СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 8454

Ш.И.Вашакидзе, В.А.Матвеев, Е.А.Толкачев

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПЕКТРА МАСС ПАРТОНОВ ПО ДАННЫМ О ПОЛНОМ СЕЧЕНИИ АННИГИЛЯЦИИ $e^+e^- \longrightarrow$ АДРОНЫ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8454

Ш.И.Вашакидзе, В.А.Матвеев, Е.А.Толкачев

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПЕКТРА МАСС ПАРТОНОВ ПО ДАННЫМ О ПОЛНОМ СЕЧЕНИИ АННИГИЛЯЦИИ $e^{+}e^{-} \longrightarrow$ АДРОНЫ

Как известно, последние экспериментальные данные о процессах электрон-позитронной аннигиляции в адроны /1/ не укладываются в рамки традиционных моделей как с дробными /2/, так и с целочисленными /3/ зарядами.

В работе /4/ было высказано соображение о возможной роли массивных флюктуаций адронного вакуума для объяснения экспериментально наблюдаемого поведения полного сечения аннигиляции пар e^+e^- в адроны. Высказанные в этой работе предположения эквивалентны в некотором смысле гипотезе о существовании тяжелых партонов с непрерывным спектром масс.*

Отметим, что существование тяжелых партонов не исключается данными по глубоконеупругому рассеянию, если учесть, что вероятность найти тяжелые партоны в реальных адронах сильно подавлена, благодаря характерным свойствам волновых функций адронов в партонной модели.

Напротив, процесс аннигиляции пар e^+e^- в адроны, учитывающий в рамках однофотонного механизма вакуумные флюктуации всех заряженных полей, дает уникальную возможность обнаружения партонов с произвольно большими массами.

В настоящей заметке предлагается метод извлечения информации о спектре масс элементарных возбуждений адронного вакуума (партонов) непосредственно из экспериментальных данных о полном сечении аннигиляции пар e^+e^- в адроны.

---

* Укажем в этой связи на работу Кабиббо и Карла /5/, где рассматривается близкая модель семейства фермионов с монотонно растущим спектром масс.

Следуя работе /4/, введём функцию плотности $\rho_\alpha(m^2)$, определяющую число партонов типа α с массой m в интервале dm^2. Тогда полное сечение аннигиляции пар e^+e^- в адроны в однофотонном приближении определяется выражением

$$\sigma_{e^+e^-\to адроны}(q^2) = \sum_\alpha \int_0^{q^2/4} dm^2\, \rho_\alpha(m^2)\, \sigma_{e^+e^-\to\alpha\bar\alpha}(q^2, m^2). \qquad (I)$$

Здесь $\sigma_{e^+e^-\to\alpha\bar\alpha}(q^2,m^2)$ -сечение аннигиляции с образованием пары партонов $\alpha\bar\alpha$ с массами m, имеющее в пределе высоких энергий при фиксированном m^2 "точечноподобную" автомодельную асимптотику:

$$\sigma_{e^+e^-\to\alpha\bar\alpha}(q^2, m^2) \sim \frac{1}{q^2} e_\alpha^2, \quad q^2\to\infty, \quad m^2 \to фикс. \qquad (2)$$

Асимптотическое поведение полного сечения аннигиляции существенным образом зависит от свойств функций плотности $\rho_\alpha(m^2)$.

Рассмотрим далее случай партонов со спинами $1/2$ и 0. Тогда

$$\sigma_{e^+e^-\to\alpha\bar\alpha}(q^2, m^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2} K\left(\frac{m^2}{q^2}\right) e_\alpha^2, \qquad (3)$$

где

$$K\left(\frac{m^2}{q^2}\right) = \left(1+\frac{2m^2}{q^2}\right)\left(1-\frac{4m^2}{q^2}\right)^{1/2} \Theta(q^2-4m^2) \quad \text{для } S=\tfrac12,$$

$$K\left(\frac{m^2}{q^2}\right) = \frac14\left(1-\frac{4m^2}{q^2}\right)^{3/2} \Theta(q^2-4m^2) \quad \text{для } S=0.$$

Подставляя эти выражения в формулу (I), найдем

$$\sigma_{e^+e^-\to адроны}(q^2) = \frac{\pi\alpha^2}{3}\sum_\alpha C_\alpha(q^2)\, e_\alpha^2, \qquad (4)$$

где

$$C_\alpha(q^2) = (q^2)^{-3/2}\int_0^{q^2} d\mu^2\, \rho_\alpha\left(\frac{\mu^2}{4}\right)(q^2-\mu^2)^{1/2}\left(1+\frac{\mu^2}{2q^2}\right) \quad \text{для } S=\tfrac12,$$

$$C_\alpha(q^2) = (q^2)^{-5/2}\,\frac14\int_0^{q^2} d\mu^2\, \rho_\alpha\left(\frac{\mu^2}{4}\right)(q^2-\mu^2)^{3/2} \quad \text{для } S=0, \qquad (5)$$

$\mu^2 = 4m^2$.

Предполагая для простоты, что $\rho_\alpha(m^2)$ от α не зависит, и обозначая

$$\rho_\alpha(m^2) \equiv \rho(\mu^2), \quad \frac{\pi\alpha^2}{3}\sum e_\alpha^2 = C, \quad \sigma_{e^+e^-\to адроны} \equiv \sigma(q^2),$$

получаем следующие уравнения для определения спектральной плотности $\rho(\mu^2)$:

$$\sigma(q^2) = C(q^2)^{-3/2}\int_0^{q^2} d\mu^2\, \rho(\mu^2)(q^2-\mu^2)^{1/2}\left(1+\frac{\mu^2}{2q^2}\right) \quad \text{для } S=\tfrac12,$$

$$\sigma(q^2) = \frac14 C(q^2)^{-5/2}\int_0^{q^2} d\mu^2\, \rho(\mu^2)(q^2-\mu^2)^{3/2} \quad \text{для } S=0. \qquad (6)$$

Найдем решение интегрального уравнения (6) для случая партонов со спином $1/2$. Для этого представим (6) в виде:

$$g(q^2) = \int_0^{q^2} d\mu^2\, f(\mu^2)(q^2-\mu^2)^{3/2}, \qquad (7)$$

где

$$g(q^2) = (q^2)^{5/2}\sigma(q^2), \qquad f(\mu^2) = C\left(1+\frac{d}{d\mu^2}\mu^2\right)\rho(\mu^2).$$

Введем обобщенную однородную функцию $\Phi_\alpha(x)$, определяемую соотношениями /6/:

$$\Phi_\alpha(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} x_+^{\alpha-1}, & \alpha>0, \\ \Phi'_{\alpha+1}, & 0\geq\alpha. \end{cases} \qquad (8)$$

Тогда уравнение (7) можно представить в виде свёртки:

$$g(q^2) = \Gamma(\tfrac{5}{2}) \left[f * \Phi_{5/2} \right]. \tag{9}$$

Применяя известную теорему /6/, легко находим решение:

$$f(\mu^2) = \frac{1}{\Gamma(5/2)} \left[g * \Phi_{-5/2} \right]. \tag{10}$$

Таким образом, функция плотности партонов со спином $1/2$ связана с полным сечением аннигиляции пар e^+e^- выражением

$$\rho(\mu^2) = \left[c\, \Gamma(5/2)\, \mu^2 \right]^{-1} \left\{ \left[g * \Phi_{-3/2} \right] - (\mu^2)^{-1} \left[g * \Phi_{-1/2} \right] \right\}. \tag{11}$$

Соответствующая формула для случая $S = 0$ имеет вид:

$$\rho(\mu^2) = 4 \left[c\, \Gamma(5/2) \right]^{-1} \left[g(q^2) * \Phi_{-5/2} \right]. \tag{12}$$

В случае автомодельного асимптотического поведения полного сечения типа

$$\sigma(q^2) = A (q^2)_+^{\alpha-1} = A\, \Gamma(\alpha)\, \Phi_\alpha(q^2) \tag{13}$$

имеем при $\alpha > 0$:

$$g(q^2) = A\, \Gamma(\alpha + 5/2)\, \Phi_{\alpha+5/2}(q^2), \tag{14}$$

и, следовательно, функция плотности $\rho(\mu^2)$ оказывается пропорциональной полному сечению аннигиляции $\sigma(q^2 = \mu^2)$:

$$\rho(\mu^2) = \frac{A}{C} \frac{\Gamma(\alpha + 5/2)}{(\alpha+1)\, \Gamma(5/2)} \Phi_\alpha(\mu^2) = \frac{\alpha\, \Gamma(\alpha + \frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{3}{2})\, \Gamma(\alpha+2)} \frac{\sigma(\mu^2)}{C} \quad \text{для } S = \frac{1}{2}, \tag{15}$$

$$\rho(\mu^2) = \frac{4A}{C} \frac{\Gamma(\alpha + \frac{5}{2})}{\Gamma(\frac{5}{2})} \Phi_\alpha(\mu^2) = \frac{4}{C} \frac{\Gamma(\alpha + \frac{5}{2})}{\Gamma(\alpha)\, \Gamma(\frac{5}{2})} \sigma(\mu^2) \quad \text{для } S = 0.$$

Для "точечноподобного" поведения полного сечения, когда

$$\sigma(q^2) = \frac{A}{q^2} \qquad (\alpha = 0),$$

находим

$$\rho(\mu^2) = const \cdot \delta(\mu^2). \tag{16}$$

В случае $\alpha < 0$, как видно из (15), $\rho(\mu^2)$ теряет свойство положительной определенности.

Формулы (11-12) в принципе дают точное решение задачи об определении спектра масс партонов по заданному полному сечению аннигиляции пар e^+e^- в адроны. Следует, однако, отметить, что ввиду сингулярного характера входящих в эти формулы интегралов нахождение спектра масс партонов по известным экспериментальным данным о $\sigma_{e^+e^- \to \text{адроны}}(q^2)$ практически вряд ли возможно.

Более удобной может оказаться форма решения, использующая "усреднённое" с некоторым весом значение полного сечения аннигиляции.

Перепишем (11) в виде

$$S(\mu^2) = \frac{1}{\Gamma(\frac{5}{2})\, \Gamma(-\frac{5}{2})} \int_0^{\mu^2} dq^2 \, (\mu^2 - q^2)^{-7/2} (q^2)^{5/2} \sigma(q^2). \tag{17}$$

Определяя функцию

$$\ell(t) = \frac{1}{\Gamma(\frac{5}{2})\, \Gamma(-\frac{5}{2})} t^{5/2} (1-t)^{-7/2} \tag{18}$$

с нормой

$$\int_0^1 \ell(t)\, dt = 5/2,$$

получаем выражение:

$$\rho(\mu^2) = \int_0^1 dt \; \ell(t)\; S(\mu^2 t), \tag{19}$$

где

$$S(\mu^2) = \frac{1}{c(\mu^2)^2} \int^{\mu^2} dq^2 \; q^2\, \sigma(q^2) \tag{20}$$

есть сечение, усредненное по энергиям от минимального значения до $\mu = 2m$.

Найденный интеграл в общем случае требует регуляризации. Представляя решение для функции плотности $\rho(\mu^2)$ в виде свертки:

$$\rho(\mu^2) = \left[\Phi_{-5/2} * \frac{t^{5/2}}{\Gamma(5/2)} S(\mu^2 t) \right] , \tag{21}$$

трижды интегрируя по частям и используя свойства функций Φ_α, находим:

$$\rho(\mu^2) = \left[\Phi_{1/2} * D^3 \left\{ \frac{t^{5/2}}{\Gamma(5/2)} S(\mu^2 t) \right\} \right] , \tag{22}$$

где $D = \frac{\partial}{\partial t}$.

При условии существования третьей производной функции $S(\mu^2)$ интеграл (22) классически определен, что делает формулу (22) удобной для практических вычислений.

Рассмотрим, наконец, вопрос о возможности существования конечного швингеровского члена

$$ST = const \int_0^\infty dq^2\, q^2\, \sigma(q^2)$$

в данной модели.

Используя формулы (I) и (3), представим швингеровский член в виде:

$$ST = const \int_0^\infty dq^2\, q^2 \int_0^1 dx\, K(x)\, \rho(x q^2) =$$

$$= const \int_0^1 dx\, x^{-2} K(x) \int_0^\infty dq^2\, \rho(q^2)\, q^2 . \tag{23}$$

Легко видеть, что интеграл по dx расходится на нижнем пределе. Тем самым необходимое условие конечности швингеровского члена принимает вид

$$\int_0^\infty dq^2\, q^2\, \rho(q^2) = 0 , \tag{24}$$

что противоречит условию положительной определенности функции плотности $\rho(m^2)$.

В заключение отметим, что экспериментально наблюдаемому постоянному полному сечению аннигиляции пар e^+e^- в адроны в области высоких энергий соответствует асимптотически однородное распределение партонов по значениям квадрата масс.

Авторы благодарны Д.И. Блохинцеву, В.А. Мещерякову, Р.М. Мурадяну, А.Н. Тавхелидзе и Д.В. Ширкову за полезные обсуждения.

Литература

1. B.Richter. SLAC-PUB-1478, Stanford, 1974.
2. M.Gell-Mann. CERN TH 1453 (1972).
3. A.N.Tavkhelidze. High Energy and Elementary Particles. Vienna, 1965, p. 753.
4. В.А.Матвеев, Е.А.Толкачев. ОИЯИ, Р2-7965, Дубна, 1974.
5. N.Cabibbo, G.Karl. CERN TH 1858 (1974).
6. В.С.Владимиров. Уравнения математической физики, изд. 2, стр. 141, 142, "Наука", Москва, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 декабря 1974 года.