ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 8415

Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу

ПРЕДСТАВЛЕНИЯ АЛГЕБРЫ ТОКОВ В ПРОСТРАНСТВЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И ПОЛУЛЕПТОННЫХ ПРОЦЕССОВ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8415

Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу

ПРЕДСТАВЛЕНИЯ АЛГЕБРЫ ТОКОВ В ПРОСТРАНСТВЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И ПОЛУЛЕПТОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Направлено в Nuclear Physics

Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу

Р2 - 8415

Представления алгебры токов в пространстве асимптотических полей и полулептонные процессы

Выводятся некоторые экспериментальные следствия, вытекающие из схемы реализации неприводимых представлений алгебры токов $SU(6)\times SU(6)$, предложенной в предыдущей работе (препринт ОИЯИ, Р2-7675 (1974)). Эти следствия проявляются в слабых и электромагнитных полулептонных процессах при некоторой определенной кинематике.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1974

Dao Vong Dyc, Nguyen Van Hieu

P2 - 8415

Representations of Current Algebra in the Space of Asymptotic Fields and Semileptonic Processes

We derive some experimental consequences of the scheme of realizing the irreducible representions of the $SU(6)\times SU(6)$ current algebra proposed in our previous work /1/. These consequences display themselves in the semileptonic processes at some definite kinematics.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

1. В предыдущей работе /1/ мы предложили метод реализации неприводимых представлений алгебры токов $SU(6)\times SU(6)$ /2/ и рассмотрели возможность классификации адронов по этим представлениям. По существу наш метод представляет собой обобщение присоединенного представления, а именно - представления реализуются в виде одновременных коммутационных соотношений между генераторами

$$Q^{V}_{\mu a}(x_0) \equiv \int d\vec{x} J^{V}_{\mu a}(x),$$
$$Q^{A}_{\mu a}(x_0) \equiv \int d\vec{x} J^{A}_{\mu a}(x) \qquad /1/$$

и асимптотическими полевыми операторами. Такой метод реализации алгебры токов позволяет нам освободиться от трудности, встречающейся при реализации этой алгебры в гильбертовом пространстве векторов состояния /3, 4/ и вызванной тем фактом, что при действии на одночастичные состояния токи переводят их в многочастичные состояния.

Для барионного мультиплета, а также мезонного мультиплета, отличного от 35-плета, мы имеем /1/:

$$[G_I, a^+_{sq}] = a^+_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}, \quad [G_I, b_{sq}] = b_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq},$$
$$[G^5_I, a^+_{sq}] = b_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}, \quad [G^5_I, b_{sq}] = a^+_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}. \qquad /2/$$

Здесь через G_I обозначается оператор Q^V_{0a} или Q^A_{ia}, G^5_I - оператор Q^A_{0a} или Q^V_{ia}, a^+_{sq} и b_{sq} - операторы рождения частицы и уничтожения античастицы в покое со спиновым состоянием S и унитарным состоянием q, соответственно: $(S_I)_{s'q',sq}$ - матричные элементы, определяющие представления. В частности, для барионного 56-плета эти матричные элементы могут быть определены по формуле:

$$(S_I)_{s'q',sq} = 3\psi^{+\alpha a,\beta b,\gamma c}(s'q')(\lambda_I)^{\alpha'a'}_{\alpha a}\,\psi_{\alpha'a',\beta b,\gamma c}(sq), \qquad /3/$$

где λ_I - матрица $1 \times \frac{\lambda_a}{2}$ или $\sigma_i \times \frac{\lambda_a}{2}$, $\psi_{\alpha a,\beta b,\gamma c}$- симметричный спинор третьего ранга группы $SU(6)$, описывающий волновые функции барионов рассматриваемого мультиплета в покое /5/ :

$$\psi_{\alpha a,\beta b,\gamma c}(sq) = \chi_{\alpha\beta\gamma}(s)\,D_{abc}(q) +$$

$$+\frac{1}{3\sqrt{2}}\{\epsilon_{\alpha\beta}\chi_{\gamma}(s)\,\epsilon_{abd}\,N^d_c(q) + \text{цикл}\}.$$

Для мезонного 35-плета мы имеем соответствующие формулы, отличающиеся от /2/ лишь тем, что теперь вместо коммутаторов $[G_I, a^+_{sq}]$, ... стоят "нормальные" коммутаторы

$$[G_I, a^+_{sq}]_0 \equiv [G_I, a^+_{sq}] - \langle 0|[G_I, a^+_{sq}]|0\rangle.$$

В настоящей работе мы выводим некоторые следствия указанных выше коммутационных соотношений /2/, которые проявляются в полулептонных процессах при некоторой определенной кинематике.

2. Рассмотрим сначала процесс аннигиляции нуклон-антинуклонной пары в покое

$$N + \tilde{N} \to e^+ + e^-. \qquad /4/$$

Вероятность этого процесса определяется матричным элементом

$$\langle 0|J^e_\mu(0)|N(\vec{0}s)\tilde{\tilde{N}}(\vec{0}r)\rangle_{in} = \bar{v}_r(\vec{0})[\gamma_\mu F^N_1(4M^2) - i\sigma_{\mu 0}\cdot 2MF^N_2(4M^2)]u_s(\vec{0}), \qquad /5/$$

где $F^N_{1,2}$- электромагнитные формфакторы нуклона, M - его масса.

С помощью коммутационных соотношений /2/ и выражения для матричного элемента /3/ с $\lambda^e_i = \sigma_i \times \frac{1}{2}(\lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8)$, находим:

$$\langle 0|Q^e_i|p(0\,s)\tilde{\tilde{p}}(\vec{q}r)\rangle_{in} = \langle 0|Q^e_i a^{(in)+}_p(\vec{0}s)|\tilde{\tilde{p}}(\vec{q}r)\rangle =$$

$$\langle 0|[Q^e_i, a^{(in)+}_p(\vec{0}s)]|\tilde{\tilde{p}}(\vec{q}r)\rangle = (\sigma_i)_{s's}\langle\tilde{\tilde{p}}(\vec{0}s')|\tilde{\tilde{p}}(\vec{q}r)\rangle =$$

$$= (2\pi)^3\,\delta(\vec{q})\,(\sigma_i)_{rs}. \qquad /6/$$

С другой стороны, из /5/ следует:

$$\langle 0|Q^e_i|p(\vec{0}s)\tilde{\tilde{p}}(\vec{q}r)\rangle_{in} = (2\pi)^3\delta(\vec{q})[F^p_1(4M^2) + 2MF^p_2(4M^2)](\sigma_i)_{rs}. \qquad /7/$$

Отсюда получим:

$$G^p_M(4M^2) \equiv F^p_1(4M^2) + 2MF^p_2(4M^2) = 1. \qquad /8/$$

Аналогично, для формфактора нейтрона имеем:

$$G_M^n(4M^2) \equiv F_1^n(4M^2) + 2MF_2^n(4M^2) = -\frac{2}{3}. \qquad /9/$$

Значения /8/ и /9/ для формфакторов соответствуют следующим значениям для вероятности аннигиляции нуклон-антинуклонной пары в покое:

$$W_{p\tilde{p}\to e^+e^-} = \frac{9}{4} W_{n\tilde{n}\to e^+e^-} = \frac{\pi a^2}{M^2}, \quad a \equiv \frac{e^2}{4\pi}. \qquad /10/$$

Отметим, что в случае реализации алгебры токов в пространстве векторов состояния с точной симметрией $Q_i^e|0> = 0$, и тогда вместо /8/ и /9/ мы имели бы /6/:

$$F_1^N(4M^2) + 2MF_2^N(4M^2) = 0.$$

Рассмотрим теперь амплитуду процесса рождения пары e^+e^- при πp -соударении:

$$\pi(\vec{q}) + p(\vec{o}) \to p(\vec{q}) + e^+(\vec{k}_1) + e^-(\vec{k}_2) \qquad /11/$$

с $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$. Эта амплитуда определяется матричным элементом $<p(\vec{q})|J_\mu^e(0)|\pi(q)\vec{p}(0)>_{in}$. Очевидно, что матричные элементы

$$<p(\vec{p})|Q_\mu^e|\pi(\vec{q})\,p(\vec{0})>_{in} \equiv \int d\vec{x}<p(\vec{p})|J_\mu^e(0,\vec{x})|\pi(\vec{q})\vec{p}(\vec{0})> \qquad /12/$$

равны нулю при $\mu = 0$. Кроме того, с помощью коммутационных соотношений /2/ находим:

$$<p(\vec{p})|Q_i^e|\pi(q)\,\vec{p}(\vec{0})>_{in} = <p(\vec{p})|Q_i^e a_p^{(in)+}(\vec{0})|\pi(\vec{q})> =$$

$$= <p(\vec{p})|a_p^{(in)+}(\vec{0})\,Q_i^e|\pi(q)> = (2\pi)^3\delta(\vec{p})<0|Q_i^e|\pi(\vec{q})> =$$

$$= (2\pi)^6\,\delta(\vec{p})\,\delta(\vec{q})<0|J_i^e(0)|\pi(\vec{0})> = 0. \qquad /13/$$

Следовательно,

$$<p(\vec{q})|J_\mu^e(0)|\pi(\vec{q})\,p(\vec{0})>_{in} = 0. \qquad /14/$$

Таким образом, амплитуда процесса /11/ при указанной кинематике равна нулю. Процесс /11/ уже экспериментально изучался в некоторых работах. Однако данных по указанной кинематике, насколько нам известно, еще нет. Для проверки соотношений /14/ было бы целесообразным проведение соответствующих измерений.

3. С помощью коммутационных соотношений /2/ можно также простым образом получить известный результат из SU(6) – симметрии по константе перенормировки слабого взаимодействия:

$$\frac{G_A}{G_V} = \frac{5}{3}. \qquad /15/$$

Для этого мы вычисляем матричные элементы $<p(\vec{0}r)|Q_{01}^V + iQ_{02}^V|n(\vec{p}s)>$ и $<p(\vec{0}r)|Q_{i1}^A + iQ_{i2}^A|n(\vec{p}s)>$, поступая аналогично предыдущему. В результате имеем:

$$<p(\vec{0}r)|J_{01}^V + iJ_{02}^V|n(\vec{0}s)> = \delta_{rs}, \qquad /16/$$

$$<p(\vec{0}r)|J_{i1}^A + iJ_{i2}^A|n(\vec{0}s)> = \frac{5}{3}(\sigma_i)_{rs}. \qquad /17/$$

Из /16/, /17/ и выражения для тока, не изменяющего странности

$$J_\mu^{(\Delta S=0)} = J_\mu^{V(\Delta S=0)} - J_\mu^{A(\Delta S=0)} = c[(J_{\mu1}^V - iJ_{\mu2}^V) - (J_{\mu1}^A - iJ_{\mu2}^A)],$$

находим

$$G_V = c, \quad G_A = \frac{5}{3}c,$$

и, следовательно, /15/.

Таким образом, все три схемы - обычная схема симметрии $SU(6)$, схема реализации алгебры токов в гильбертовом пространстве векторов состояния /с насыщением коммутаторов одночастичными промежуточными состояниями/ и наша схема реализации - приводят к одному и тому же результату /15/.

Аналогичным образом мы можем определить константу перенормировки, соответствующую переходу с изменением странности $n \to \Sigma^-$. Для этого вычисляем матричные элементы $\langle\Sigma^-(\vec{0}r)|Q^V_{04}-iQ^V_{05}|n(\vec{p}s)\rangle$ и $\langle\Sigma^-(\vec{0}r)|Q^A_{i4}-iQ^A_{i5}|n(\vec{p}s)\rangle$. При этом находим:

$$\langle\Sigma^-(\vec{0}\,r)\,|J^V_{04} - iJ^V_{05}|\,n(\vec{0}\,s)\rangle = -\delta_{rs}\,, \qquad /18/$$

$$\langle\Sigma^-(\vec{0}r)\,|J^A_{i4} - iJ^A_{i5}\,|\,n(\vec{0}\,s)\rangle = \frac{1}{3}(\sigma_i)_{rs}\,. \qquad /19/$$

Из /18/, /19/ и выражения для тока, меняющего странности,

$$J_\mu^{(\Delta S=1)} = J_\mu^{V(\Delta S=1)} - J_\mu^{A(\Delta S=1)} = c'[(J^V_{\mu4}-iJ^V_{\mu5}) - (J^A_{\mu4}-iJ^A_{\mu5})],$$

получим /в приближении $M_n \approx M_\Sigma$ /:

$$\frac{g^A(0)}{g^V(0)} \approx -\frac{1}{3} \quad \text{/экспериментальное значение} \approx -/0{,}25 \pm 0{,}11/, \qquad /20/$$

где $g^{V,A}(t)$- формфакторы, входящие в выражения для матричных элементов токов $J_\mu^{(\Delta S=1)}$ между состояниями n и Σ^- :

$$\langle\Sigma^-(p')\,|J_\mu^{V(\Delta S=1)}(0)\,|n(p)\rangle =$$

$$= i\bar{u}(p')\{\gamma_\mu g^V(t) + i\sigma_{\mu\nu}(p'-p)^\nu h^V(t) + (p'_\mu - p_\mu)k^V(t)\}\cdot u(p),$$

$$\langle\Sigma^-(p')\,|J_\mu^{A(\Delta S=1)}(0)\,|n(p)\rangle = \qquad /21/$$

$$= i\bar{u}(p')\{\gamma_\mu g^A(t) + i\sigma_{\mu\nu}(p'-p)^\nu h^A(t) + (p'-p)_\mu k^A(t)\}\cdot\gamma_5 u(p).$$

Наконец, рассмотрим процессы рассеяния

$$\tilde{\bar{\nu}} + p \to e^+ + n, \qquad /22/$$

$$\tilde{\bar{\nu}}_e + p \to e^+ + \Delta^\circ. \qquad /23/$$

под нулевым углом. Сечения этих процессов определяются матричными элементами

$$T = -\frac{G}{\sqrt{2}}\bar{v}_{(\nu)}(\vec{k})\,\gamma^\mu(1-i\gamma_5)\,v_{(e)}(\vec{k})\times$$

$$\times\langle{}^{n}_{\Delta^\circ}(\vec{0}r)\,|(J^V_{\mu1}-iJ^V_{\mu2}) - (J^A_{\mu1}-iJ^A_{\mu2})\,|\,p(\vec{0}\,s)\rangle\,, \qquad /24/$$

С помощью коммутационных соотношений /2/ и выражения для матричного элемента /3/ можно найти:

$$\langle n(\vec{0}\,r)\,|J^V_{ia}|\,p(\vec{0}\,r)\rangle = \langle n(\vec{0}r)\,|J^A_{0a}|\,p(\vec{0}s)\rangle = 0,$$

$$\langle\Delta^\circ(\vec{0}r)\,|J^V_{\mu a}|\,p(\vec{0}s)\rangle = \langle\Delta^\circ(\vec{0}\,r)\,|J^A_{0a}|\,p(\vec{0}\,s)\rangle = 0,$$

$$\langle\Delta^\circ(\vec{0}\,\tfrac{3}{2})\,|J^A_{i1} - iJ^A_{i2}|\,p(\vec{0}\,\tfrac{1}{2})\rangle = \sqrt{3}\langle\Delta^\circ(\vec{0}\,\tfrac{1}{2})J^A_{i1}-iJ^A_{i2}\,|p(\vec{0}-\tfrac{1}{2})\rangle =$$

$$= -\sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_i)_{12}\,,$$

$$<\Delta^\circ(\vec{0}\,\tfrac{1}{2})|\,J^A_{i1} - iJ^A_{i2}\,|p(\vec{0}\,\tfrac{1}{2})> = <\Delta^\circ(\vec{0}-\tfrac{1}{2})|\,J^A_{i1} - iJ^A_{i2}\,|p(\vec{0}-\tfrac{1}{2})> =$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{3}(\sigma_i)_{11},$$

$$<\Delta^\circ(\vec{0}-\tfrac{1}{2})|J^A_{i1} - iJ^A_{i2}\,|p(\vec{0}\,\tfrac{1}{2})> = \frac{1}{\sqrt{3}}<\Delta^\circ(\vec{0}-\tfrac{3}{2})|J^A_{i1} - iJ^A_{i2}\,|p(\vec{0}-\tfrac{1}{2})> =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3}(\sigma_i)_{21}. \qquad /25/$$

Подставляя /25/, /16/ и /17/ в /24/, получим

$$\frac{1}{4}\Sigma|T|^2 = \frac{34}{9}\,\frac{G^2\vec{k}^2}{m_e m_\nu}, \qquad /26/$$

и

$$\frac{1}{4}\Sigma|T|^2 = \frac{8}{9}\,\frac{G^2\vec{k}^2}{m_e m_\nu}. \qquad /27/$$

для процесса /22/ и /23/, соответственно. Здесь сумма Σ проводится по всем поляризациям всех частиц, входящих в реакцию. Таким образом, в приближении $M_N \approx M_\Delta$ получим следующее соотношение дифференциальных сечений процессов /22/ и /23/ под нулевым углом:

$$\frac{d\sigma(n)}{d\Omega} \Big/ \frac{d\sigma(\Delta^\circ)}{d\Omega} = \frac{17}{4}. \qquad /28/$$

В заключение мы выражаем глубокую благодарность Д.И.Блохинцеву и В.И.Огиевецкому за ценные замечания и за интерес к работе.

Литература

1. *Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ, Р2-7675 /1974/;*
Nucl. Phys., B78, 403 (1974).
2. R.P.Feynman, M.Gell-Mann, G.Zweig. Phys.Rev.Lett., 13, 678 (1964).
3. S.Coleman. Phys.Lett., 19, 144 (1965).
4. S.Okubo.Nuovo.Cim.,42A,1029 (1966).
5. B.Sakita. Phys.Rev., 136, B1756 (1964).
6. R.F.Dashen, M.Gell-Mann. Phys.Lett., 17, 145 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел 29 ноября 1974 года.