\sum_n w_n = 1 \, , \quad 0 \le w_n \le 1 \, . \qquad /4/$$

Ясно, для того чтобы найти фазовую концентрацию w_n, мы должны решить уравнения движения для коррелятора типа $\langle \psi_n^+ \psi_n \rangle$ или для соответствующих пропагаторов.

Однако в случае кварковой материи эта программа не может быть до конца реализована в настоящее время. Дело в том, что для описания n-кварковой фазы нужно знать, каким образом кварки, взаимодействующие посредством глюонов, объединяются в n-кварковые образования. Таким образом, мы приходим к проблеме конфайнмента, которая еще не решена.

Поэтому упростим задачу, полагая, что n-кварковые кластеры уже существуют, например, с $n = 3, 6, 9, 12$. То есть от кварковых полевых операторов ψ_n^+ мы переходим к полевым операторам кластеров a_n^+, так что гамильтониан n-й фазы принимает вид

$$H_n = \sum_{\vec{k}, s} \left(\sqrt{\vec{k}^2 + M_n^2} - \mu_n \right) a_n^+(\vec{k}, s)\, a_n(\vec{k}, s) + \phi_n \, , \qquad /5/$$

где $\vec{k}$ -импульс, s -спин-изоспиновый индекс, μ_n -химический потенциал, ϕ_n -оператор взаимодействия между кластерами; последние являются фермионами при $n = 3,9$ и бозонами - при $n = 6,12$. Здесь необходимо отметить, что кластеры с $n = 6$ и $n = 12$, т.е. бозоны, могут выпадать в бозе-эйнштейновский конденсат. Если полное число кварков в системе N, а N_n - число кварков в n-й фазе, то число n-кварковых кластеров равно N_n/n. С другой стороны, для числа кластеров можно записать

$$(a_n^+, a_n) = \sum_{\vec{k},s} \langle a_n^+(\vec{k},s)\, a_n(\vec{k},s)\rangle = \frac{N_n}{n}. \qquad /6/$$

Следовательно, фазовая концентрация есть

$$w_n = \frac{n}{N} \sum_{\vec{k},s} \langle a_n^+(\vec{k},s)\, a_n(\vec{k},s)\rangle. \qquad /7/$$

Кроме того, мы должны также воспользоваться условием равновесия для реагирующих смесей в гетерофазной системе

$$\mu_n / n = \mathrm{const}. \qquad /8/$$

Нетрудно показать, что последнее условие эквивалентно нахождению экстремума термодинамического потенциала

$$\Omega = -\theta \ln \underset{(\mathcal{F})}{\mathrm{Sp}}\, e^{-H/\theta} = \sum_n \Omega_n,$$
$$\Omega_n = -\theta \ln \underset{(\mathcal{F}_n)}{\mathrm{Sp}}\, e^{-H/\theta}, \qquad /9/$$

где θ - температура системы.

Теперь мы можем исследовать гетерофазную смесь барионов, дибарионов и т.д. Рассчитав w_n, найдем концентрацию соответствующих кластеров. Впервые эта модель была сформулирована в работах [9,10], в которых рассматривался случай нулевой температуры для двухфазной смеси 3- и 6-кварковых кластеров.

Для того чтобы получить численные оценки, сделаем еще одно упрощение, предполагая, что кластеры взаимодействуют друг с другом как ван-дер-ваальсовские объекты с объемами кора v_n, удовлетворяющие соотношению

$$\frac{v_n}{v_{n'}} = \frac{M_n}{M_{n'}}, \qquad /10/$$

которое следует из теории мешков [11,12], если v_n пропорционален истинному объему мешка. Таким образом, кластеры образуют газ Ван-дер-Ваальса со свободным объемом для движения

$$V' = V - \sum_n \frac{N}{n} w_n v_n. \qquad /11/$$

Необходимо отметить, что приближение газа Ван-дер-Ваальса является более правильным, чем использование теории возмущения с соответствующим образом выбранным потенциалом взаимодействия ϕ_n [13].

2. СИСТЕМА НУКЛОНОВ И ШЕСТИКВАРКОВ

Вначале ограничимся случаем, когда $n = 3,6$, т.е. смесь нуклонов и шестикварковых кластеров. Рассмотрим поведение двухфазной системы при низких температурах, когда можно воспользоваться нерелятивистским разложением энергии $E_{nk} = \sqrt{\vec{k}^2 + M_n^2}$. Тогда, выбирая для параметров модели (M_3, M_6, r_3) численные значения массы нуклона $M_3 = 939$ МэВ, массы шестикваркового мешка $M_6 = 2163$ МэВ [14], $v_3 = 4\pi r_3^3/3$, где радиус кора нуклона $r_3 = 0{,}4$фм, и учитывая факторы вырождения для нуклона ($g_3 = 4$) и шестикварка ($g_6 = 3$), для полной свободной энергии в расчете на один кварк

$$f = f_3 + f_6; \quad f_n = \Omega_n / N + \mu_n / n, \quad (n = 3,6), \qquad /12/$$

получаем

$$f = \frac{w}{3}\left[M_3 + \frac{3}{10M_3}\left(\frac{\pi^2}{2}\frac{w}{v'}\right)^{2/3} - \frac{M_3}{2}\left(2\pi\frac{v'}{w}\right)^{2/3}\theta^2\right] + \frac{1-w}{6} M_6 \left[1 - 1{,}5354\sqrt{M_6}\,\frac{v'}{1-w}\,\theta^{5/2}\right], \qquad /13/$$

где $v' = \frac{V'}{N}$. Устойчивым, как известно, является состояние системы с минимальной свободной энергией $f(v,w,\theta)$, здесь $v = V/N$. Тогда фазовая концентрация $w(v,\theta)$ определяется из условия равновесия $\partial f/\partial w = 0$, откуда

$$M_3 - \frac{M_6}{2} + \frac{1}{5M_3}\left(\frac{\pi^2}{2}\frac{w}{v'}\right)^{2/3}\left[\frac{5}{2} - \frac{w}{v'}\left(\frac{v_6}{6} - \frac{v_3}{3}\right)\right] - \frac{\theta^2 M_3}{3}\left(2\pi\frac{v'}{w}\right)^{2/3}\left[\frac{1}{2} + \frac{w}{v'}\left(\frac{v_6}{6} - \frac{v_3}{3}\right)\right] - 0{,}7677\left(\frac{v_6}{6} - \frac{v_3}{3}\right)\cdot M_6^{3/2}\theta^{5/2} = 0. \qquad /14/$$

В случае высоких температур, когда система становится классической, но когда еще справедливо нерелятивистское разложение для E_{nk}, удельная свободная энергия имеет вид

$$f(v,w,\theta) = \frac{w}{3}\left\{M_3 - \theta\left[\ln\left(12\frac{v'}{w}\left(\frac{M_3\theta}{2\pi}\right)^{3/2}\right) + 1\right]\right\} + \frac{1-w}{6}\left\{M_6 - \theta\left[\ln\left(18\frac{v'}{1-w}\left(\frac{M_6\theta}{2\pi}\right)^{3/2}\right) + 1\right]\right\}, \qquad /15/$$

а условие равновесия определяется соотношением

$$\theta\left\{\frac{1}{2}\ln\left[18\frac{v'}{1-w}\left(\frac{M_6\theta}{2\pi}\right)^{3/2}\right] - \ln\left[12\frac{v'}{w}\left(\frac{M_3\theta}{2\pi}\right)^{3/2}\right] - \left(\frac{v_6}{6} - \frac{v_3}{3}\right)\frac{1+w}{2v'}\right\} + M_3 - \frac{M_6}{2} = 0. \qquad /16/$$

Отметим, что решение уравнения /16/ $w(v,\theta)$ имеет минимум при температуре $\theta_M = 2/3(M_6 - 2M_3) = 190$ МэВ, что совпадает с температурой деконфайнмента [15-18].

При асимптотически высоких температурах $\theta \gg M_{3,6}$ необходимо использовать релятивистский спектр E_{nk}. Удерживая главные степени по θ в уравнении /12/, для удельной свободной энергии системы получим

$$f(v,w,\theta) = -\frac{w}{3}\,\theta \ln\left(\frac{12}{\pi^2}\,\theta^3\,\frac{v'}{w}\right) - \frac{1-w}{6}\,\theta \ln\left(\frac{18}{\pi^2}\,\theta^3\,\frac{v'}{1-w}\right). \qquad /17/$$

а условие равновесия имеет вид

$$\frac{1}{2}\ln\left(\frac{18}{\pi^2}\,\theta^3\,\frac{v'}{1-w}\right) - \ln\left(\frac{12}{\pi^2}\,\theta^3\,\frac{v'}{w}\right) - \left(\frac{v_6}{6} - \frac{v_3}{3}\right)\frac{1+w}{2v'} = 0. \qquad /18/$$

Анализ уравнения /18/ позволяет выписать асимптотическое выражение для нуклонной концентрации

$$w \approx 1 - \frac{\pi^2}{8}\,\frac{1}{v - v_3/3}\,\frac{1}{\theta^3} \quad (\theta \to \infty). \qquad /19/$$

На рис.1 приведены результаты расчетов зависимости концентрации w от плотности $\rho = 1/v$ или от относительной плотности ρ/ρ_0 (ρ_0 – нормальная ядерная плотность 4×10^6 МэВ^3 / для трех характерных температур. При низких температурах /уравнение /13// значение точки нуклеации, при которой появляются кластеры шестикварковой фазы, слабо растет при повышении температуры.

При высоких температурах и нормальной ядерной плотности ($\rho = \rho_0$) уже возможно сосуществование нуклонов с шестикварками ($w_6 \approx 7\%$). На рис.2 продемонстрирована выгодность гетерофазного состояния "нуклон + шестикварки" при θ = 200 МэВ в широком диапазоне значений плотности.

Отметим следующий факт. Уравнение /14/ при $\theta = 0$ и $\rho = \rho_0$ позволяет определить минимальное значение массы шестикварка /дибариона/, когда уже возможно существование гетерофазного состояния /см.рис.3/. Результаты расчета позволяют установить оценку сверху, которая определяет эту массу, равной 1956 МэВ, что находится в соответствии с экспериментальными данными /19-21/. Результаты расчета сильно зависят от выбора значения массы шестикварка. Используя, например, значения для массы шестикварка M_6=1950 МэВ, мы получим около 10% шестикварков в смеси.

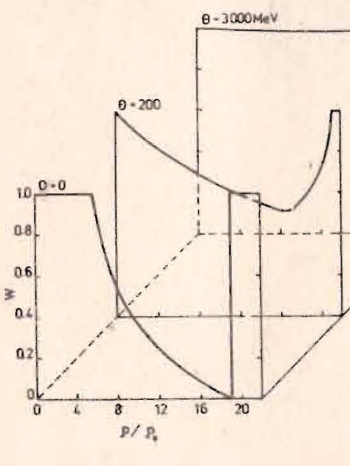


Рис.1. Зависимость концентрации нуклонов в двухфазной системе при θ = 0,200, 3000 МэВ от относительной плотности системы ρ/ρ_0.

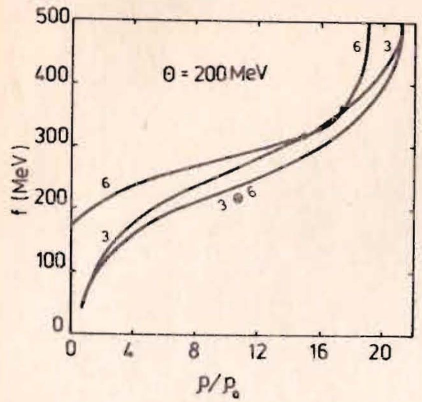
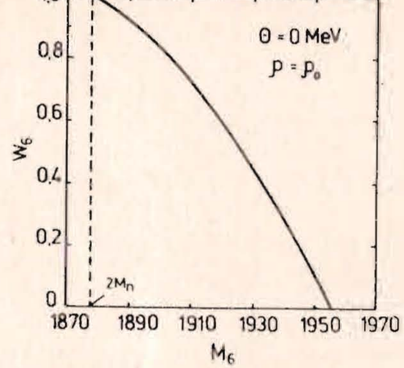


Рис.2. Поведение свободных энергий: чистой нуклонной /3/, чистой шестикварковой /6/ и смешанной /3⊗6/ фаз – в зависимости от ρ/ρ_0 при θ = 200 МэВ.

Рис.3. Зависимость концентрации шестикварковой компоненты в двухфазной системе от значения массы шестикварка в основном состоянии /θ=0/ и при нормальной ядерной плотности $\rho = \rho_0$.



3. ЧЕТЫРЕХФАЗНАЯ СИСТЕМА

Теперь обсудим случай четырех фаз /n = 3,6,9,12/ сосуществующих кластеров. Выражения /1-11/ справедливы для произвольного числа фаз. Условие нормировки в данном случае записывается как

$$w_3 + w_6 + w_9 + w_{12} = 1. \qquad /20/$$

При низких температурах необходимо учитывать квантовые свойства n-кварковых кластеров. Свободные энергии, соответствующие фазам, имеют поэтому различный вид для фермионов / n = 3,9/

$$f_n = \frac{w_n}{n}\left[M_n + \frac{3}{10M_n}\left(\frac{6\pi^2}{g_n}\,\frac{w_n}{nv'}\right)^{2/3} - \frac{M_n}{2}\left(\frac{\pi}{6}\,g_n\,\frac{v'n}{w_n}\right)^{2/3}\theta^2\right] \qquad /21/$$

и бозонов / n = 6,12/

$$f_n = \frac{w_n}{n}\left[M_n - 0{,}0853\,\frac{g_n \cdot v'n}{w_n}\,M_n^{3/2}\,\theta^{5/2}\right]. \qquad /22/$$

Полная свободная энергия /на один кварк/ системы может быть выражена как функция переменных плотности $\rho = 1/v$ и температуры θ и как функционал фазовых концентраций $\{w_n\}$

$$f(\{w_n\},\rho,\theta) = f_3 + f_6 + f_9 + f_{12}. \qquad /23/$$

При достаточно высоких температурах, когда нерелятивистское разложение для энергии E_{nk} еще справедливо, но квантовая статистика уже не играет роли, свободные энергии для каждой из фаз представляются выражением

$$f_n = \frac{w_n}{n}\{M_n - \theta[\ln(\frac{g_n v'_n}{w_n}(\frac{M_n\theta}{2\pi})^{3/2}) + 1]\}. \qquad /24/$$

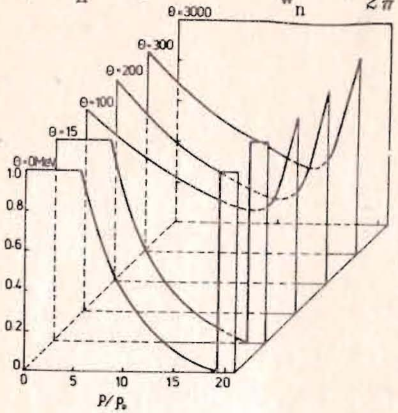


Рис.4. Поведение концентрации нуклонной компоненты в четырехфазной системе в зависимости от температуры θ и относительной плотности ρ/ρ_0 системы.

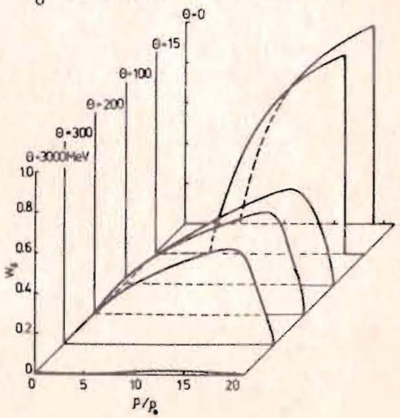
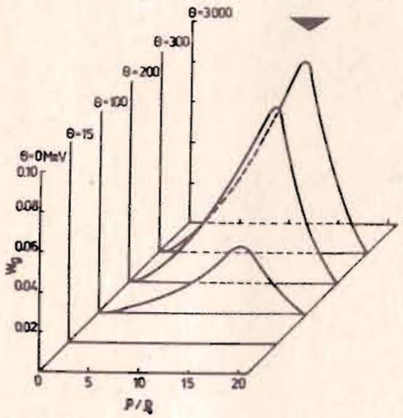


Рис.5. То же, что на рис.4, для концентрации шестикварков.

Рис.6. То же, что и на рис.4, для концентрации девятикварков.



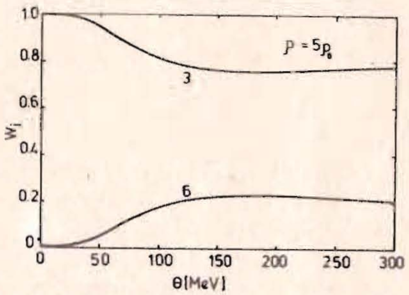


Рис.7. Зависимость концентраций различных компонент четырехфазной системы от температуры системы при фиксированной плотности $\rho/\rho_0 = 5$.

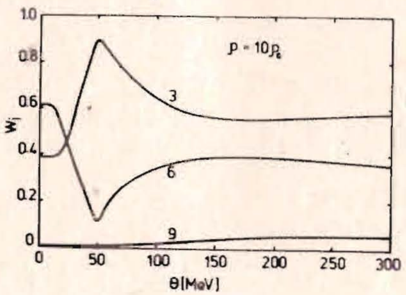


Рис.8. То же, что и на рис.7, при $\rho/\rho_0 = 10$.

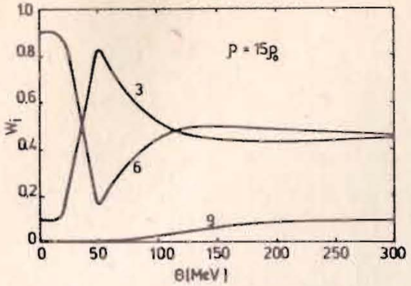


Рис.9. То же, что и на рис.7, при $\rho/\rho_0 = 15$.

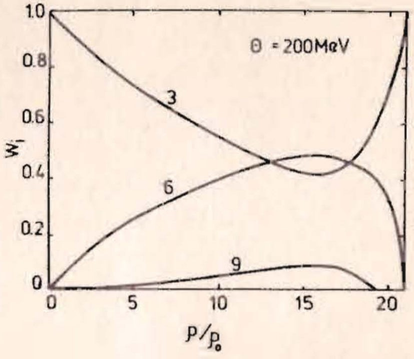


Рис.10. Поведение различных концентраций в зависимости от значений относительной плотности ρ/ρ_0 при фиксированной температуре четырехфазной системы θ = 200 МэВ.

При очень высоких температурах, используя релятивистское выражение для спектра E_{nk} и удерживая только главные члены, получим:

$$f(\{w_n\},\rho,\theta) = -\sum_n \frac{w_n}{n}\theta\ln(\frac{g_n}{\pi^2}\frac{v'_n}{w_n}\theta^3). \qquad /25/$$

Аналитическое исследование четырехкомпонентной смеси, в отличие от случая двух фаз, чрезвычайно сложно, а на всем интервале плотностей и температур вообще невозможно. Поэтому мы прибегли к численным расчетам. Функционал свободной энергии $f(\{w_n\},\rho,\theta)$ минимизировался относительно вероятностей w_n с учетом условия нормировки /20/. Массы M_9= 3521 МэВ и M_{12}=4932 МэВ, а также параметры вырождения g_9= 4 и g_{12} = 1, взяты из работы /22/.

Результаты расчетов представлены на рисунках. Фазовые концентрации w_3, w_6 и w_9 для различных температур и широкого интервала относительных плотностей ρ/ρ_0 изображены на рис.4-6. Концентрация двенадцатикварков w_{12} не приведена на рисунках, так как она всегда очень мала: $w_{12} < 10^{-2}$. Видно, что фаза нуклонов доминирует при низких температурах и плотностях вплоть до $\rho/\rho_0 \simeq 9$. Рис.7 подчеркивает, что это превосходство сохраняется при всех температурах, если $\rho/\rho_0 \lesssim 5$. При увеличении плотности, однако, фаза шестикварков может превалировать над нуклонной фазой, если $\theta > 100$ МэВ, а также и при низких температурах /$\theta \leq 30$ МэВ/ /см.рис.8,9/. С увеличением температуры и плотности увеличивается также фазовая концентрация девятикварков, хотя вклад этой фазы невелик. Рис.4,5 и 10 указывают на то, что шестикварковая компонента может доминировать при высоких плотностях на конечном интервале температур, но всегда существует такая температура, начиная с которой w_6 уменьшается, так что в итоге нуклонная компонента становится наибольшей. Увеличение нуклонной концентрации после $\theta \simeq 190$ МэВ указывает на то, что фаза, состоящая из кластеров с наименьшим числом кварков, является наиболее предпочтительной при таких высоких температурах. Этот факт, очевидно, означает, что, начиная с $\theta \geq 190$ МэВ, включение в рассмотрение фазы свободных кварков является важным. Однако исследование фазового перехода в деконфайнмент не входило в задачу данной работы. Мы собираемся коснуться этой проблемы в следующих публикациях. Здесь же можно только отметить, что кварк-глюонная плазма может сосуществовать с мультикварковыми кластерами при температурах выше 190 МэВ.

Авторы выражают искреннюю благодарность академику А.М.Балдину за постановку проблемы и многочисленные полезные обсуждения на всех этапах работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балдин А.М. и др. ОИЯИ, Р1-5819, Дубна, 1971; ЯФ, 1975, 21, с.1008.
2. Arnold R.G. et al. Phys.Rev.Lett., 1975, 35, p.776.
3. Aubert J.J. et al. Phys.Lett., 1983, 123B, p.275.
4. Vary J.P. Nucl.Phys., 1984, 418A, p.195.
5. Неудачин В.Г. Обуховский И.Т., Смирнов Ю.Ф. ЭЧАЯ, 1984, 15, с.1165.
6. Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И. ЭЧАЯ, 1984, 15, с.1249.
7. Bogolubov N.N. Physica, 1960,26S, p.1; ОИЯИ, Д-781, Дубна, 1961.
8. Yukalov V.I. Physica, 1981, 108A, p.402.
9. Балдин А.М. и др. ДАН СССР, 1984, 279, с.602.
10. Балдин А.М. и др. Труды VII Межд.сем. по пробл.физики высоких энергий, ОИЯИ, Д1, 2-84-599, Дубна, 1984, с.531.
11. Bogolubov P.N. Ann.Inst.Henri Poincare,1968, 8, p.163; ЭЧАЯ, 1972, 3, с.144.
12. Chodos A. et al. Phys.Rev., 1974, 9D, p.3471; DeGrand T. et al. Phys.Rev., 1975, 12D, p.1060.
13. Hagedorn R., Rafelski J. In: Statistical Mechanics of Quarks and Hadrons. North-Holland, Amsterdam, 1981.
14. Jaffe R.L. Phys.Rev.Lett., 1977, 38, p.195.
15. Rafelski J. Phys.Rep. C., 1982, 88, p.331.
16. Satz H. Phys.Rep., C., 1982, 88, p.349.
17. Kapusta J. Phys.Rep., C., 1982, 88, p.365.
18. McLerran L. Phys.Rep.,C., 1982, 88, p.379.
19. Besliu C. et el. JINR, D1-83-815, Dubna, 1983.
20. Siemiarczuk T., Stepaniak J., Zielinski P. Phys.Lett., 1983, 128B, p.367.
21. Байрамов А.А. и др. ЯФ, 1984, 39, с.44.
22. Matveev V.G., Sorba P. Nuovo Cimento, 1978, 45A, p.257.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 апреля 1985 года

Назмитдинов Р.Г. и др. Р2-85-294
Статистическая модель сосуществующих мультикварковых кластеров

Предложена модель для описания гетерофазной смеси различных мультикварковых кластеров. Особое внимание уделено случаю, когда помимо нуклонов /3-кварковых кластеров/ в системе имеются 6-, 9- и 12-кварковые кластеры. Статистические свойства такой системы исследованы на всей плоскости температура-плотность. Рассмотрена также зависимость результатов от параметризации масс кластеров.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод Т.Ю.Думбрайс