

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С346.46
В-552

3/III-75

P2 - 8444

803/2-75

М.Вишинеску, В.Дубовик

О РЕАКЦИИ $\pi^- p \rightarrow n \gamma \gamma'$

ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

1. Расчет простейших полюсных диаграмм

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

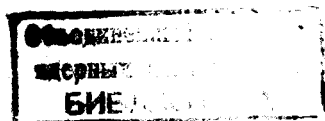
P2 - 8444

М.Вишinesку, В.Дубовик

О РЕАКЦИИ $\pi^- p \rightarrow n \gamma \gamma'$

ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

1. Расчет простейших полюсных диаграмм



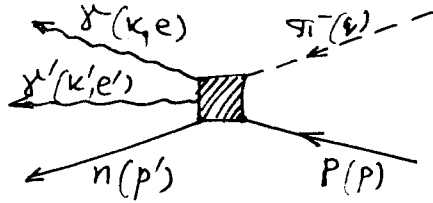
Реакция $\pi^- p \rightarrow n \gamma \gamma'$ может идти за счет нескольких процессов, каждый из которых несет важную информацию о структуре и динамике взаимодействия участвующих в нем частиц.

Изучение этих процессов может дать новую информацию для дисперсионного подхода, правил сумм и низкоэнергетических теорем и т.д. Наиболее интересен, по-видимому, процесс распада образовавшегося в результате перезарядки пиона ($\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma'$), когда масса пиона не лежит на массовой поверхности $q_V'^2 \neq \mu_0^2$. Данные о поведении вершинной функции $\pi^0 \gamma \gamma'$ позволили бы проверить такие капитальные предположения, как гипотеза PCAC и ее модификации, а также модели, позволяющие вычислять структурные параметры, вводимые при модификации PCAC. Изучение этого процесса помогло бы выяснить и аналитические свойства амплитуды перезарядки в области $0 < q_V'^2 < \mu_0^2$.

Поэтому, чтобы выяснить общую картину реакции, оценить порядки сечений и возможность выделения информации об отдельных процессах, в данной работе рассчитываются полюсные диаграммы с простейшими лагранжианами взаимодействий для всех вершин (по книге Швебера ^{3/}).

§ I. Обозначения, кинематика

Кинематические обозначения введем с помощью диаграммы



Используется метрика $(\alpha\beta) = \alpha_0\beta_0 - \vec{\alpha}\vec{\beta}$ и следующие обозначения и численные значения физических величин (все энергии в МэВ)^{1/4/}:

m (938,28) - масса нуклона (протона);

m_n (939,57) - масса нейтрона;

μ (139,57) - масса π^- -мезона;

μ_0 (134,96) и Γ_0 ($7,8 \cdot 10^{-6}$) - масса и ширина π^0 -мезона;

M (1232) и Γ_Δ (110) - масса и ширина Δ -резонанса;

$$\frac{G^2}{4\pi} = 14,64 \quad ; \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137} \quad ; \quad F = \frac{1}{4 \cdot 10^4} \text{ (МэВ)} - \text{константа распада}$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma' \quad ; \quad \frac{f_{\Delta^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0}^2}{4\pi} = 0,36 \text{ баг} \quad ; \quad \mu_p = \frac{1,79}{m} \quad ; \quad \mu_n = \frac{-1,91}{m_n}$$

Амплитуду процесса запишем в виде^{1/3/}:

$$T_{\pi^- \rightarrow n\gamma\gamma'} = -i \frac{e^2}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{m^2}{8kk'\omega\omega'}} \delta(p+q-p'-k-k') M,$$

а сечение

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 m^2}{16\pi^3} \frac{m^2}{[(p+q)^2 - \mu^2]^{1/2}} |M|^2 \frac{\delta(m+\omega-\omega'-k-k'-p_0')}{p_0'} \frac{d^3k d^3k'}{k k'}$$

Нас будет интересовать изменение энергии налетающего π^- -мезона в интервале $q_0^{kin} = (0 + 275)$ МэВ. Тогда максимальная общая энергия пиона и протона в СЦМ равняется:

$$E_c^{max} = \sqrt{2q_0^{max} m + m^2 + \mu^2} = 1295 \text{ МэВ.}$$

Отсюда следует, что в процессах с промежуточным нуклоном следует, вообще говоря, учитывать вклад резонанса Δ (1232).

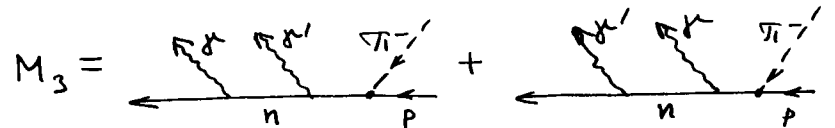
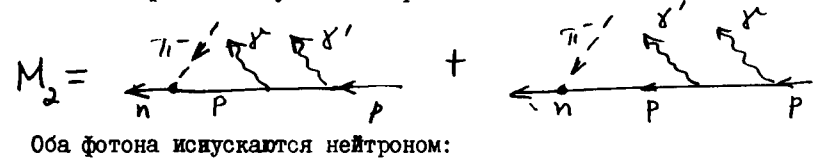
Вычислим также максимальную инвариантную массу промежуточного мезона, распадающегося на два фотона. Для этого при p_c^{max} положим $p' = (m, 0)$, тогда:

$$q_{max}'^2 = (P^{max} - p')^2 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ МэВ}^2 = (360 \text{ МэВ})^2 = (2,67 \mu_0)^2 = 7,1 \mu_0^2.$$

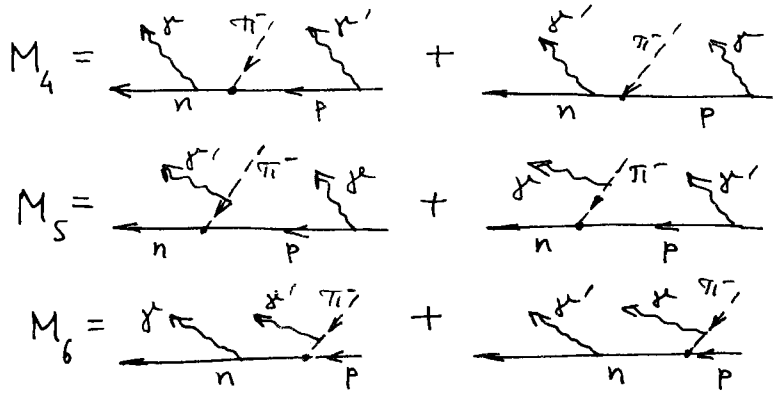
Т.о., интервал возможных изменений $q'^2 = (0 + 7,1) \mu_0^2$.

§ 2. Матричные элементы процессов

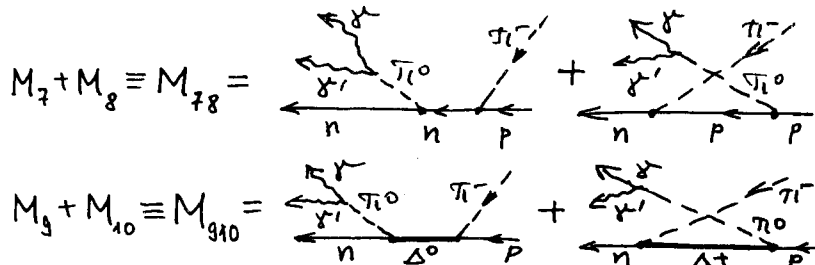
Процессы, приводящие к реакции $\pi^- \bar{p} \rightarrow n \gamma \gamma'$, описываются соответствующими группами диаграмм Фейнмана. Так, оба фотона могут быть испущены налетающим π^- -мезоном:



Далее перечислим промежуточные варианты:



Заметим, что на диаграммах 2-4 имеются два нуклонных промежуточных состояния, так что $M_{2,3,4} \sim \frac{1}{m^2}$, а потому для наших энергий (§ 1) вкладом $|M_2 + M_3 + M_4|^2$ и $(M_2 + M_3 + M_4)(M_5^* + M_6^*) + \text{комп. сопр.}$ пренебрежем. Тем более пренебрежем для этих процессов каналом с промежуточным состоянием Δ (1232). Для наиболее же интересующего нас процесса с распадом $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma'$ учтем оба канала:



Отметим, что поскольку для частиц со спином 3/2 не решен вопрос о виде пропагатора вне массовой оболочки, мы используем общий

его вид, приведенный в работе /6a/. При этом M_9 , например, выглядит так:

$$M_9 = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_\mu e'_\nu k_\rho k'_\sigma \frac{F(2kk')}{2kk' - \mu_0^2 + i\mu_0\Gamma_\mu} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \left(\frac{f}{\mu}\right)^2 \bar{u}(p') \left[(k+k')_\alpha + \alpha \gamma_\alpha (\hat{k} + \hat{k}') \right] \cdot \left\{ \frac{\hat{p} + \hat{q} + M}{(p+q)^2 - M^2 - iM\Gamma_\Delta} \left[-g_{\alpha\beta} + \frac{1}{3} \gamma_\alpha \gamma_\beta + \frac{2}{3M^2} (p+q)_\alpha (p+q)_\beta - \frac{1}{3M} (p_\alpha \gamma_\beta + q_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\alpha p_\beta - \gamma_\alpha q_\beta) \right] + \frac{1}{3M^2} \frac{A+1}{2A+1} \left[\gamma_\alpha \left(\frac{1}{2} \frac{A+1}{2A+1} \hat{p} + \frac{1}{2} \frac{A+1}{2A+1} \hat{q} + \frac{AM}{2A+1} \right) \gamma_\beta - \gamma_\alpha p_\beta + \gamma_\alpha q_\beta + p_\alpha \gamma_\beta + q_\alpha \gamma_\beta \right] \right\} \cdot (q_\beta + \alpha \gamma_\beta \hat{q}) u(p),$$

где α и A — некоторые постоянные величины (о выборе их см. /6a/, а также /6b/). Матричные элементы M_{910} можно переписать в стандартном виде:

$$M_{910} = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_\mu e'_\nu k_\rho k'_\sigma \frac{F(2kk')}{2kk' - \mu_0^2 + i\mu_0\Gamma_\mu} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \left(\frac{f}{\mu}\right)^2 \bar{u}(p') [B + \hat{q}C] u(p).$$

Выражения для коэффициентов B и C даны в приложении 2.

Далее произведен расчет вероятностей перечисленных процессов (с суммированием или с усреднением по спиновым состояниям частиц). Структура полученного выражения воспроизводится таблицей с очевидными обозначениями. Здесь мы приведем результаты расчетов наиболее интересующих нас диаграмм I, 7, 8, 9, 10 (приложение I). Полное выражение, соответствующее таблице I, содержится в депонированной публикации ОИЯИ, БИ-2-8446.

§ 3. Обсуждение результатов

Таблица

	M_1^*	M_2^*	M_3^*	M_4^*	M_5^*	M_6^*	M_7^*	M_8^*	M_9^*	M_{10}^*
M_1	x	x	x	x	x	0	0	0	0	0
M_2	x						x	x	x	x
M_3	x		не считались				x	x	x	x
M_4	x						x	x	x	x
M_5	x				x	x	x	x	x	x
M_6	0				x	x	x	x	x	x
M_7	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x
M_8	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x
M_9	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x
M_{10}	0	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Прежде всего отметим, что имеется согласие между нашими результатами и результатами Балдина^{/1/}, оценивавшего M_1-M_6 , и Лалидуса и Мусаханова^{/2/}, рассматривавших двойной радиационный захват протонами остановившихся π^- -мезонов. При подстановке в наши выражения $q = (\mu, 0)$ удается выделить члены, совпадающие с формулами (13)-(15) работы^{/2/}. Приведем несколько оценок, сделанных для случая, рассмотренного в^{/2/}.

При облучении π^- -мезонами протонов, кроме реакции $\pi^-p \rightarrow \gamma\gamma'$, идут и более изученные реакции $\pi^-p \rightarrow n\pi^0$ и $\pi^-p \rightarrow n\gamma'$. При захвате остановившихся пионов кинетические энергии нейтронов ограничены в последних двух реакциях интервалами $W = (0,42+8,9)$ МэВ и $W = (0+8,9)$ МэВ соответственно. Укажем различие зависимостей от W вероятностей излучения двух фотонов в интервале $W = (0+8,9)$ МэВ отрицательным пионом ($|M_1|^2$) и нейтральным пионом ($|M_7 + M_8|^2$). Для простоты рассмотрим случай разлета фотонов в противоположных направлениях $\vec{k} = -\vec{k}'$, $\varphi_{22'} = \pi$.

Если при $W_{max} = 8,9$ МэВ

$$R = \frac{|M_1|^2}{|M_7 + M_8|^2} = \frac{0,2 \cdot 10^{-10}}{0,4 \cdot 10^{-13}} = 2 \cdot 10^3$$

, то на пороге перезарядки R уже равно $R = \frac{0,15 \cdot 10^{-10}}{0,25 \cdot 10^{-10}} = 3/5$. Поэтому именно вблизи этой энергии Лалидус и Мусаханов^{/2/} и предлагают определять знак амплитуды $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma'$ по интерференционному члену $(M_7 + M_8) (M_2^* + \dots)$ + к.с. Заметим, что ниже порога перезарядки при $W \rightarrow 0$ вклад $|M_1|^2 \sim W \rightarrow 0$, вклады в вероятность испускания фотонов нуклонами остаются на предыдущем уровне $\approx 0,1 |M_7 + M_8|^2_{W=0,42}$, а матричные элементы $|M_7 + M_8|^2$ возрастают еще в 16 раз, так как

пропагатор π^0 -мезона превращается в $(2\mu\delta)^{-1}$. Т.о., для выделения процесса излучения двух фотонов за счет распада выгодны большие углы разлета фотонов и отсутствие отдачи у нейтрона.

Полный анализ хода вероятностей в интервале передач $q'^2 = (0 + 7,1)\mu_0^2$ предполагается сделать с помощью ЭВМ.

§ 4. Формфакторе распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$

Здесь мы приведем результаты, полученные с помощью моделей, в которых вводятся только известные частицы. Прежде всего приведем результат (см., например, /7/), следующий из расчета треугольной диаграммы с промежуточными нуклонами, впервые рассмотренной Стейнбергером:

$$F(q^2, k^2=0, k'^2=0) = 1 + \frac{1}{12} \frac{q'^2}{m^2} + \frac{1}{50} \left(\frac{q'^2}{m^2}\right)^2 + \dots \quad (q^2 < 4m^2)$$

Формула предсказывает рост формфактора в интервале $(0 + 7,1)\mu_0^2$ на 1,3%.

Бóльшие числа будут, очевидно, предсказывать модели, использующие идею векторной доминантности. Епифанов и Филиппов рассмотрели в лестничном приближении уравнение Эдвардса для вершинной функции неперенормируемого PVV -взаимодействия.

Их результат для нашего случая дает

$$F(q^2, k^2=0, k'^2=0) = 1 + 0,33 \frac{q'^2}{m_p^2} \left(1 + \frac{1}{6} \frac{q'^2}{m_p^2}\right) + \dots \quad (q^2 < m_p^2)$$

В этой модели в точке $q'^2 = 7,1\mu_0^2$ формфактор возрастает уже на 7,5%.

Из этих оценок следует, что в некоей модели, объединяющей эти два механизма и учитывающей более высокие резонансы, мы получим рост порядка 10%.

Авторы благодарны С.Б.Герасимову, А.Б.Говоркову, Б.Б.Говоркову, В.С.Замиралову, Л.И.Лапидусу, А.Т.Филиппову и особенно Л.Л.Неменову за полезные обсуждения вопросов, связанных с этой работой.

Приложение I

$$|M_1|^2 = \frac{P'_0 - m}{m} \frac{G^2 (\mu^2 - 2qk - 2qk' + 2kk') E(0)}{(qk)^2 (qk')^2 (qk + qk' - kk')^2};$$

$$P = 0;$$

$$E(0) = (1 + \cos^2 \varphi_{z\bar{z}z'}) (qk)(qk') + \bar{q}^4 (1 - \cos^2 \varphi_{\bar{z}\bar{z}q}) \cdot$$

$$\cdot (1 - \cos^2 \varphi_{\bar{z}\bar{z}q'}) (qk + qk')^2 + \bar{q}^2 \bar{k}^2 (1 - \cos^2 \varphi_{\bar{z}\bar{z}k}) \cdot$$

$$\cdot (1 - \cos^2 \varphi_{\bar{z}\bar{z}k'}) (qk')^2 + \bar{q}^2 \bar{k}'^2 (1 - \cos^2 \varphi_{\bar{z}\bar{z}q'}) (1 - \cos^2 \varphi_{\bar{z}\bar{z}k'}) \cdot$$

$$\cdot (qk)^2 - 2 \left[\bar{q}^2 - \frac{(\bar{q}\bar{k})^2}{\bar{k}^2} - \frac{(\bar{q}\bar{k}')^2}{\bar{k}'^2} + \frac{(\bar{q}\bar{k})(\bar{q}\bar{k}')(\bar{k}\bar{k}')}{\bar{k}^2 \bar{k}'^2} \right] \cdot$$

$$(qk)(qk')(qk + qk') + 2(qk)(qk')^2 \left[(\bar{q}\bar{k}) \cos^2 \varphi_{\bar{z}\bar{z}k'} - \frac{(\bar{q}\bar{k}')(\bar{k}\bar{k}')}{\bar{k}^2} \right] - 2\bar{q}^2 (1 - \cos^2 \varphi_{\bar{z}\bar{z}k}) \left[\bar{q}\bar{k} - \frac{(\bar{q}\bar{k}')(\bar{k}\bar{k}')}{\bar{k}^2} \right] \cdot$$

$$\cdot (qk')(qk + qk') - 2\bar{q}^2 (1 - \cos^2 \varphi_{\bar{z}\bar{z}q'}) \left[\bar{q}\bar{k}' - \frac{(\bar{q}\bar{k})(\bar{k}\bar{k}')}{\bar{k}^2} \right] (qk)(qk + qk') + 2 \left[\bar{q}\bar{k}' - \frac{(\bar{q}\bar{k})(\bar{k}\bar{k}')}{\bar{k}^2} \right] \cdot$$

$$\cdot \left[\vec{q} \vec{k} - \frac{(\vec{q} \vec{k}')(\vec{k} \vec{k}')}{k^2 k'^2} \right] (q_k)(q_{k'}) + 2(q_k)^2(q_{k'})$$

$$\cdot \left[(\vec{q} \vec{k}') \cos^2 \varphi_{\vec{k} \vec{k}'} - \frac{(\vec{q} \vec{k})(\vec{k} \vec{k}')}{k^2} \right];$$

$$|M_{78}|^2 = \frac{8}{m^2} \frac{G^2(\mu^2) G^2(2kk') F^2(2kk')}{(2kk' - \mu_0^2)^2 + \mu_0^2 \Gamma_\mu^2}$$

$$\cdot \frac{(q_k + q_{k'})^2 (k k')^2}{(2pq + \mu^2)^2 (-2p'q' + \mu^2)^2} \left[2(pq)(p'q') + \mu^2 m^2 - \mu^2 (pp') \right];$$

$$M_{78} M_{910}^* + M_{78}^* M_{910} =$$

$$= \frac{4}{3m^2} \left(\frac{f}{\mu}\right)^2 \frac{G^2(\mu^2) G^2(2kk') F^2(2kk') (q_k + q_{k'}) (k k')^2}{(2pq + \mu^2)(2p'q' - \mu^2) [(2kk' - \mu_0^2)^2 + \mu_0^2 \Gamma_\mu^2]}$$

$$\left\{ m(pq + p'q') (B + B^*) + [\mu^2 m^2 + 2(pq)(p'q') - \mu^2 (pp')] \cdot (C + C^*) \right\};$$

$$|M_{910}|^2 = \frac{2}{9m^2} F^2(2kk') \left(\frac{f}{\mu}\right)^4$$

$$\cdot \frac{(k k')^2}{(2kk' - \mu_0^2)^2 + \mu_0^2 \Gamma_\mu^2} \left[|B|^2 (pp' + m^2) + m(BC +$$

$$+ BC^*) (pq + p'q') + |C|^2 [\mu^2 m^2 + 2(pq)(p'q') - \mu^2 (pp')] \right]$$

Приложение 2

$$B = B(q, Q) - B(-Q, -q);$$

$$C = C(q, Q) - C(-Q, -q); \quad Q = k + k'$$

$$B(q, Q) = \frac{1}{m^2 + q^2 + 2pq - M^2 - iM\Gamma_\Delta}$$

$$\left\{ \frac{2 [(pq) + q^2 + xq^2 + 2x(pq)]}{3M^2} (mqQ + mpQ + 2mqQ + 2MpQ - \frac{1}{2}Mq^2 - MpQ) +$$

$$+ \frac{M - 5xM - xm}{3M} (mq^2 + Mq^2 + 2mpq + 2MpQ) +$$

$$+ \frac{2xM - M - 2xm}{3M^2} (pQ + qQ)(2pq + q^2) - mqQ - MqQ \right\} +$$

$$+ \frac{A+1}{3M^2(2A+1)} (q^2 + 2pq) \frac{(6Ax + 4x - A - 1)m + 2AM - 4AMx}{2(2A+1)} +$$

$$+ \frac{x}{m^2 + q^2 + 2pq - M^2 + iM\Gamma_\Delta} \left\{ \frac{2 [(pq) + q^2 + xq^2 + 2x(pq)]}{3M^2} \cdot$$

$$(2mqQ + 4MqQ + 4MpQ + 2mpQ - 4Mq^2 - 8MpQ) +$$

$$+ \frac{M - 5xM - xm}{3M} (6mq^2 + 12mpq + 4Mq^2 + 8MpQ) +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2xM - M - 2xm}{3M^2} \left[4(pQ)(pq) + 4(qQ)(pq) + 2mMpq + \right. \\
& + 2q^2(pQ) + 2q^2(qQ) - m^2q^2 - 2m^2pq + Mmq^2 - 4q^2(pq) - \\
& - q^4 - 4(pq)^2 \left. \right] - 2mqQ - 2MqQ + mq^2 + Mq^2 + 2mpq + \\
& + 2Mpq \left. \right\} + \frac{x(A+1)}{3M^2(2A+1)} \left[3(q^2 + 2pq) \cdot \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \frac{(6Ax + 4x - A - 1)m + 2AM - 4AMx}{2A+1} + \\
& \left. + m(2x-1)(q^2 + 2pq) \right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C(p, Q) &= \frac{1}{m^2 + q^2 + 2pq - M^2 + iM\Gamma_\Delta} \cdot \\
& \frac{2[(pq) + q^2 + xq^2 + 2x(pq)]}{3M^2} (qQ + pQ + \frac{1}{2}mM + \frac{1}{2}M^2) + \\
& + \frac{M - 5xM - xM}{3M} (2qQ + 2pQ - 2pq - 2m^2 - q^2 - 2mM) + \\
& + \frac{2xM - M - 2xm}{3M^2} (pQ + qQ)(M - m) - qQ \left. \right\} + \\
& + \frac{A+1}{3M^2(2A+1)} \left[\frac{-q^2(1+3A+6Ax+4x)}{2(2A+1)} + \right. \\
& \left. + \frac{2(pq)(-A-6Ax-4x) - 2m^2(6Ax+4x-A-1) - 4mAM(1-2x)}{2(2A+1)} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (qQ + pQ)(2x-1) \left. \right\} + \\
& + \frac{x}{m^2 + q^2 + 2pq - M^2 + iM\Gamma_\Delta} \left\{ \frac{2[(pq) + q^2 + xq^2 + 2x(pq)]}{3M^2} \cdot \right. \\
& \cdot (2qQ + 2pQ + 4mM + 2M^2 - m^2 - q^2 - 2pq) + \\
& + \frac{2xm - M - 2xm}{3M^2} (2MpQ + 2MqQ - 2mpQ - 2mqQ + \\
& + 2m^3 + 4mpq - 2Mpq + 2mq^2 - 2m^2M - Mq^2) - \\
& - 2qQ - 2m^2 + q^2 - 2mM \left. \right\} + \\
& + \frac{M - 5xM - xM}{3M} (4pQ + 4qQ - 12pq - 12m^2 - 6q^2 - \\
& - 8mM) + \\
& + \frac{(A+1)x}{3M^2(2A+1)} \left[\frac{3q^2(-1-3A-6Ax-4x) - 6pq(A+6Ax+4x)}{2A+1} \right. \\
& - 6m \frac{(6Ax+4x-A-1)m + 2AM - 4AMx}{2A+1} + \\
& + (2x-1)(2pQ + 2qQ - q^2 - 2pq) - \\
& \left. - 2m^2(2x-1) \right].
\end{aligned}$$

Л и т е р а т у р а

1. P.M.Vasilevski et al. Nucl.Phys. B9, 673 (1969).
2. Л.И.Липидус, М.М.Мусаханов. ЯФ, 15, 1002 (1972).
3. С.Швебер, Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, М, ИИЛ, 1963.
4. Review of Particle Properties. Phys.Lett., 50B, 1 (1974).
5. G.Ebel et al. Nucl.Phys. B32, 317 (1971).
6. а) B.J.Read. Nucl.Phys.B52, 565 (1973);
в) M.G.Olsson et al. Phys.Rev., D7, 3444 (1973).
7. R.Ito. Preprint, Kyoto University (1974).
8. Ю.Н.Епифанов, А.Т.Филиппов. ЯФ, 1286 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел

16 декабря 1974 г.